

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA ESTABILIDAD Y CONTROL DE UNA AERONAVE NO TRIPULADA

Emilio E. Dufeu Delarze , Enzo M. Pettinelli Reyes

Departamento de Ingeniería Mecánica
Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción , Chile.
e-mail: edufeu@udec.cl

Palabras clave: Control en lazo cerrado, avión no tripulado, autopiloto de cabeceo

Resumen: *El objetivo general de este trabajo es el análisis de la estabilidad y control longitudinal del modelo numérico de un avión no tripulado, diseñado en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción. En primer lugar se da una breve introducción a la mecánica del vuelo, a la superficie de control correspondiente al movimiento longitudinal (elevador) de una aeronave y a los componentes asociados. En segundo lugar se define la misión del avión no tripulado, la configuración de los elementos de éste, así como también las condiciones de vuelo. Se obtiene el modelo del movimiento longitudinal del avión no tripulado a partir de las ecuaciones del movimiento, teniendo como base las derivadas de control y estabilidad, que definen totalmente la geometría, aerodinámica y condiciones de vuelo de la aeronave. El medio de análisis es desarrollado a partir de matrices en espacio estado, en un ambiente Matlab/Simulink. A partir de las matrices en espacio de estado se obtiene la respuesta dinámica del avión no tripulado en lazo abierto, teniendo como entrada deflexiones del elevador, para luego analizar el modelo del movimiento longitudinal en lazo cerrado correspondiente a un sistema de control denominado autopiloto de cabeceo, basado en requerimientos de control en dominio tiempo.*

INTRODUCCIÓN

Generalidades del vuelo de aeronaves

Existen fuerzas propias de la mecánica de vuelo de una aeronave y otras independientes, que actúan sobre la nave para que permanezca en vuelo. Entre ellas, cuatro son consideradas como básicas (Figura 1).

- *Sustentación*: Fuerza perpendicular a la trayectoria.
- *Arrastre*: Fuerza que se opone al movimiento.
- *Peso*: El efecto de la gravedad actuando sobre la masa del avión
- *Empuje*: La potencia del motor actuando por la hélice

Las fuerzas más importantes son generadas en el ala y la cola. Esta última es la encargada de balancear las cargas y de dar estabilidad longitudinal al avión. El balanceo, se refiere a la generación de una fuerza de sustentación que produce un momento respecto del centro de gravedad del avión, para equilibrar los momentos generados por el resto de la aeronave. La estabilidad, se refiere a la capacidad del avión a volver a su estado inicial, después de producida una perturbación. El avión debe ser longitudinal, direccional y lateralmente estable para que cumpla con los requerimientos internacionales y minimice las cargas sobre el piloto^{1,2}.

Los ejes de estabilidad de acuerdo a los ángulos de Euler para aeronaves dan lugar a los movimientos mostrados en la Figura 2. En la aviación, el control de un avión es la capacidad de respuesta del piloto al mando del avión. Para que un avión responda a los mandos de control, su estabilidad debe ser alterada. En cierto modo, la estabilidad y el control tienen características inversas, es decir, cuanto mayor es la estabilidad de un avión, menor es su controlabilidad desde el punto de vista del esfuerzo que debe realizar el piloto, y viceversa³.

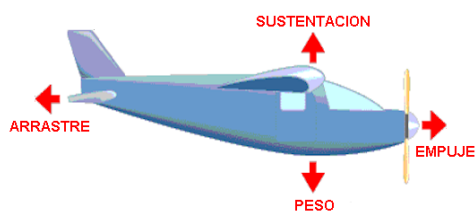


Figura 1 Fuerzas sobre un avión en vuelo nivelado

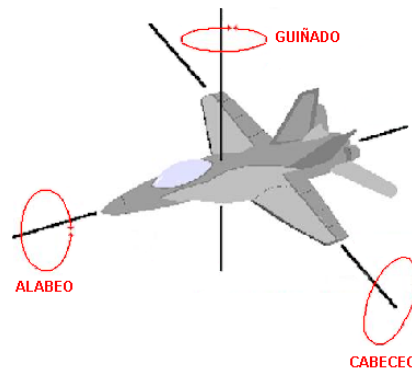


Figura 2 Movimientos de un avión

El control longitudinal se realiza sobre el ángulo de cabeceo, que corresponde al ángulo entre el eje longitudinal y un plano de referencia que corresponde comúnmente horizontal. La superficie de control de cabeceo, es el elevador, el cual es accionado por el servoelevador³.

Superficies de control de una aeronave

El movimiento longitudinal, es controlado por el elevador o timón de profundidad (Figura 4) y la variable controlada es el ángulo de cabeceo. El elevador está localizado sobre la cola horizontal de una aeronave (Figura 3), abisagrado al estabilizador horizontal, y alejado del centro de gravedad de ésta, para que al deflectarse, su fuerza produzca una inclinación angular. Se define como positiva la deflexión del elevador cuando éste baja según la cuerda media del ala³.

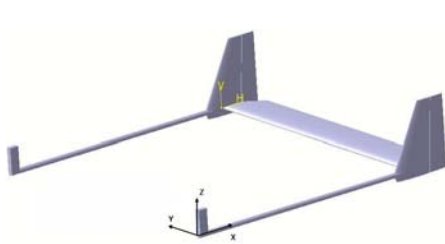


Figura 3 Empenaje del avión no tripulado

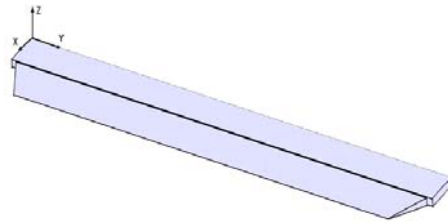


Figura 4 Estabilizador horizontal del avión no tripulado

Misión del avión no tripulado

La misión del avión no tripulado diseñado en el *Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción*, tiene propósitos civiles, con posibles aplicaciones en ámbitos como:

- Servicios de soporte en situaciones de emergencia
- Monitoreo ambiental de tierra, agua y aire
- Operaciones agrícolas y forestales
- Detección y seguimiento de incendios forestales
- Monitoreo de líneas eléctricas, de gas y petróleo

Configuración del avión no tripulado

La configuración general del avión no tripulado queda representada en la Tabla 1.

Tabla 1 Configuración del avión no tripulado

Peso (Kg)	70
Envergadura alas (m)	5.03
Cuerda media alas (m)	0.735
Largo total (m)	3.26
Diámetro fuselaje (m)	0.5
Potencia máxima requerida (HP)	12.9

El perfil aerodinámico de las alas corresponde al perfil *Wortmann fx-63137*, especial para bajos números de Reynolds. El perfil aerodinámico seleccionado para la cola vertical y horizontal, es el perfil simétrico *NACA 0009*.

Condiciones de vuelo del avión no tripulado

El análisis dinámico de este trabajo se basa en el vuelo crucero del avión no tripulado. Es decir se supone como estado de equilibrio antes de una perturbación un vuelo recto, estacionario y nivelado. La altitud de vuelo del avión no tripulado (h_v) se fija en $2000 [m]$ y se estima una velocidad de vuelo crucero ($V_{crucero}$) de $35 [m/s]$. Esto implica un número de Reynolds ($Re(V_c)$) de $1.23 \cdot 10^6$. La velocidad de pérdida de sustentación o velocidad de stall (V_{stall}) se estimó en $13.9 [m/s]$ teniendo como parámetro una distancia de aterrizaje del avión de $500 [pies]$. El número de Reynolds ($Re(V_s)$) correspondiente a esta velocidad es de $5.71 \cdot 10^5$.

DINÁMICA DEL AVION NO TRIPULADO

Para el análisis de las ecuaciones del movimiento y las derivadas de la estabilidad⁶, se considera el avión como un sistema dinámico por lo que son consideradas las influencias de la masa e inercia, y los efectos de amortiguamiento aerodinámico. En general, la dinámica del vuelo de una aeronave queda totalmente descrita por 9 ecuaciones diferenciales no lineales, altamente acopladas, las cuales describen las variables del movimiento. La linealización en torno a una condición de equilibrio reduce estas ecuaciones a un conjunto de 9 ecuaciones diferenciales lineales, altamente acopladas, sobre las cuales se realizan simplificaciones considerando la simetría de la aeronave y los efectos desacoplados de las fuerzas y momentos aerodinámicos. Esto usualmente lleva a una separación de las ecuaciones básicas del movimiento de un avión en dos grupos. Un grupo corresponde a las ecuaciones longitudinales del movimiento y el otro corresponde a las ecuaciones laterales-direccionales del movimiento. Al linealizar estas ecuaciones se asumen pequeños desplazamientos en las variables, representados por las entradas de control de los movimientos (elevador, alerón y timón)⁴.

Para la obtención de las ecuaciones del movimiento no lineales se realizan ciertas suposiciones en su derivación^{3,4}:

- La masa de la aeronave permanece constante durante el análisis dinámico
- El avión se considera como un cuerpo rígido.
- La tierra es plana, lo que conlleva a que la gravedad siempre apunta en la dirección vertical.
- Los ejes fijos al cuerpo del avión tienen origen en el centro de gravedad.
- La referencia fija a la tierra es tratada como referencia inercial.

De acuerdo a las ecuaciones del movimiento ya linealizadas y por simplicidad se asume que la línea de acción de la fuerza de empuje pasa por el centro de gravedad, no influyendo en los momentos de cabeceo, alabeo y guiñada. Además se supone que el movimiento

longitudinal es independiente del movimiento lateral-direccional. Las ecuaciones longitudinales linealizadas del movimiento para el control del elevador están dadas por³:

$$\left(m_1 \frac{d}{dt} - C_{xu} \right) u - \left(C_{x\dot{\alpha}} c_1 \frac{d}{dt} + C_{x\alpha} \right) \Delta\alpha - \left(C_{xq} c_1 \frac{d}{dt} + C_{x\theta} \right) \Delta\theta = C_{x\delta_e} \Delta\delta_e \quad (1)$$

$$-C_{zu} u + \left[\left(m_1 \frac{d}{dt} - C_{z\dot{\alpha}} c_1 \frac{d}{dt} \right) - C_{z\alpha} \right] \Delta\alpha - \left(m_1 \frac{d}{dt} + C_{zq} c_1 \frac{d}{dt} + C_{z\theta} \right) \Delta\theta = C_{z\delta_e} \Delta\delta_e \quad (2)$$

$$-C_{mu} u - \left(C_{m\dot{\alpha}} c_1 \frac{d}{dt} + C_{m\alpha} \right) \Delta\alpha + \frac{d}{dt} \left(I_{y1} \frac{d}{dt} - C_{mq} c_1 \right) \Delta\theta = C_{m\delta_e} \Delta\delta_e \quad (3)$$

Estas ecuaciones llevadas a espacio de estado tienen la siguiente forma:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (4)$$

$$Y = CX + DU \quad (5)$$

En la matriz de estado A (4×4) está representada tanto la geometría del avión no tripulado como también la aerodinámica y las condiciones de vuelo de éste. En la matriz de entrada B (4×1) está representada básicamente la geometría del estabilizador horizontal y de la superficie de control longitudinal (elevador), así como la aerodinámica de ésta última y su eficiencia. La matriz de salida C (4×4) corresponde a una matriz identidad así como la matriz de transmisión directa D (4×1) corresponde a una matriz nula.

El vector de estado X está dado por el sistema (6). El termino x_1 corresponde al cambio en la velocidad frontal (longitudinal) del avión. El termino x_2 corresponde al cambio en el ángulo de ataque del avión. El termino x_3 corresponde a la velocidad angular de cabeceo y finalmente el termino x_4 corresponde al cambio en el ángulo de cabeceo o actitud de cabeceo.

$$\begin{aligned} x_1 &= \Delta U \\ x_2 &= \Delta\alpha \\ x_3 &= q = \frac{d\Delta\theta}{dt} \\ x_4 &= \Delta\theta \end{aligned} \quad (6)$$

La respuesta de un avión depende de las condiciones iniciales y entradas de control. La respuesta para una serie de condiciones iniciales con una entrada de valor cero, corresponde a la respuesta libre. Ésta es un indicador del comportamiento transiente de la estabilidad dinámica del avión. Las condiciones iniciales son equivalentes a imponer perturbaciones repentinas como por ejemplo ráfagas de viento. La respuesta forzada es la solución de las ecuaciones del movimiento con condiciones iniciales con valor cero y una entrada no nula. Ésta es un indicador del comportamiento en estado estacionario del avión. La entrada para la respuesta forzada corresponde a un deflexión del elevador, por lo que para el caso longitudinal, tanto las funciones de transferencia como las matrices en espacio estado están

dadas con respecto a estas deflexiones. Las funciones comúnmente utilizadas en respuesta forzada para pruebas, son las funciones escalón e impulso.

Modos de oscilación del movimiento longitudinal

Los modos de oscilación característicos de aeronaves en la mayoría de las condiciones de vuelo son dos; un modo de periodo corto con un relativamente alto amortiguamiento y otro de largo periodo de oscilación con un amortiguamiento bajo. El primer tipo de oscilación es llamada oscilación de periodo corto y consta básicamente en variaciones en el ángulo de ataque y el ángulo de cabeceo con un ligero cambio en la velocidad frontal del avión. El segundo tipo de oscilación es llamada oscilación fugoide y consiste en variaciones en el ángulo de cabeceo y la velocidad frontal con el ángulo de ataque prácticamente constante. Este tipo de oscilación puede ser considerado básicamente como un intercambio entre energía cinética y potencial. Los valores propios del sistema obtenidos a partir de la matriz de estado son:

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= -0.027 \pm 0.339i \\ \lambda_{3,4} &= -10.9 \pm 9.13i\end{aligned}$$

Dado que las raíces complejas tienen la parte real negativa, la respuesta libre del avión no tripulado es estable y consiste en los dos movimientos oscilatorios descritos, superpuestos. Los valores de los factores de amortiguamiento y frecuencias naturales son los siguientes:

$$\begin{aligned}\xi_{1,2} &= 0.0793 & \omega_{n1,2} &= 0.34 \text{ rad / s} \\ \xi_{3,4} &= 0.767 & \omega_{n3,4} &= 14.2 \text{ rad / s}\end{aligned}$$

RESPUESTA LONGITUDINAL FORZADA DEL AVION NO TRIPULADO

La respuesta longitudinal forzada de una aeronave tiene como objetivo el análisis ante una deflexión del elevador. Para el caso de la respuesta forzada de la aeronave en estudio, se trabajó a partir de un modelo del movimiento longitudinal del avión no tripulado realizado mediante un sistema de cuarto orden en espacio de estado. Esto se refiere a la planta del sistema, sin embargo también se considera en el análisis la función de transferencia del actuador. En el diagrama de bloques del sistema en lazo abierto (Figura 6), el servosistema del elevador está representado por un retraso de primer orden con una constante de tiempo de $\tau = 1/a$. El parámetro “ a ” caracteriza el tiempo de respuesta del servosistema y usualmente se encuentra en un rango de 10 a 20³. Para el diseño se asume una constante de tiempo $a = 10$ y por lo tanto $\tau = 0.1$. El signo de la función de transferencia del servosistema se elige negativo con el fin de poder crear un sistema con retroalimentación negativa⁵. La entrada utilizada para la mayor parte del análisis longitudinal corresponde a una entrada escalón unitario. En la respuesta forzada en lazo abierto, esta entrada corresponde a una deflexión del elevador, y en el control en lazo cerrado, a un ángulo de cabeceo de referencia.

Modelo longitudinal del movimiento del avión no tripulado

El modelo realizado para el análisis dinámico forzado, corresponde a un modelo lineal, obtenido de las ecuaciones del movimiento longitudinal y consiste básicamente en la creación de un subsistema con el desarrollo de las matrices en espacio estado. El modelo fue realizado utilizando un ambiente *Matlab/Simulink*, es decir la interfaz gráfica se realizó en *Simulink*, teniendo como base un archivo de *Matlab* en que se encuentran los parámetros utilizados por el modelo.

El subsistema de *Simulink*, base del análisis longitudinal se muestra en la Figura 5. De la figura del subsistema se aprecian, las matrices de espacio de estado utilizadas para el análisis.

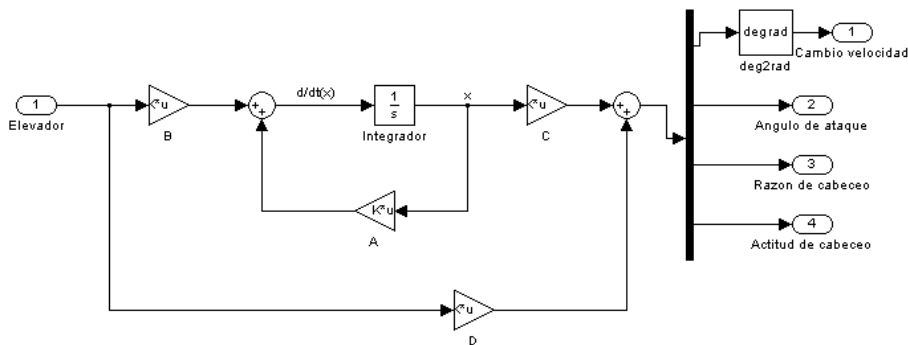


Figura 5 Subsistema base del modelo longitudinal

Con este subsistema se crea el modelo, que tiene como finalidad el análisis de las respuestas forzadas de la aeronave, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.

Para el caso longitudinal se tiene una entrada, que corresponde a la deflexión del elevador y cuatro salidas correspondientes a las variables del vector de estado. De acuerdo a esto, la representación del sistema en lazo abierto a analizar se aprecia en la Figura 6:

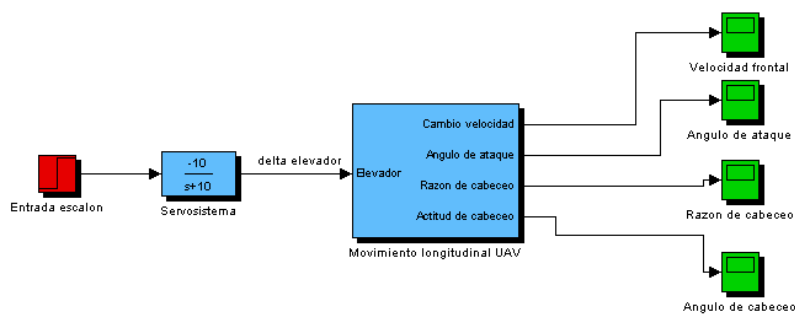


Figura 6 Modelo longitudinal en lazo abierto

En lazo abierto, y ante una entrada escalón, el elevador se mantiene deflectado en la amplitud impuesta, llegando a un nuevo equilibrio para el sistema. La amplitud para el caso de la entrada escalón corresponde a una deflexión del elevador de un grado.

Requerimientos impuestos en el diseño del controlador longitudinal

Una regulación que da una clasificación cuantitativa de los requerimientos de la oscilación de una aeronave pilotada, es la norma *MIL-F-8785C* de la fuerza aérea de los Estados Unidos⁷. Esta norma divide tanto los niveles de vuelo como las categorías de vuelo en que se encuentran. De acuerdo al nivel de vuelo que se necesita y a la categoría de vuelo en que se encuentra el avión, se dan especificaciones de los requerimientos de frecuencia natural y factor de amortiguamiento que deben existir en la oscilación fugoide y de periodo corto. En la literatura no se encuentra una norma cuantitativa de calidades de vuelo para aviones no tripulados, por lo que esta norma es utilizada para analizar la calidad de vuelo del avión no tripulado, en lazo abierto. Al aplicar un controlador al avión no tripulado, no se asegura que se mantengan las mismas oscilaciones que se producen ante una situación libre y/o en lazo abierto, por lo que se utilizan requerimientos de diseño estándar en el dominio tiempo, y en algunos casos, recomendaciones de diseño estándar en el dominio frecuencial. Los requerimientos de diseño en el dominio tiempo están basados tanto en otros sistemas de control similares como en el criterio del diseñador. Los parámetros principales en este caso son el tiempo de asentamiento del avión no tripulado, el sobrepaso máximo y el error en estado estacionario. Los requerimientos de diseño estándar en el dominio tiempo y las recomendaciones en el dominio frecuencial se muestran a continuación (Tabla 2).

Tabla 2 Requerimientos de diseño

Sobrepaso máximo	Menor a un 10 %
Tiempo de subida	Menor a 2 segundos
Tiempo de retardo	Menor a 15 segundos
Error en estado estacionario	Menor a un 2 %
Margen de fase	Mayor a 30 (deg)
Margen de ganancia	Mayor a 6 (dB)

Los requerimientos de la norma *MIL-F-8785C* se utilizan solo para verificar los niveles de vuelo del sistema sin controlador, y corregir si fuese necesario el sistema base del estudio para partir el análisis de los controladores con niveles de vuelo óptimos.

Respuesta longitudinal forzada en lazo abierto del avión no tripulado

La respuesta de la actitud de cabeceo (Figura 7), muestra que el sistema es dinámicamente estable, es decir converge a un valor en estado estacionario.

Para el cambio en el ángulo de cabeceo se tiene una amplitud máxima de -8.16 (deg) correspondiente a un tiempo igual a 4.7 segundos. El tiempo de estabilización de la oscilación es de 145 segundos utilizando un criterio estandarizado de un 2% del valor de estabilización. El valor en que se estabiliza el ángulo de cabeceo es de -0.525° , lo que corresponde a un nuevo equilibrio del sistema. En este caso tanto la amplitud máxima de la oscilación como el tiempo de estabilización es excesivo, pensando que el elevador está sólo un grado deflectado. Se tiene por lo tanto, un porcentaje de sobrepaso máximo excesivo. El tiempo de

estabilización de la planta en cabeceo conlleva a oscilaciones excesivamente prolongadas en el tiempo, que aunque no lleva al avión a esfuerzos estructurales críticos, se debe realizar constantemente un trabajo para mantener a éste en un vuelo recto y nivelado. Se tiene un error en estado estacionario de 1.53 (deg) que corresponde a un 153% de error con respecto a la entrada (un grado). De acuerdo a la normativa de la fuerza aérea de los Estados Unidos (*MIL-F-8785C*) y para un categoría de vuelo clase B, el factor de amortiguamiento para el movimiento oscilatorio fugoide debe ser mayor a 0.04 . El factor en este caso es 0.079 , por lo que se está en un nivel de vuelo *clase 1*, para este modo de oscilación.

El movimiento oscilatorio de periodo corto del avión no tripulado debe tener un factor de amortiguamiento en un rango entre 0.3 y 2 , y una frecuencia natural del movimiento en un rango entre 1.353 (rad/s) y 8.8 (rad/s), para estar en un nivel de vuelo *clase 1*. El factor de amortiguamiento de la oscilación de periodo corto es 0.767 , por lo que en este caso se traduce en que la oscilación con respecto al amortiguamiento esta en un nivel de vuelo *clase 1*. Para el caso de la frecuencia natural, esta tiene un valor de 14.2 (rad/s) lo que conlleva a un nivel de vuelo *clase 2*, lo que se traduce, de acuerdo a la norma, en una calidad de vuelo adecuada para cumplir la misión, pero con un aumento en las cargas sobre el piloto y/o una degradación en la efectividad de la misión .

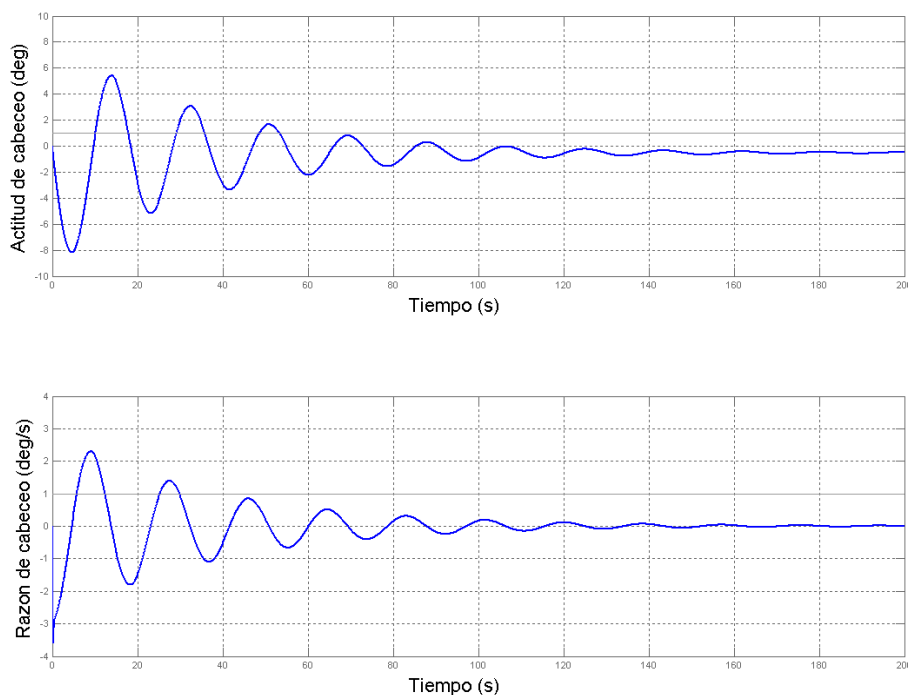


Figura 7 Respuesta forzada en lazo abierto del avión no tripulado

En este caso se tienen dos opciones, la primera es cambiar la ubicación de la carga útil del avión con el fin de disminuir la frecuencia natural de la oscilación de periodo corto. Esto se produce dado que la frecuencia natural de periodo corto depende directamente de la distancia

desde el centro de gravedad al centro aerodinámico del avión, por lo que variando el primero la frecuencia puede ser ajustada. Si disminuye la derivada de estabilidad longitudinal C_{ma} , disminuye la frecuencia natural de periodo corto, sin embargo pueden aumentar las amplitudes de la oscilación, el tiempo de estabilización y el error en estado estacionario⁵.

La segunda opción consiste en crear un sistema retroalimentado con el fin de regular totalmente la oscilación y sus parámetros (amortiguamiento y frecuencia natural).

La razón de cabeceo corresponde a la velocidad con que varia el ángulo de cabeceo (velocidad angular en cabeceo). En este caso se tiene una amplitud máxima de la velocidad angular de 3.21 (deg/s) en un tiempo igual a 0.285 segundos. La aceleración angular es en este caso alta para los primeros segundos después de aplicada la deflexión del elevador. La razón de cabeceo se estabiliza en cero con un tiempo de estabilización de 140 segundos.

Autopiloto de cabeceo del avión no tripulado

Los autopilotos son sistemas de control utilizados para establecer y mantener condiciones de vuelo deseadas, sin intervención del piloto en caso de aeronaves tripuladas. Existen autopilotos de variados tipos y grados de sofisticación que realizan diferentes funciones. Comúnmente son utilizados para mantener la actitud en cabeceo, altitud, número de Mach y aterrizaje⁵. Se trata principalmente de sistemas de control electrónicos que emplean una retroalimentación u operación en lazo cerrado. El estado actual de la aeronave es medido y eléctricamente retroalimentado para ser comparado con el estado deseado. La diferencia o señal de error es amplificada y utilizada para posicionar de forma adecuada las superficies de control, llevando la señal de error a un mínimo dependiendo de las características de control deseadas. El elemento principal del autopiloto es un elemento sensor llamado giro (giroscopio). Cuando existe una desviación de la condición preseleccionada, el giroscopio capta el cambio y genera una señal eléctrica, proporcional al ángulo de inclinación o cabeceo (θ), que es amplificada y utilizada por los servosistemas que mueven apropiadamente la superficie de control en la forma deseada.

La función de transferencia del sensor se modela en general como una ganancia pura, debido a que la frecuencia de corte más baja de la función de transferencia del giro es mucho más alta que la frecuencia de corte más alta de la función de transferencia de la planta en cabeceo^{2,5}.

De acuerdo a esto la función de transferencia del giroscopio está dada por:

$$G_{giro}(s) = 1$$

Para el análisis en lazo cerrado se utilizará un autopiloto con retroalimentación de razón de cabeceo^{5,8}, que consta de dos lazos (Figura 8). Para este tipo de autopiloto, la derivada de la señal de salida es aprovechada para mejorar el comportamiento del sistema (principalmente para darle un adecuado amortiguamiento al sistema). En este dispositivo, la señal de velocidad, junto con la de posición, se realimentan a la entrada para producir una señal de error.

El servosistema queda representado de la misma forma que en lazo abierto, es decir como un sistema de retraso de primer orden con signo negativo. La planta en cabeceo esta representada por el modelo del movimiento longitudinal, y la ganancia $K1$ del lazo exterior representa una amplificación de la señal. En el diagrama del lugar de las raíces del lazo interior (Figura 9) se toman dos valores de sensibilidades para el giro de velocidad angular. El primer valor corresponde a $0.162 \text{ volt}/(\text{deg}/\text{s})$ y el segundo a $2 \text{ volt}/(\text{deg}/\text{s})$.

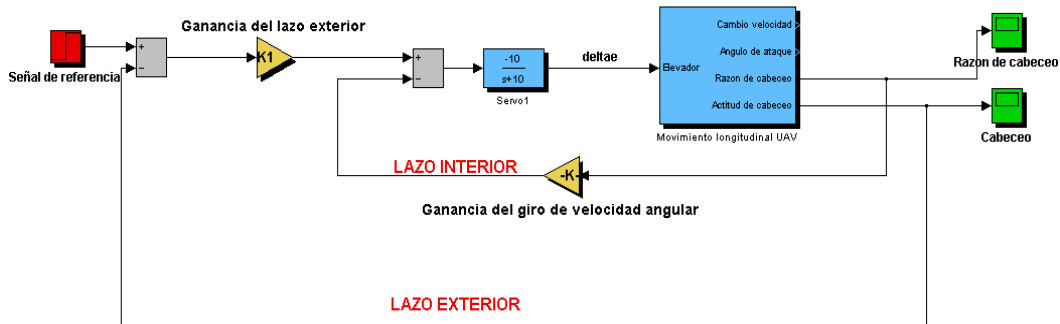


Figura 8 Modelo del autopiloto de cabeceo del avión no tripulado

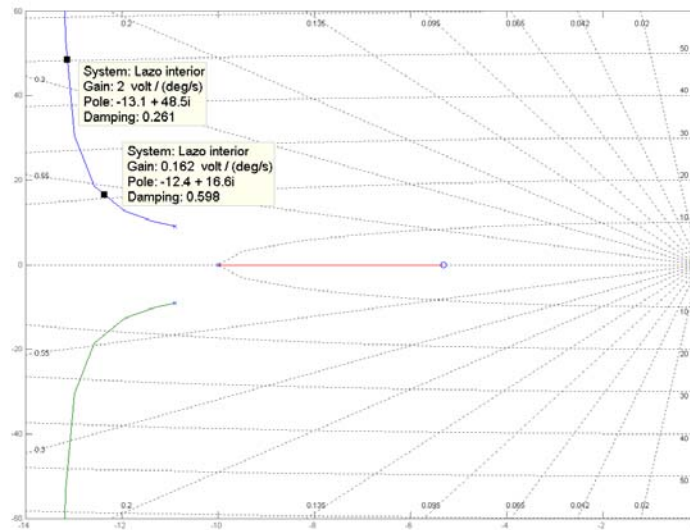


Figura 9 Diagrama del lugar de las raíces del lazo interior

Mientras mayor es la ganancia del lazo interior, mayor es la ganancia permitida para una estabilidad neutra en el lazo exterior, sin embargo, al aumentar las ganancias aumentan también las frecuencias naturales del sistema y disminuyen los factores de amortiguamiento. Es por esto que se eligieron estos dos valores. El valor de la ganancia del giro de velocidad angular igual a $0.162 \text{ volt}/(\text{deg}/\text{s})$, posee un factor de amortiguamiento alto, sin embargo al

cerrar el lazo exterior, el rango de variación de la ganancia de este lazo es muy limitado. Por el contrario, al aumentar la ganancia a $2 \text{ volt}/(\text{deg/s})$, el sistema posee un factor de amortiguamiento mas bajo y frecuencia natural mas alta que el anterior, sin embargo existe un rango de variación de la ganancia para el lazo exterior mucho más amplio. Esto se aprecia claramente en el lugar de las raíces del lazo exterior (Figura 10), para ambos valores de ganancia del lazo interior. Como era de esperar la ganancia critica mas alta en el lazo exterior, corresponde a la ganancia mas alta en el lazo interior, es decir a $2 \text{ volt}/(\text{deg/s})$. La frecuencia natural de esta ganancia critica es la mas alta y posee un valor de 50.3 (rad/s) , así como el valor del factor de amortiguamiento es el mas bajo con un valor igual a 0.00185 . La menor ganancia critica del lazo exterior corresponde al sistema con una ganancia interior de $0.162 \text{ volt}/(\text{deg/s})$ de acuerdo a los valores analizados. Este sistema posee una frecuencia natural para la ganancia critica de 21.8 (rad/s) y un factor de amortiguamiento de 0.000297 .

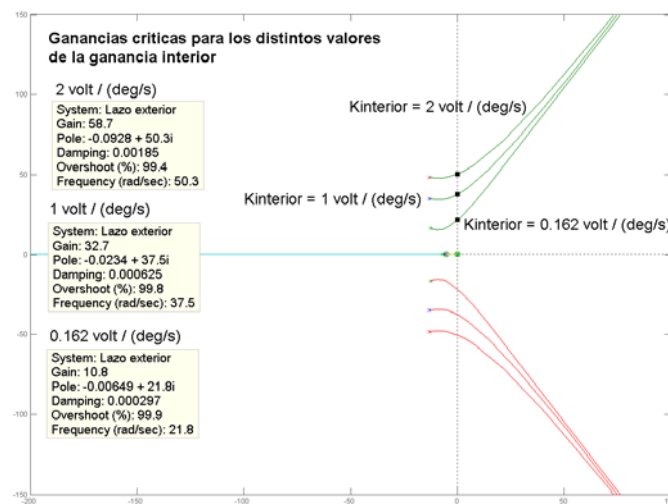


Figura 10 Diagrama del lugar de las raíces del lazo exterior

En la Tabla 3, se puede apreciar comparativamente el rango de ganancias del lazo exterior, de acuerdo a una ganancia del lazo interior.

Tabla 3 Rango de ganancia del lazo exterior con distintos valores de la ganancia del lazo interior

Ganancia del lazo interior K interior	Ganancia del lazo exterior para $\zeta = 0.15$	Ganancia critica del lazo exterior K critica lazo exterior
2	24.5	58.7
1	17.1	32.7
0.162	6.08	10.8

Principalmente debido al rango mas amplio de ganancia del lazo exterior, obtenido para una ganancia del giro de velocidad angular mayor, se elige la ganancia del giro de velocidad

angular de cabeceo igual a $2 \text{ volt}/(\text{deg}/\text{s})$. Los parámetros de la oscilación en función de la ganancia del lazo exterior están dados por las curvas de la Figura 11 .

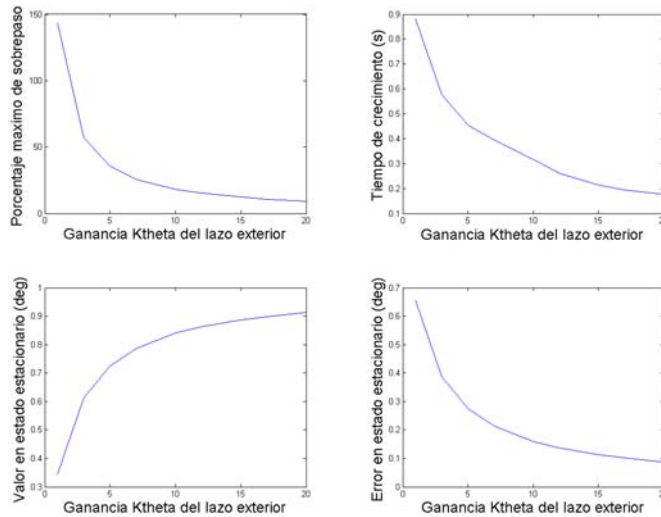


Figura 11 Parámetros de la oscilación en función de la ganancia del lazo exterior

Como se aprecia en la Figura 11, tanto el porcentaje de sobrepaso máximo como el tiempo de crecimiento y el error en estado estacionario de la oscilación disminuyen, al aumentar la ganancia proporcional, sin embargo al llegar el error en estado estacionario a 0.07 (deg) , permanece con este valor constante al continuar aumentando la ganancia del lazo exterior K_{θ} .

Debido principalmente al error en estado estacionario remanente en el sistema y al ajuste necesario de las oscilaciones, es necesario implementar un control de tipo proporcional-integral⁹ (Figura 12) .

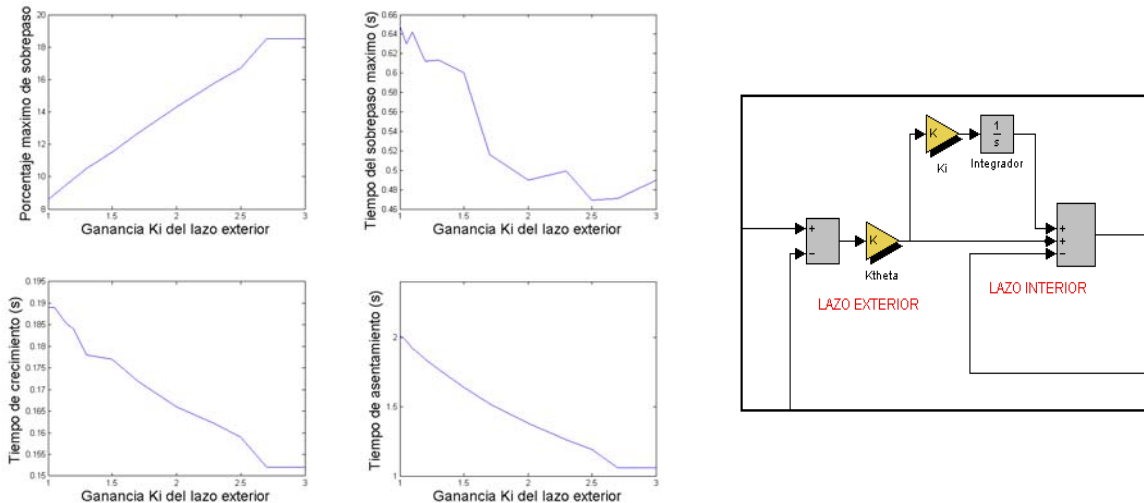


Figura 12 Control integral aplicado en el lazo exterior

Debido a los requerimientos de diseño a cumplir se elige una ganancia del controlador integral igual a $K_i = 1.2$, con lo que el sistema puede ser bien controlado. La respuesta final del controlador longitudinal se presenta en la Figura 13.

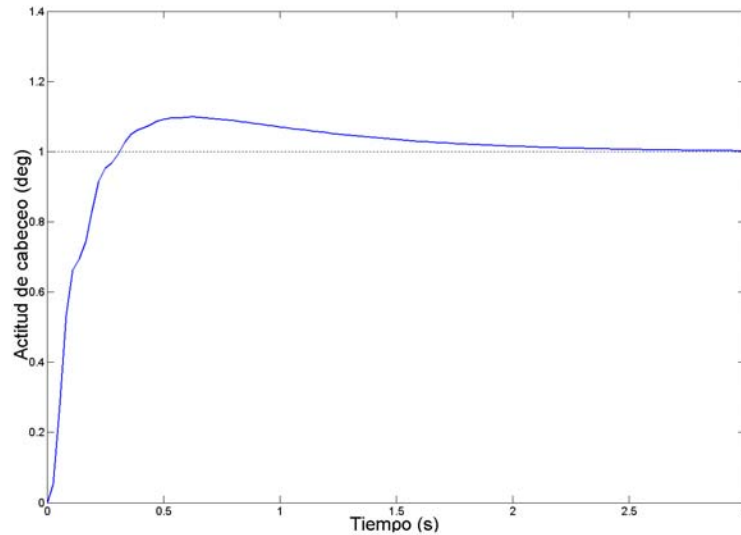


Figura 13 Respuesta del ángulo de cabeceo con autopiloto ante entrada escalón unitario

Las características dinámicas de la repuesta del controlador final de cabeceo están dadas por la Tabla 4.

Tabla 4 Valores de la oscilación con autopiloto

Porcentaje máximo de sobrepaso	Tiempo de estabilización	Tiempo de subida	Error en estado estacionario
9.87 %	1.84 (s)	0.184 (s)	0 %

CONCLUSIÓN

El modelo del movimiento longitudinal realizado en este trabajo, corresponde a un modelo lineal, basado en espacio de estado y linealizado en torno a una posición de equilibrio correspondiente a un vuelo crucero recto, estacionario y nivelado. Esta condición de equilibrio corresponde al vuelo del avión no tripulado antes de ser perturbado, es decir antes de aplicar, ya sea condiciones iniciales en el vuelo o entradas de las superficies de control. Es por esto que el análisis es válido sólo para esta condición de vuelo (antes de una perturbación), correspondiente a la mayor parte del tiempo de vuelo del avión no tripulado.

La respuesta forzada para el ángulo de cabeceo converge a un valor en estado estacionario, es decir es dinámicamente estable, con lo que se ratifica la estabilidad estática en cabeceo. Debido al tipo de aeronave del análisis, se torna imprescindible un sistema de control de

cabeceo, independiente de la calidad de vuelo sin éste, por lo que basado en los requerimientos en dominio tiempo se realiza un control en lazo cerrado. Los parámetros de la oscilación con mayor importancia corresponden al tiempo de asentamiento y al error en estado estacionario, debido nuevamente a la naturaleza de la aeronave. En la respuesta del autopiloto de cabeceo se aprecia el cumplimiento de los requerimientos necesarios, para el vuelo crucero del avión no tripulado quedando controlado el movimiento longitudinal.

REFERENCIAS

- [1] Pettinelli R. Enzo., *Diseño Conceptual de un Avión no Tripulado y Análisis Básico de Estabilidad y Control de una Aeronave.*, Informe Proyecto de Ingeniería Mecánica., Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica., Julio del 2002.
- [2] Pettinelli R. Enzo., *Diseño del sistema de control de un avión no tripulado*, Informe de Memoria de Título., Universidad de Concepción, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica., Enero del 2003.
- [3] Bandu N. Pamadi., *Performance, Stability, Dynamics, and control of Airplanes.*, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia., AIAA education series.
- [4] Uy-Loi-Ly., *Stability and Control of Flight Vehicle*, Department of Aeronautics and Astronautics, Box 352400, University of Washington, Seattle., September 29, 1997.
- [5] Blakelock, John H., *Automatic Control of Aircraft and Missiles.*, USAF, Air Force Institute of Technology., Wiley-Interscience publication, second edition, 1991.
- [6] Roskam, Jan., *Airplane Design Part VI: Preliminary Calculation of Aerodynamic Thrust and Power Characteristics.*, The University of Kansas, Lawrence., 2000.
- [7] Roskam, Jan., *Airplane Design Part VII: Determination of Stability, Control and Performance Characteristics: FAR and Military Requirements.*, The University of Kansas, Lawrence., 2002.
- [8] Nelson, Robert C., *Flight Stability and automatic control.*, Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame., McGraw Hill, second edition, 1998.
- [9] Ogata, Katsuhiko; *Ingeniería de Control Moderna*; Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S.A., Segunda edición 1993.