

SIMETRIA EN LA FORMULACION DEL MODELADO NUMERICO EN SUELOS NO SATURADOS: BENEFICIOS Y DESVENTAJAS

Pablo A. Beneyto^{*}, H. Ariel Di Rado^{*}, Juan E. Manzollito^{*} y Armando M. Awruch[†]

^{*} Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste
Av. Las Heras 727, H3500COI Resistencia, Argentina. TE: 54-(03722)-425064–Interno 124
e-mail: pbeneyto@ing.unne.edu.ar, web page: <http://www.ing.unne.edu.ar/>

[†] Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidad Federal do Rio Grande do Sul
Av. Osvaldo Aranha 99, Porto Alegre, Brasil. TE: 51-(90035-190)
e-mail: awruch@adufgrs.ufrgs.br

Palabras clave: Consolidación, Suelos No Saturados, Modelado Numérico, Elementos Finitos.

Resumen. *El problema de consolidación en suelos no saturados puede ser encarado numéricamente a través de varios caminos. Generalmente se opta por el basado en la formulación de flujo multifásicos en medios porosos particularizado para el caso de fases agua y aire, cuya discretización computacional desemboca en un sistema de matrices no simétrico a resolver. Otra opción es reemplazar ciertos aspectos matemáticos por análisis del comportamiento de los materiales intervinientes, y cuyo resultado después de discretizado es el de un sistema simétrico de fácil implementación, y con parámetros simples de obtener en laboratorio. El objeto del trabajo es comparar ambos métodos, determinar los elementos eliminados en la simplificación, analizar la diferencia de resultados para poder demostrar la conveniencia o no de un análisis más directo y exceptuado de algunos aspectos teóricos, en pos de resultados fiables y fáciles de obtener.*

1 INTRODUCCIÓN

Al realizar un análisis entre los estudios del comportamiento de medios porosos no saturados, se detecta que una cantidad importante de autores parte de una formulación única proporcionada por Lewis & Schrefler⁶ particularizada para sistemas trifásicos, este análisis culmina en un sistema no simétrico de ecuaciones. Otra opción es analizar mecánicamente el comportamiento entre sí de las fases suelo, agua y aire, y obtener, mediante la aplicación de leyes de reciprocidad y superposición de efectos, un sistema de ecuaciones simétrico similar al obtenido por Khalili Khabbaz⁴. Si bien los sistemas de ecuaciones se obtienen de análisis diferentes, podrá observarse que contienen relaciones entre coeficientes similares y comparaciones de resultados aceptables, como se mostrará en los capítulos siguientes.

2 FORMULACIONES ANALIZADAS

Lewis & Schrefler⁶ obtienen el siguiente set de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}'' d\Omega - \mathbf{C}_{sw} \bar{\mathbf{p}}^w - \mathbf{C}_{sg} \bar{\mathbf{p}}^g &= \mathbf{f}'' \\ \mathbf{C}_{sw}^T \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{P}_{ww} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^w}{\partial t} + \mathbf{C}_{wg} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^g}{\partial t} + \mathbf{H}_{ww} \bar{\mathbf{p}}^w &= \mathbf{f}^w \\ \mathbf{C}_{sg}^T \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{C}_{gw} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^w}{\partial t} + \mathbf{P}_{gg} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^g}{\partial t} + \mathbf{H}_{gg} \bar{\mathbf{p}}^g &= \mathbf{f}^g \end{aligned} \quad (1)$$

Pudiendo escribirse en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_T & -\mathbf{C}_{sw} & -\mathbf{C}_{sg} \\ \mathbf{C}_{sw}^T & \mathbf{P}_{ww} & \mathbf{C}_{wg} \\ \mathbf{C}_{sg}^T & \mathbf{C}_{gw} & \mathbf{P}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}}^w \\ \dot{\mathbf{p}}^g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{ww} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p}^w \\ \mathbf{p}^g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}''}{\partial t} \\ \mathbf{f}^w \\ \mathbf{f}^g \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{C}_{sw} = \mathbf{Q} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_w \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (4)$$

$$\mathbf{f}'' = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T [\rho^s (n-1) + S_w n \rho^w + S_g n \rho^g] \mathbf{g} d\Omega + \int_{\Gamma_u^q} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{ww} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^g \frac{C_s}{n} \right) + \frac{n S_w}{K_w} - C_s \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{11} \mathbf{N}_p d\Omega \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{wg} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{12} \mathbf{N}_p d\Omega \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_{ww} = \mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{f}^w = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \rho^w \mathbf{g} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega - \int_{\Gamma_w^q} \mathbf{N}_p^T \frac{q^w}{\rho^w} d\Gamma \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{gw} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w + p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{21} \mathbf{N}_p d\Omega \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{gg} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_g - p^g \frac{C_S}{n} + p^w \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{22} \mathbf{N}_p d\Omega \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_{gg} = \mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega \quad (12)$$

$$\mathbf{f}^g = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \rho^g \mathbf{g} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega - \int_{\Gamma_g^q} \mathbf{N}_p^T \frac{q^g}{\rho^g} d\Gamma \quad (13)$$

En cambio Khalili y Khabbaz⁴ deducen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{sw} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{C}_{sg} \dot{\mathbf{p}}^g &= \dot{\mathbf{F}}_s \\ \mathbf{C}_{ws} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{P}_{ww} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{Q}_{wg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{H}_{ww} \dot{\mathbf{p}}^w &= \dot{\mathbf{F}}_w \\ \mathbf{C}_{gs} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{Q}_{gw} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{P}_{gg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{H}_{gg} \dot{\mathbf{p}}^g &= \dot{\mathbf{F}}_g \end{aligned} \quad (14)$$

Quedando en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}_{sw} & \mathbf{C}_{sg} \\ \mathbf{C}_{ws} & \mathbf{P}_{ww} & \mathbf{Q}_{wg} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{Q}_{gw} & \mathbf{P}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \mathbf{p}^w \\ \mathbf{p}^g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{ww} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p}^w \\ \mathbf{p}^g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{F}}_s \\ \mathbf{F}_w \\ \mathbf{F}_g \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Siendo:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{uT} \mathbf{D} \mathbf{B}^u d\Omega \quad (16)$$

$$\mathbf{C}_{sw} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{uT} a_1 \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_1 = \frac{c_m - c_s}{c} \quad (17)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T a_2 \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_2 = \frac{c - c_m}{c} \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{F}}_s = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{uT} \dot{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{N}^{uT} \dot{t} d\Gamma \quad (19)$$

$$\mathbf{C}_{ws} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_1 \mathbf{B} d\Omega \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{ws} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{11} \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_{11} = n_w(c_f - c_s) + a_1 c_s + a_{12} \quad (21)$$

$$\mathbf{Q}_{wg} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{12} \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_{12} = (a_2 - n_g)(c_m - c_s) \quad (22)$$

$$\mathbf{H}_{ww} = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{\mathbf{k}_{wi}}{\gamma_w} \nabla \mathbf{N}^p d\Omega \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{F}}_w = - \int_{\Gamma_w} \mathbf{N}^{pT} \dot{q}_w d\Gamma \quad (24)$$

$$\mathbf{C}_{gs} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_2 \mathbf{B} d\Omega \quad (25)$$

$$\mathbf{Q}_{gw} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{21} \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_{21} = a_{12} = (a_2 - n_g)(c_m - c_s) \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{gg} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{22} \mathbf{N}^p d\Omega, \text{ con } a_{22} = \frac{n_g}{P} + (a_2 - n_g)c_m \quad (27)$$

$$\mathbf{H}_{gg} = - \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{D_i}{P} (1 - S_w) n \nabla \mathbf{N}^p d\Omega \quad (28)$$

$$\mathbf{F}_g = - \int_{\Gamma_g} \mathbf{N}^{pT} \dot{q}_g d\Gamma \quad (29)$$

Como puede observarse, los sistemas de ecuaciones (2) y (14), solo diferenciados por la no simetría generada por la desigualdad $b_{12} - b_{21}$.

3 RELACIÓN ENTRE COEFICIENTES

Para realizar la relación entre coeficientes, compararemos coeficientes homólogos de ambas formulaciones, y determinaremos si es semejante la correspondencia entre parámetros de una misma formulación.

3.1 Relación a_1 vs b_1

Determinación de K_m

Según (3)

$$b_1 = S_w \alpha = S_w \left(1 - \frac{K_T}{K_s} \right) = S_w \left(1 - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{Dm}}{9K_s} \right) \quad (30)$$

$$= S_w - \left(\frac{K_T}{K_s} - (1 - S_w) \frac{K_T}{K_s} \right) = S_w - \frac{K_T}{K_s} + S_g \frac{K_T}{K_s} \quad (31)$$

$$= S_w + S_g \frac{K_T}{K_s} - \frac{K_T}{K_s} = K_T \left(\frac{S_w}{K_s} + \frac{S_g}{K_s} \right) - \frac{K_T}{K_s} \quad (32)$$

$$= \frac{K_T}{K_m} - \frac{K_T}{K_s} = a_1 \quad (33)$$

de la expresión anterior se deduce:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{S_w}{K_T} + \frac{S_g}{K_s} = \frac{S_w K_s + K_T S_g}{K_T K_s} \quad (34)$$

$$\boxed{K_m = \frac{K_T K_s}{S_w K_s + S_g K_T}} \quad (35)$$

Determinando de esta manera un expresión para el coeficiente de compresibilidad de la masa de suelo con respecto a un cambio en la succión

Verificando la expresión para b_2

Según (4)

$$\boxed{b_2 = (1 - S_w) \alpha} \quad (36)$$

$$b_2 = (1 - S_w) \alpha = (1 - S_w) \left(1 - \frac{K_T}{K_s} \right) = 1 - \frac{K_T}{K_s} - S_w + S_w \frac{K_T}{K_s} \quad (37)$$

$$b_2 = 1 - \frac{K_T}{K_T} \frac{K_T + K_s S_w - S_w K_T}{K_s} = 1 - K_T \frac{K_T (1 - S_w) + K_s S_w}{K_T K_s} \quad (38)$$

$$\boxed{b_2 = 1 - \frac{K_T}{K_m} = a_2} \quad (39)$$

Como puede comprobarse en la ecuación (18)

De esta manera se demuestra que las relaciones correspondiente a los coeficientes de la ecuación de equilibrio mecánico es similar.

3.2 Relación $b_{11} - a_{11}$

De (21)

$$a_{11} = n_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{a_1}{K_s} + a_{12} \quad (40)$$

De (6)

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_w}{K_w} - C_S \quad (41)$$

Siendo $C_S = n \frac{\partial S_w}{\partial p^w}$, obteniendo a partir de (7)

$$b_{12} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \quad (42)$$

sabiendo que $S_w = 1 - S_g$, y reemplazando, podemos ver que :

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w S_g - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w p^w \frac{C_S}{n} + \frac{\alpha - n}{K_s} S_w p^g \frac{C_S}{n} + \frac{nS_w}{K_w} - C_S \quad (43)$$

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] + \frac{nS_w}{K_w} \quad (44)$$

pudiendo escribirse

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - b_{12} + \frac{nS_w}{K_w} \quad (45)$$

$$\boxed{b_{11} = nS_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{b_1}{K_s} - b_{12}} \quad (46)$$

similar a la expresión de Khalili⁴:

$$\boxed{a_{11} = n_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{a_1}{K_s} + a_{12}} \quad (47)$$

Como se observa en la ecuación (40)

3.3 Relación $b_{22} - a_{22}$

$$\text{De (11)} \quad b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_g - p^g \frac{C_s}{n} + p^w \frac{C_s}{n} \right) + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - C_s \quad (48)$$

$$\text{De (27)} \quad a_{22} = \frac{n_a}{P} (a_2 - n_a) \frac{1}{K_m} \quad (49)$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^g \frac{C_s}{n} \right) + C_s \quad (50)$$

$$b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g - \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^g \frac{C_s}{n} \right) + C_s \right] + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} \quad (51)$$

$$b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g - b_{21} + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} = \frac{\alpha S_g}{K_s} - \frac{nS_g}{K_s} + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - b_{21} \quad (52)$$

$$b_{22} = (b_2 - nS_g) \left(\frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_s} \right) + \frac{nS_g}{P} = \frac{1}{K_m} (b_2 - nS_g) + \frac{nS_g}{P} \quad (53)$$

$$\boxed{b_{22} = \frac{1}{K_m} (b_2 - nS_g) + \frac{nS_g}{P}} \quad (54)$$

similar a la expresión de Khalili⁴:

$$\boxed{a_{22} = c_m (a_2 - n_g) + \frac{n_g}{P}} \quad (55)$$

3.4 Relación $b_{12} - b_{21}$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^g \frac{C_s}{n} \right) + C_s \quad (56)$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} (1 - S_w) \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^g \frac{C_s}{n} \right) + C_s \quad (57)$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) - S_w \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \quad (58)$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] \quad (59)$$

$$\boxed{b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + b_{12}} \quad (60)$$

4 EJEMPLOS DE CÁLCULO

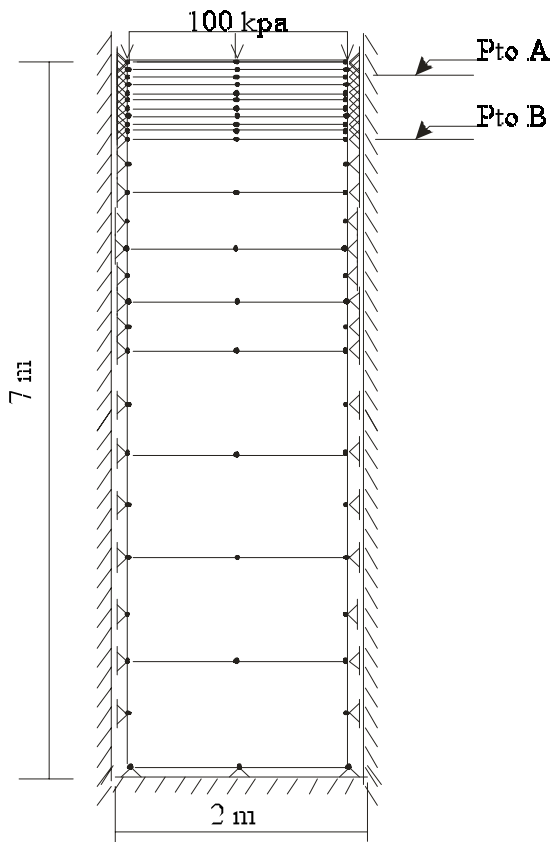
En este apartado se presentarán ejemplos característicos de problemas de consolidación en suelos no saturados resueltos por el programa computacional FECCUND 2.0, que utiliza la formulación simétrica simplificada similar a la propuesta por Khalili – Kabbaz⁴. En todos los casos se trabajó con elementos isoparamétricos de ocho nodos para la descripción de la variable desplazamiento y de cuatro nodos para las variables presión poro de agua y presión poro de aire, con integración numérica de 2 x 2 puntos de Gauss. Los ejemplos presentados corresponden a estados planos de deformaciones, pudiendo también abordarse problemas de estados planos de tensiones.

La resolución se efectúa equilibrando el sistema para cada intervalo de tiempo requerido, actualizando para el siguiente los valores de los coeficientes componentes de las matrices, esto significa que el grado de saturación de los elementos y demás coeficientes variables con la succión, son actualizados a partir de las relaciones correspondientes (Ej. Curva característica)

4.1 Columna de suelo Gawin – Baggio - Schrefler

En primer lugar presentaremos este ejemplo, en el cual se podrá observar el comportamiento de la saturación a medida que evoluciona la consolidación en una columna de suelo similar a la versión no isotérmica propuesta por Gawin –Baggio –Schrefler³, para su comparación cualitativa en lo que respecta a descensos y sobrepresiones del poro de agua

Se trata de una columna de 7 metros de altura y 2 metros de ancho, de un material elástico lineal de características descritas en los datos del problema, con una saturación inicial de 0.92, la cual está sometida a un proceso de consolidación no isotérmica en su versión original (formulación no simétrica), y en la cual se observa un comportamiento característico de la saturación a lo largo del tiempo, que se pretende comparar con el obtenido mediante la utilización de la formulación simplificada, y cuyos resultados se observan en la Figura 1



Datos del problema:

- Alto: $h = 7m$
- Ancho: $b = 2m$
- Carga: $q = 100kpa$
- Módulo de elasticidad: $E = 6Mpa$
- Coefficiente de Poisson: $\nu = 0.4$
- Ángulo de fricción interna(rad): $\phi = 0.1745$
- Cohesión: $C = 100kpa$
- Relación de vacíos inicial: $e = 0.6$
- Coef. Compresibilidad grano: $k_s = 1000000kpa$
- Coef. Compresibilidad fluido: $k_f = 100000kpa$

Tiempo de aplicación de la carga:

intervalos iniciales de 0.01 días durante los primeros 100 pasos, multiplicando por 10 cada 100 pasos hasta llegar a 107 días (10 intervalos)

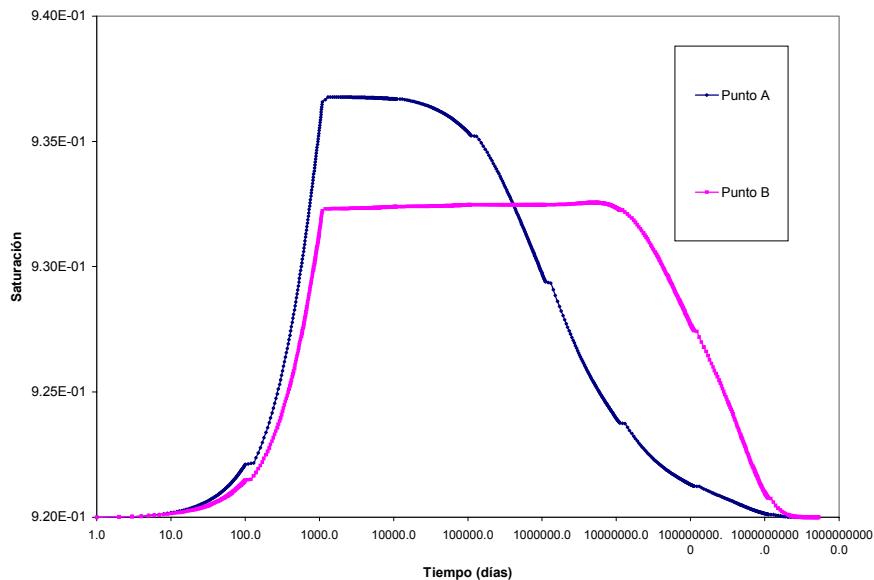
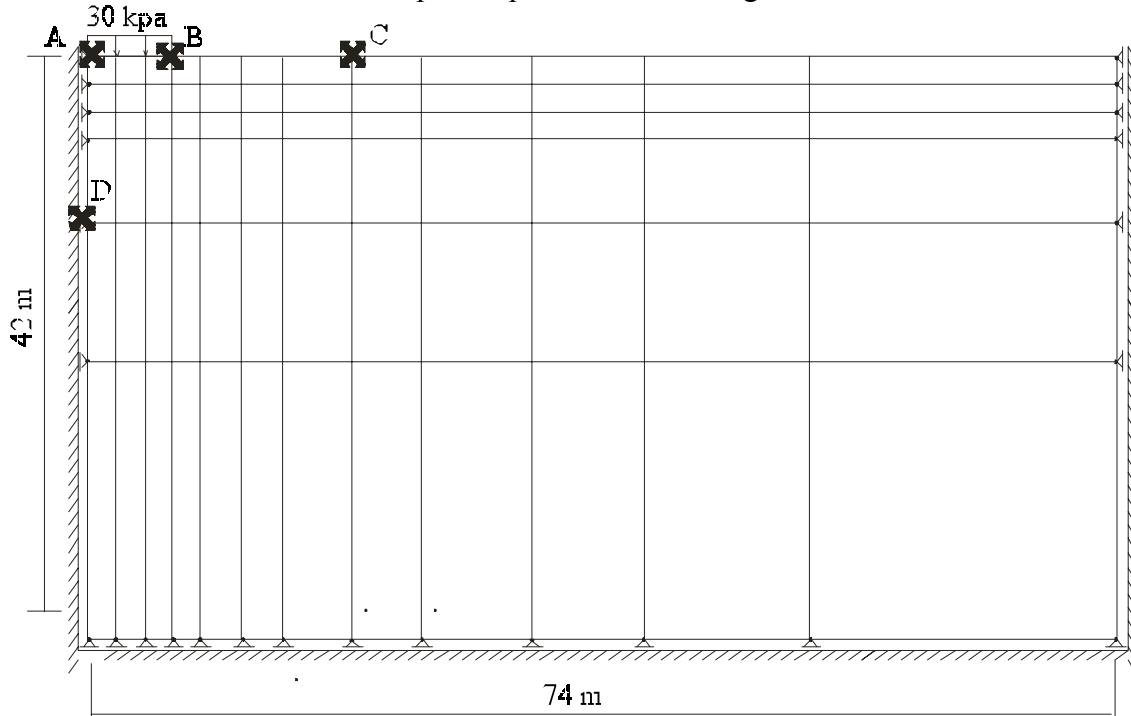


Figura 1: Variación de la saturación a través del tiempo

4.2 Fundación corrida

Finalmente se presentarán los resultados obtenidos en el modelado de una zapata corrida y se graficarán los valores de descensos y presiones de poro de agua de cuatro puntos característicos de la masa de suelo, elegidos de manera de comparar los resultados obtenidos por Li-Thomas-Fan⁷

Datos del problema:	Semiancho de zapata:	$b = 3m$
	Semiancho masa de suelo:	$B = 74m$
	Alto masa de suelo:	$b = 42m$
	Carga:	$q = 30kpa$
	Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0.3$
	Ángulo de fricción interna(rad):	$\phi = 0.1745$
	Cohesión:	$C = 100kpa$
	Relación de vacíos inicial:	$e = 0.6$
	Coef. Compresibilidad grano:	$k_s = 1000000kpa$
	Coef. Compresibilidad fluido:	$k_f = 100000kpa$
	Tiempo de aplicación de la carga:	1.2 días



Resultados obtenidos por el programa FECCUND 2.0 (Formulación simétrica):

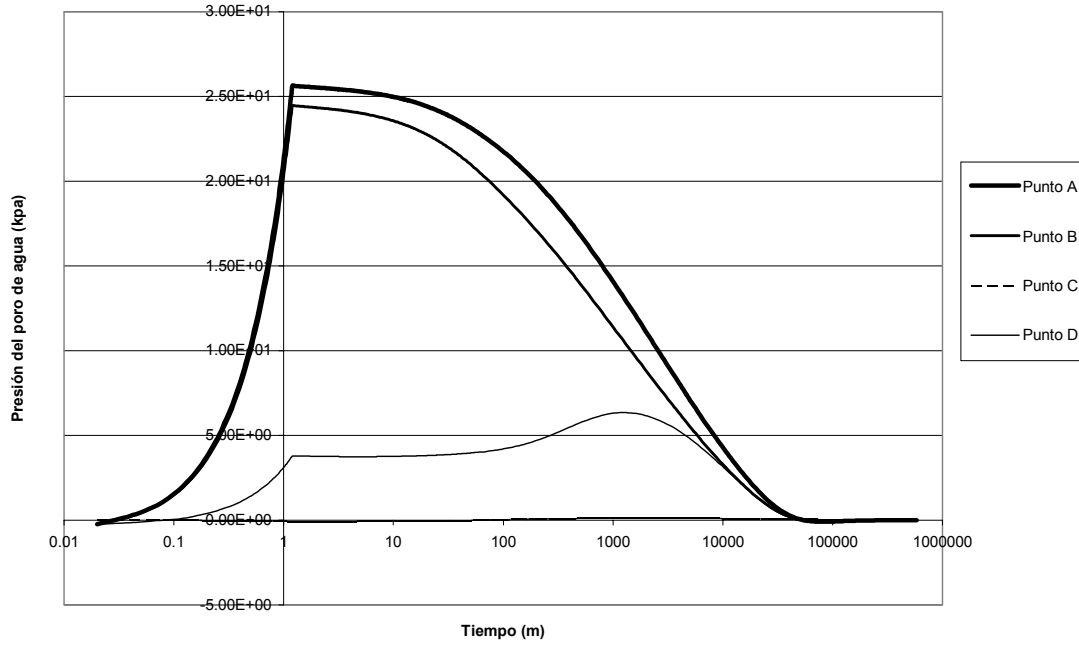


Figura 2: Variación de la sobrepresión de poros a través del tiempo

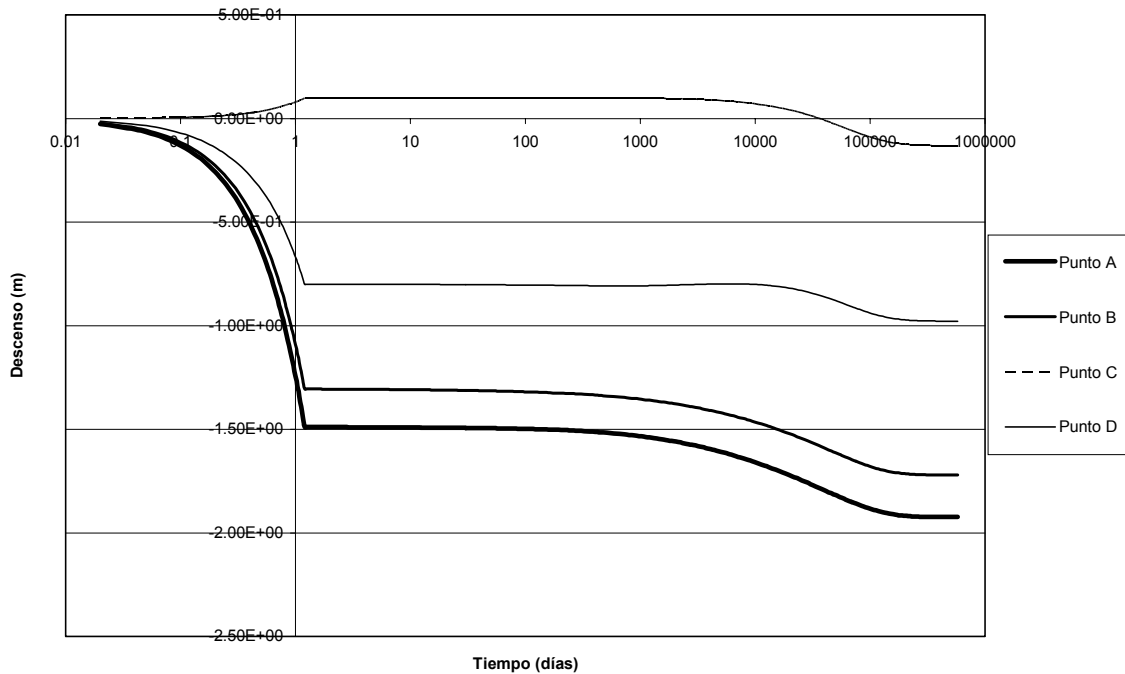


Figura 3: Descensos de los puntos especificados

5 CONCLUSIONES

Como se puede observar en la comparación entre coeficientes, es evidente el grado de simplificación alcanzado por la formulación simétrica. Entre los elementos eliminados en la simplificación sobresale el término C_S que involucra la derivada parcial de la saturación con respecto a la presión del poro de agua.

Con respecto a la descripción de las variables primarias, puede comprobarse a través de los ejemplos que la evolución en el tiempo de las deformaciones coincide cualitativamente de acuerdo al análisis comparativo entre ambas formulaciones.

La descripción de las sobrepresiones del poro de agua de la formulación simplificada, no alcanzan a los obtenidos en el caso saturado, como es lógico, y para la misma carga adquiere valores menores para grados de saturaciones decrecientes.

El grado de saturación varía con respecto al tiempo luego de ser aplicada la carga, manifestando un aumento hasta la aplicación completa de la misma y luego un descenso hasta el valor inicial como puede observarse en el primer ejemplo, esta variación de la saturación es actualizada para cada intervalo de tiempo en función de la succión, que a su vez se modifica a medida que lo hacen las presiones de poro de agua y de aire, pudiéndose comprobar ante el ejemplo presentado por Gawin Baggio Schrefler (que si bien modela consolidación no-isotérmica), que el comportamiento cualitativo era el correcto.

Los coeficientes a_{ij} se calculan a partir de pocos parámetros, los cuales se obtienen de laboratorio sin mayor esfuerzo, adicionando a la formulación saturada o bifásica sólo los de determinación de la curva característica, saturación efectiva, distribución de granulometría.

Cabe destacar que al tender a la saturación total, en la formulación de Khalili- Khabbaz, los valores de las incógnitas logradas se convierten en los mismos que se obtienen mediante la implementación de la formulación bifásica, ya sea saturada o seca, o sea que cuando el sistema trifásico suelo-aire-agua, tiende hacia el bifásico, suelo-agua, o suelo-aire, el comportamiento del programa es el esperado.

Es importante resaltar que la simplificación en cuanto a la obtención de los parámetros de laboratorio, y la simetría del sistema de ecuaciones no implicarían errores considerables, por lo que el modelo numérico propuesto por Khalili & Khabbaz se presenta como una alternativa interesante al momento de tomar la decisión de modelar el fenómeno de consolidación de suelos no saturados.

6 NOMENCLATURA

- c_m Compresibilidad de la estructura del suelo con respecto a una variación en la succión
- c_s Compresibilidad de los granos de sólidos
- c Compresibilidad de la estructura del suelo drenado
- n_w Porosidad del agua
- n_g Porosidad del aire

- c_f Compresibilidad del agua
 ρ^g Masa específica del aire
 γ_w Peso específico del agua
 k_{wi} Coeficiente de permeabilidad en la dirección xi
 D_i Coeficiente de difusión para el aire
 D_i^* Coeficiente de difusión de la concentración de aire expresado en términos de la masa por unidad de volumen de vacíos del suelo
 S_w Grado de saturación de agua
 S_g Grado de saturación de gas
 n Porosidad
 α Coeficiente de Biot
 p^w Presión del poro de agua
 p^g Presión del poro de aire
 u Desplazamientos en la masa de suelo

7 REFERENCIAS

- [1] A. M. Awruch y H. A. Di Rado, *Introducción al Método de los Elementos Finitos*, EUDENE, (1997).
- [2] D. G. Fredlund and A. Xing, *Equations for the soil-water characteristic curve*, Can. Geotech. J. 31.521-532 (1994).
- [3] D. Gawin, P. Baggio and B. A. Schrefler, *Coupled heat, water and gas flow in deformable porous media*, Int. Journal for numerical methods in fluids, vol 20, 969-987. (1995).
- [4] N. Khalili and M. H. Khabbaz, *On the theory of three-dimensional consolidation in unsaturated soils*, , Unsaturated soils (1995).
- [5] R.W. Lewis; B.A. Schrefler and A.R. Norhan, *A Finite Element Analysis of multiphase immiscible flow in deforming porous media for subsurface systems* Communications in numerical methods in eng.. J. Wiley & Sons, New York (1997).
- [6] R.W. Lewis and B.A. Schrefler, *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. J. Wiley & Sons, New York (1998).
- [7] X. Li, H.R. Thomas and Y. Fan, *Finite element method and constitutive modelling and computation for unsaturated soils*. Comp. Met. Appl. Mech Engrg. 169. Elsevier (1999).
- [8] H.A. Di Rado, A.M. Awruch, P.A. Beneyto y J.E. Manzollilo, *Análisis de Fundaciones Directas Usando el Método de Los Elementos Finitos*. Centro de Información Tecnológica (CIT). Chile. (1999).
- [9] H.A. Di Rado, A.M. Awruch, P.A. Beneyto y J.E. Manzollilo, *Tópicos en el Análisis no Lineal Físico y Geométrico. Aplicaciones a Consolidación de Suelos*. Sexto Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM 99). Mendoza. Argentina (1999)