

GOLPE DE ARIETE: EFECTO DE LA VELOCIDAD DE CIERRE DE LA VÁLVULA

Pablo G. Provenzano y Roberto J. Aguerre

* Departamento de Tecnología, Universidad Nacional de Luján
Int. Ruta 5 y 7, 6700 Luján, Argentina. TE: 54-(02323)-423171–Interno 228
e-mail: rojagu@unlu.edu.ar, web page: <http://www.unlu.edu.ar/>

Palabras clave: golpe de ariete, método de las características, transitorios rápidos.

Resumen. *En este trabajo se investiga la influencia de la velocidad de cierre de la válvula en el desarrollo del golpe de ariete en un sistema simple reservorio-caño-válvula, con fricción. El golpe de ariete se manifiesta como fluctuaciones de presión en conducciones. Estos transitorios pueden causar variaciones de presión tan amplias que invalidan las suposiciones de homogeneidad y continuidad. Las propiedades mecánicas de la pared de la conducción influyen significativamente la intensidad y velocidad de propagación de estas ondas de presión.*

Se ha desarrollado un programa de simulación del golpe de ariete utilizando el método de las características, que permite predecir las presiones y velocidades instantáneas en la conducción y su relación con la velocidad de cierre de la válvula.

Se ha resuelto el mismo sistema de ecuaciones aplicando la transformada de Laplace-Mellin, lo que ha permitido corroborar la validez del programa de simulación. Se han verificado los resultados experimentalmente mediante un equipo de laboratorio.

Se observa una razonable concordancia entre los resultados de la simulación y la experiencia para las condiciones de flujo analizadas. Para transitorios rápidos, la simulación predice una amortiguación insuficiente. Las discrepancias observadas pueden deberse a errores de la discretización y a una descripción inadecuada de las condiciones de contorno.

1 INTRODUCCIÓN

El fenómeno del golpe de ariete se conoce desde hace tiempo. La circulación de fluidos en tuberías es intrínsecamente un proceso transitorio que presenta cambios en los flujos de entrada y salida, ya sea por arranque y parada de bombas y compresores, cambios de las condiciones de trabajo, así como también cambios en la composición de los fluidos que recorren la línea y la variación de la temperatura con las condiciones ambientales¹.

La desaceleración rápida produce un incremento de presión aguas arriba de la obstrucción, así la energía cinética se transforma en energía potencial que lleva a un aumento temporal de presión. Aguas abajo de la obstrucción, el transiente pueden causar una caída de la presión en las tuberías lo suficientemente grande como para invalidar la suposición de homogeneidad y continuidad del fluido al generarse burbujas de gas o vapor en el seno del fluido. Las propiedades mecánicas del material de la pared y la rigidez de los apoyos de la cañería pueden influir significativamente en la intensidad de las oscilaciones de presión. La amplitud de la primer depresión aguas abajo de la obstrucción es prácticamente tan alta como la amplitud de la sobrepresión aguas arriba de la obstrucción^{2,3}.

Estos hechos indican que un modelo útil para describir el flujo en tuberías debe ser un modelo transiente, eso es, debe resolver las ecuaciones de flujo dependientes del tiempo. Sin embargo, habitualmente se usa el modelo de flujo estacionario para el diseño de tuberías⁴.

Los resultados de los dos enfoques tienen en común la producción de series espaciales de las variables dinámicas en puntos sucesivos de tiempo. Los valores en estas series generalmente no son los mismos para los dos tipos de modelos. Los valores transientes son el resultado de cambios en las variables dinámicas causados por los procesos de flujo transitorios del paso temporal previo. Los valores del modelo de estado estacionario no dependen de los valores anteriores, sino solo de las condiciones de contorno.

La calibración y supervisión de sistemas hidráulicos requieren conocimiento detallado de la atenuación, forma y frecuencia del transitorio. El uso de métodos analíticos avanzados permite ajustar los márgenes de seguridad de un diseño mediante información apropiada referida al transiente hidráulico esperado.

Las computadoras permiten ejecutar programas de simulación, sin embargo el análisis del fenómeno transiente de presión mediante técnicas numéricas es relativamente nuevo. Independientemente del modelo numérico usado, un programa de análisis debe ser fiable, y eficaz. Así, un programa debe validarse con resultados experimentales o con algún criterio conocido y debe poder representar una gama amplia de condiciones de contorno. Finalmente, el comportamiento de sus elementos se debe poder representar mediante modelos numéricos adecuados y robustos, es decir, sin distorsionar el modelo matemático.

En este trabajo se ha estudiado el transiente en un sistema simple formado por un tanque reservorio y una conducción que termina en una válvula; generando el golpe

de ariete mediante el cierre la válvula. La modelización computacional se ha realizado utilizando el Método de las Características y se ha contrastado con la solución analítica obtenida mediante la Transformada de Laplace - Mellin.

2 FORMULACION DEL MODELO

El análisis del golpe de ariete en sistemas presurizados se realiza bajo las siguientes suposiciones:

- (a) El flujo en la conducción es unidimensional con velocidad y presión uniforme en la sección.
- (b) Las pérdidas por fricción transientes se aproximan mediante las correspondientes al estado estacionario.
- (c) La conducción está llena y permanece en esa condición durante el transitorio.
- (d) No se produce separación de columna durante el transitorio, o sea la presión es mayor que la presión de vapor del líquido en todo instante.
- (e) La cantidad de gas libre en el fluido es pequeña, por lo que la velocidad de propagación de la onda puede considerarse constante.
- (f) El líquido y las paredes de la conducción se comportan como linealmente elásticas.
- (g) Los cambios de presión debidos a la interacción con la estructura son pequeños comparados con la onda de presión del golpe de ariete.

La aplicación de dos principios básicos de la mecánica, a saber, la ley de conservación de la masa y la ley de conservación de cantidad de movimiento permiten obtener dos ecuaciones diferenciales parciales cuyas variables independientes son la posición, x , y el tiempo, t .

Ecuación de continuidad:

$$L_1 = \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \cdot \sin \theta = 0 \quad (1)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (2)$$

Donde H es la presión expresada en altura de columna líquida y V es velocidad del líquido, g es la aceleración de la gravedad y a es la velocidad de la onda de presión.

Las ecuaciones fundamentales (1) y (2) pueden combinarse linealmente, $L_1 + \lambda L_2 = 0$, obteniéndose así la siguiente expresión:

$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \sin \theta + \lambda \left[g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f \frac{V|V|}{2D} \right] = 0 \quad (3)$$

que puede reordenarse para obtener:

$$L = \underbrace{\left[\frac{\partial H}{\partial x} (V + \lambda g) + \frac{\partial H}{\partial t} \right]}_{\text{I}} + \lambda \underbrace{\left[\left(\frac{a^2}{\lambda g} + V \right) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right]}_{\text{II}} + V \sin \theta + \lambda f \frac{V|V|}{2D} = 0 \quad (4)$$

En esta ecuación, los términos **I** y **II** son las derivadas totales dH/dt y dV/dt cuando:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = V + \lambda g = V + \frac{a^2}{\lambda g} \quad (5)$$

Por lo tanto λ puede tomar dos valores diferentes:

$$\lambda = +\frac{a}{g} \quad \text{ó} \quad \lambda = -\frac{a}{g} \quad (6)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta las ecuaciones 5 y 6, la ecuación 4 puede describirse como sigue:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + V \sin \theta + af \frac{V|V|}{2gD} = 0 \quad (7)$$

válida para $\partial x / \partial t = V + a$, mientras que para $\partial x / \partial t = V - a$, se tiene:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{a}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + V \sin \theta + af \frac{V|V|}{2gD} = 0 \quad (8)$$

Estas dos últimas expresiones son ecuaciones diferenciales ordinarias.

En la Figura 1 se muestran dos líneas, $C+$ y $C-$, a lo largo de las cuales son válidas las ecuaciones 7 y 8 respectivamente. Estas ecuaciones contienen dos incógnitas para cualquier punto de las líneas características, pero en la intersección de las dos curvas, punto P, los valores de las incógnitas deben satisfacer simultáneamente ambas ecuaciones. Por lo tanto, pueden resolverse, obteniéndose los valores de H y V .

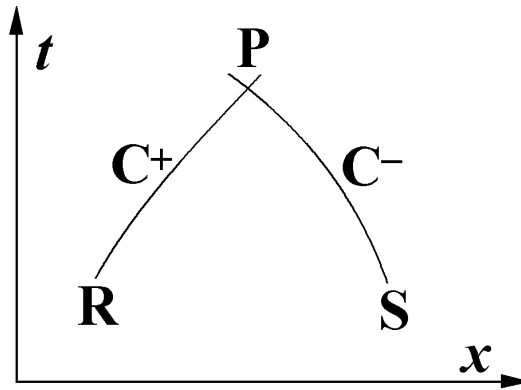


Figura 1. líneas características en el plano x-t

3 MATERIALES Y METODOS

3.1 Solución numérica

El Para resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones (Ecuaciones 7 y 8) se utiliza habitualmente el método de las características^{2,4,5,6,7}. Para implementarlo se divide la conducción en N segmentos de igual longitud (Δx). Los valores de H y V se conocen para el instante inicial del transitorio, pues son los que corresponden al estado estacionario previamente alcanzado por el sistema (condiciones iniciales).

Para determinar el incremento temporal (Δt), se tiene en cuenta que usualmente $a \gg V$ ⁸ por lo tanto $\partial x / \partial t \cong \pm a$. Entonces el paso temporal resulta ser $\Delta t = \Delta x / a$. En consecuencia las pendientes de $C+$ y $C-$ son $+a$ y $-a$ respectivamente. Por lo tanto, ambas curvas características son ahora rectas, con pendiente $\pm a$ (ver figura 2).

Integrando las ecuaciones 7 y 8 a lo largo de las curvas características $C+$ y $C-$, y haciendo $V = Q/A$ se obtiene:

$$H_{Pi} - H_{i-1} + \frac{a}{gA}(Q_{Pi} - Q_{i-1}) + \frac{Q_{i-1}\Delta t}{A} \sin\theta + f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q_{i-1} |Q_{i-1}| = 0 \quad (9)$$

y

$$H_{Pi} - H_{i+1} - \frac{a}{gA}(Q_{Pi} - Q_{i+1}) + \frac{Q_{i+1}\Delta t}{A} \sin\theta - f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q_{i+1} |Q_{i+1}| = 0 \quad (10)$$

sumando (10) y (11) se elimina Q_{Pi}

$$H_{Pi} = \frac{H_{i-1} + H_{i+1}}{2} - \left(\frac{a}{2gA} + \frac{\Delta t \sin \theta}{2A} \right) [Q_{i+1} - Q_{i-1}] - \frac{\Delta x f}{4gDA^2} \{Q_{i-1}|Q_{i-1}| - Q_{i+1}|Q_{i+1}|\} \quad (11)$$

similarmemente, restando (10) de (9) se elimina H_{Pi}

$$Q_{Pi} = \frac{Q_{i+1} + Q_{i-1}}{2} + \frac{gA}{2a} \left\{ H_{i-1} - H_{i+1} + \frac{(Q_{i+1} - Q_{i-1}) \Delta t \sin \theta}{A} - \frac{\Delta x f}{2gDA^2} \{Q_{i-1}|Q_{i-1}| + Q_{i+1}|Q_{i+1}|\} \right\} \quad (12)$$

Las ecuaciones 11 y 12 permiten calcular H y Q en los nodos internos de la grilla, pero para evaluar estas incógnitas en los nodos 1 y $N+1$ se requieren adicionalmente dos condiciones de contorno.

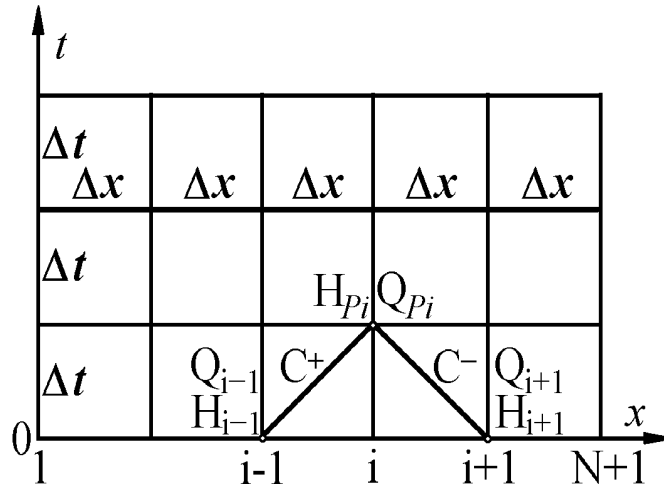


Figura 2. Esquema de grilla característica

Aguas arriba, en el nodo 1, utilizando la ecuación 10 junto con la condición de contorno $H_{P1} = H$ (hidrostática del tanque) permite determinar el valor Q_{P1} . En el otro extremo, contra la válvula, la condición de contorno a aplicar es un valor conocido de caudal Q_{PN+1} , que junto con la ecuación (9) permite evaluar el valor de H_{PN+1} . Para este fin se utiliza la siguiente expresión:

$$Q_{PN+1} = C_d A_v \sqrt{2gH_{PN+1}} \quad (13)$$

que se obtiene al representar a la válvula como una obstrucción, por ejemplo un orificio de placa delgada.

3.2 Solución analítica

Para obtener las soluciones analíticas que describen el transitorio generado por el cierre de la válvula se ha resuelto la ecuación de onda unidimensional,

$$a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(x,t) \quad (14)$$

junto con la ecuación de cantidad de movimiento

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} \quad (15)$$

para diferentes condiciones de contorno.

Para $t = 0, x = L \Rightarrow V = V_0$

Para $t > 0, x = 0 \Rightarrow P = P_0$ (Presión estática)

$x = L \Rightarrow V = 0$

La resolución de este sistema de ecuaciones mediante la transformada de Laplace – Mellin conduce a:

$$P = P_0 + \rho a V_0 \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} \sin \frac{(2n-1)\pi at}{2L} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \quad (16)$$

Similarmente, para un cierre de válvula lineal, se tiene:

i) si $\tau \leq 2L/a$

$$P = P_0 + \frac{\rho a V_0}{\tau} \left\{ \frac{x}{a} - \frac{8L}{\pi^2 a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi t}{2L} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \right\} \quad (17)$$

ii) si $\tau > 2L/a$

$$P = P_0 + \frac{\rho a V_0}{\tau} \frac{8L}{\pi^2 a} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi a(t-\tau)}{2L} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} \cos \frac{(2n-1)\pi at}{2L} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} \right\} \quad (18)$$

3.3 Equipo experimental

El equipo experimental consta de un tanque reservorio de 800 litros, que es constantemente alimentado mediante una bomba centrífuga. El tanque posee un vertedero que permite mantener constante su nivel, a 5.42 m respecto al punto de descarga de la cañería, por derrame del excedente. De su base sale una conducción, del tipo simple, de caño de polietileno negro de $1\frac{1}{4}$ pulgadas de diámetro. Su primer tramo es vertical y el segundo es horizontal, terminando en una válvula esférica. La sección horizontal permite la conexión de tramos rectos de distintas longitudes y materiales. En cada extremo del tramo recto se ha instalado un sensor de presión (Lutrón PS93MA). Estos sensores están conectados a una computadora de tipo personal mediante una tarjeta de adquisición de datos.

3.4 Determinación de la velocidad de la onda de presión

Para determinar la velocidad de la onda en el sistema fluido-cañería, se hizo circular el fluido (agua) hasta alcanzar el estado estacionario. Una vez alcanzado este, se procedió al registro de la respuesta de ambos sensores de presión ante un cierre abrupto.

Teniendo en cuenta la distancia entre ambos sensores y el defasaje de los picos de presión fue posible determinar el valor de la velocidad de la onda.

4 RESULTADOS Y DISCUSION

A los fines de verificar la utilidad de la solución numérica, se han contrastado los resultados de la misma con la solución analítica obtenida mediante la aplicación de la transformada de Laplace – Mellin.

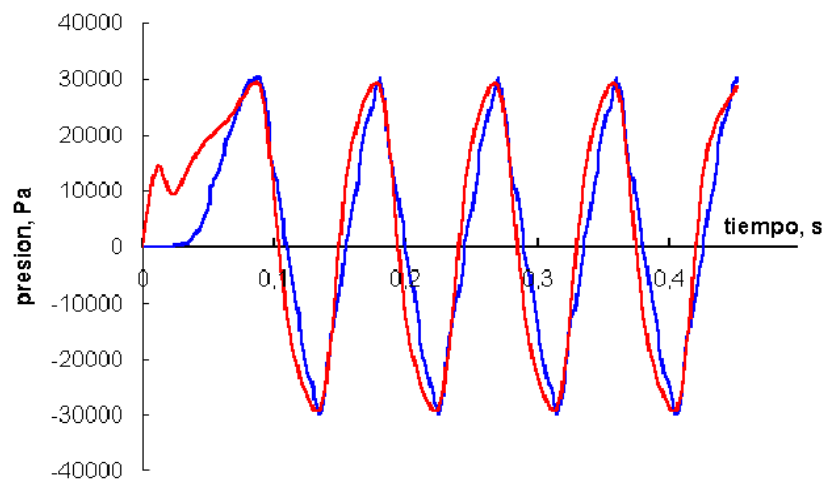


Figura 3. Comparación de la solución analítica (rojo) con la solución numérica (azul) para un tiempo de cierre de 0.09032 s, sin fricción ($2L/a = 0.04516$ s).

En la figura 3 se muestra, a modo de ejemplo, el caso correspondiente a un tiempo de cierre de válvula mayor que el tiempo crítico del sistema. La concordancia obtenida en este caso, así como para otras condiciones de cierre, resulta satisfactoria.

Se ha estudiado el efecto del factor de fricción sobre las características del golpe de ariete. Se observa una reducción en la amplitud del pico de presión sin modificaciones en el periodo de la onda (ver figura 4).

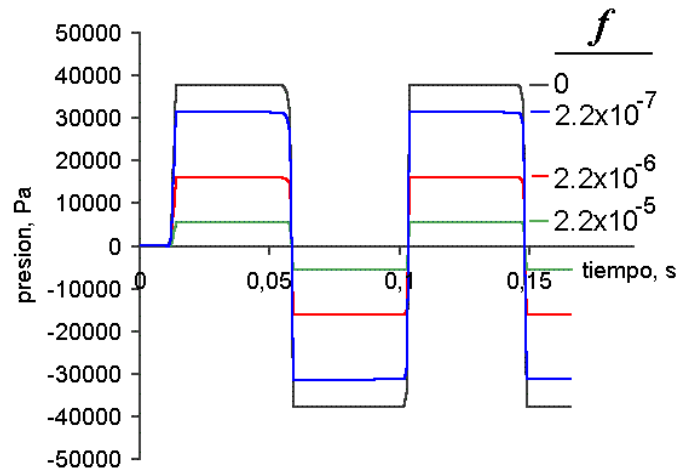


Figura 4. Influencia del factor de fricción sobre la onda de presión evaluada en $x = L$ para un tiempo de cierre lineal 0.012903 s ($2L/a = 0.04516$ s).

Es de hacer notar que al culminar el cierre de la válvula, se inicia un rápido incremento de presión en $x = L$. Para verificar esta coincidencia, se han realizado ensayos para verificar la incidencia del tiempo de cierre en la aparición del primer pico de presión.

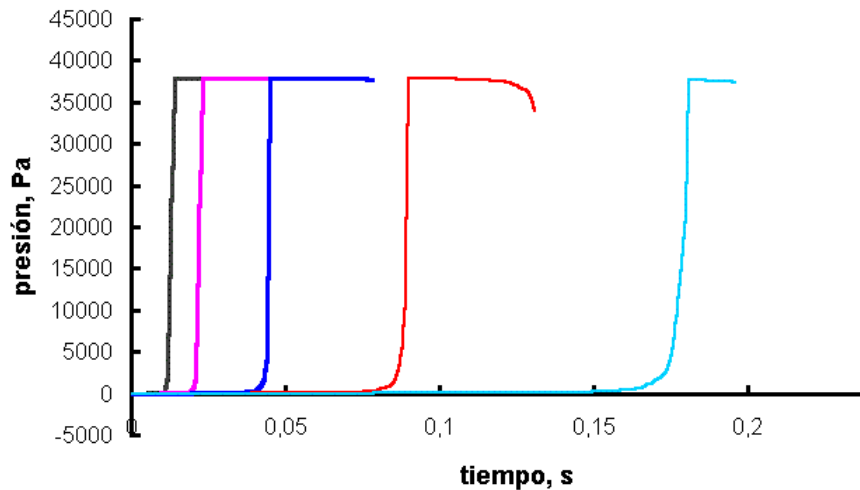


Figura 5. aparición de los picos de presión en función del tiempo de cierre (lineal), para los valores de tiempo: L/a , $2L/a$, $4L/a$ y $8L/a$ ($2L/a = 0.04516$ s), sin fricción

En la figura 5 puede apreciarse la coincidencia del inicio del pico de presión con el tiempo de cierre de la válvula. Se observa además que para tiempos inferiores al crítico ($2L/a$), el ascenso de la presión es abrupto, mientras que para tiempos superiores al crítico, la pendiente de ascenso es perceptible.

Para analizar la influencia de la curva de cierre de la válvula sobre el desarrollo del golpe de ariete, se han estudiado numéricamente los casos de variación lineal del factor de descarga $C_d A_v$ (ecuación 13) en dos etapas (0.06-0.03-0) y de variación no lineal en dos etapas para los casos (0.06-0.01-0) y (0.06-0.001-0). Estas curvas se muestran en la figura 6.

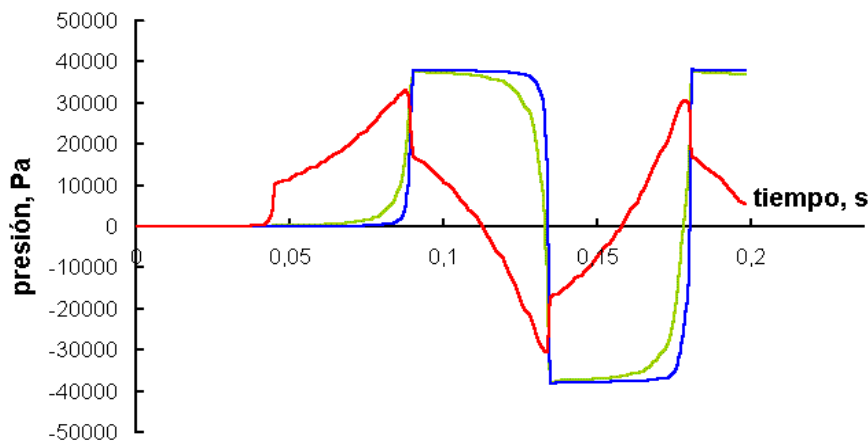


Figura 6. Influencia de la curva de cierre de la válvula en el desarrollo de la onda de presión para un tiempo de cierre de $4L/a$ ($2L/a = 0.04516$ s), sin fricción

En ella se observa que en todos los casos, el máximo valor de la onda de presión se observa para el tiempo de cierre ($\tau = 4L/a$). La respuesta se aparta de la onda cuadrada y el incremento de la presión aparece mas tempranamente a medida que el cierre se aparta de la linealidad.

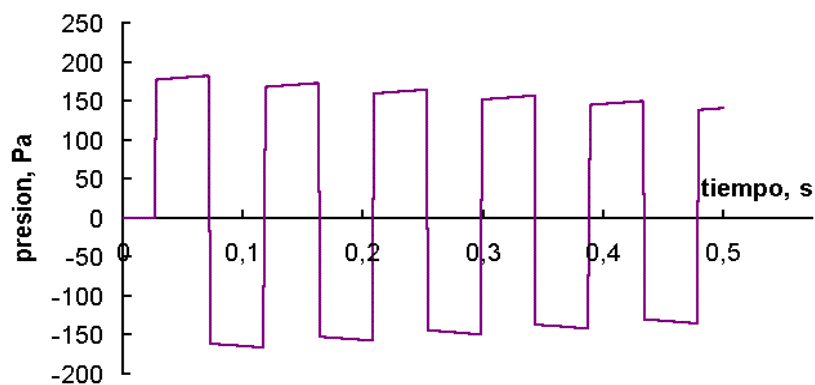


Figura 7. Amortiguación de la onda de presión para un tiempo de cierre igual a L/a , con factor de fricción no nulo ($f = 0.022$)

En la figura 7 se observa que la oscilación de la onda de presión se amortigua en el tiempo, al tenerse en cuenta la fricción, por lo que indica que el momento crítico de todo sistema es el de aparición del primer pico de presión.

Las observaciones realizadas muestran que la velocidad cierre de la válvula y la reducción del caudal con relación al grado de cierre de la misma son factores preponderantes en el desarrollo de la onda de presión que caracteriza el golpe de ariete.

No se observan variaciones en la magnitud del pico de presión para tiempos de cierre menores que el tiempo crítico, pero para tiempos superiores al crítico, la altura del pico inicial de presión reduce su valor

5 REFERENCIAS

- [1] V.L Streeter y E.B. Wylie, *Mecánica de los fluidos* McGraw-Hill, (1988)..
- [2] A. Tijsseling, “Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review”, *J of Fluids and Structures*, 10, 109-146 (1996)
- [3] A.G.T.J. Heinsbroek, “Fluid-structure interaction in non-rigid pipeline systems”, *Nuclear Eng. and Design*, 172, 123-135 (1997)
- [4] A. Vardy y Z. Pan, “Quasi-steady friction in transient polytropic flow”, *Computers & Fluids*, 26(8), 793-809 (1997)
- [5] G. Anci, “Size letdown lines for pressure surges”, *CEP*, 97(11), 42-48 (2001)
- [6] J. Izquierdo y P.L. Iglesias, “Mathematical modelling of hydraulic transients in simple systems”, *Math. and Computer Modelling*, 35, 801-812 (2002)
- [7] A. Bergant y A. Tijsseling, “Parameters affecting water hammer wave attenuation, shape and timing”, *Math. and Computer Modelling*, 35, 801-812 (2002)
- [8] D.C. Wiggert, “Fluid transients in flexible piping systems (a perspective on recent developments)”. *Proceedings of the 18th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation*, Valencia, Spain, 58-67 (1996).