

## CALIBRACIÓN Y ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE DE LOS PARÁMETROS DE UN MODELO ANALÍTICO DE LA DISTRIBUCIÓN DE FLUJO EN PLANICIES DE INUNDACIÓN

Juan F. Weber<sup>1,2</sup> y Pablo G. Del Prete<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Hidráulica, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba – Av. Vélez Sarsfield 1601 – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina – e-mail: jweber@efn.uncor.edu

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional – Maestro Torres esq. Cruz Roja – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina

<sup>3</sup> Departamento de Aeronáutica, FCEfYN - UNC – Av. Vélez Sarsfield 1601 – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina – e-mail: delprete@ets.unc.edu.ar

**Palabras clave:** calibración automática, hidráulica de canales, flujo en secciones compuestas.

**Resumen.** *Se presentan los resultados de la calibración de los parámetros de la solución analítica de Shiono y Knight a la ecuación del Lateral Distribution Method (LDM) para la representación del perfil transversal de velocidades en cauces con planicies de inundación, siendo éste un modelo que, para la geometría típica de un canal de sección compuesta, deviene en un modelo de seis (6) parámetros. Los datos experimentales utilizados corresponden al SERC Flood Channel Facility (HR Wallingford, UK). Se analiza la variación en los valores óptimos de los parámetros calibrados en función del número de parámetros seleccionado, variando éste entre tres y cinco; se ponen en evidencia a su vez los parámetros con mayor incertidumbre en su estimación, y con mayor influencia en la exactitud de la predicción del perfil transversal de velocidades. Se muestran además los resultados de una calibración automática de múltiples parámetros, discutiendo la consistencia física de los valores óptimos hallados. Se presenta el algoritmo de búsqueda utilizado, mostrando además las limitaciones que el mismo presentó en el desarrollo del trabajo. Se muestran y analizan, finalmente, las diferencias existentes entre los valores optimizados automáticamente y los valores de referencia de la bibliografía.*

## 1 INTRODUCCIÓN

La estimación de la capacidad de descarga y la distribución de flujo en canales de sección compuesta, típicamente constituidos por un cauce principal (en funcionamiento todo el año), y las planicies de inundación (ocupadas por el agua sólo en épocas de crecida) ha sido tema de interés de la Hidráulica y la Hidrología de los ríos de llanura. Los procesos de transferencia de cantidad de movimiento entre cauce principal y planicies de inundación limitan la aplicación de los tradicionales métodos unidimensionales (ecuación de Manning), derivando en soluciones más complejas. Una de ellas es la que se basa en la integración de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del flujo (ecuación de Navier – Stokes) en combinación con la ecuación de continuidad, para un flujo permanente y uniforme, asumiendo como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino o de Boussinesq, y que da lugar a la ecuación diferencial del denominado método de la distribución lateral (LDM, por sus siglas en inglés):

$$\rho g S_0 Y - \frac{f}{8} \rho V^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} + \frac{d}{dy} \left[ \rho \lambda \sqrt{\frac{f}{8}} Y^2 V \frac{\partial V}{\partial y} \right] = 0 \quad (1)$$

en la cual:

$\rho$  = densidad del fluido

$g$  = aceleración de la gravedad

$S_0$  = pendiente longitudinal del lecho

$Y$  = profundidad de flujo

$V$  = velocidad del flujo

$y$  = coordenada horizontal medida transversal a la corriente (ver Figura 1)

$s$  = talud lateral

$f$  = coeficiente de fricción de Darcy

$\lambda$  = viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq.

En el desarrollo de esta ecuación se asumió que la tensión de corte turbulenta en un plano vertical paralelo a la corriente vale:

$$\tau_{yx} = \rho \epsilon_{yx} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2)$$

La ecuación (2) constituye el modelo de Boussinesq de turbulencia<sup>1</sup>.

La ecuación diferencial ordinaria (1) puede resolverse numéricamente<sup>2</sup>, o bien analíticamente<sup>3</sup> en la hipótesis de que el fondo es horizontal o de variación lineal en la transversal.

## 2 SOLUCION ANALITICA

Shiono y Knight<sup>3</sup> obtienen las siguientes soluciones analíticas de la ecuación (1):

- Para fondo plano (horizontal) ( $s \rightarrow \infty$ ):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_1 e^{\eta y} + b_1 e^{-\eta y} + \frac{8gS_0 Y}{f}} \quad (3)$$

- Para fondo lineal (inclinado) ( $0 < s < \infty$ ):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_2 Y^\psi + b_2 Y^{-\psi-1} + \omega Y} \quad (4)$$

en estas ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sqrt[4]{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y} \quad (5)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda} \sqrt{8f}} - \frac{1}{2} \quad (6)$$

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}} \quad (7)$$

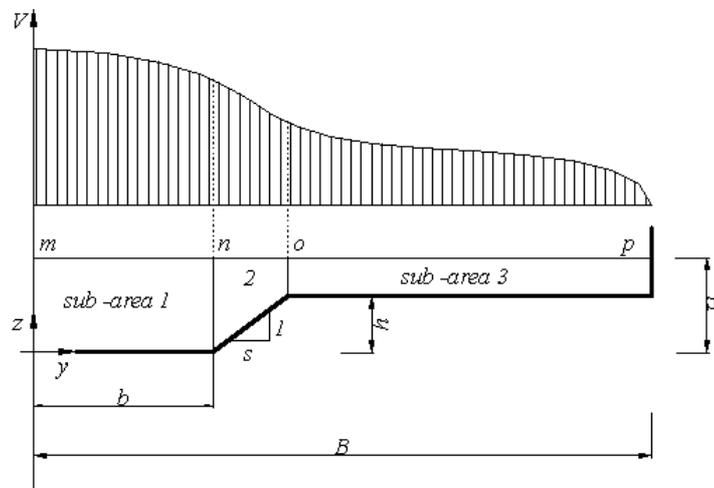


Figura 1. Sección transversal típica de un canal de sección compuesta

En las ecuaciones (3) y (4), los coeficientes  $a_i$  y  $b_i$  se obtienen al plantear las condiciones de contorno que corresponden a la de no deslizamiento en los contornos rígidos y las de continuidad de la función velocidad en cada cambio de pendiente transversal del fondo, llegando de ese modo a un sistema lineal de ecuaciones que permite calcular los valores de estos coeficientes.

A partir de la ecuación (1), o de las (3) y (4), es posible ver que para un tramo de la sección

transversal determinado, el modelo analítico a utilizar tiene dos parámetros, uno que pondera la fricción con el contorno fijo (parámetro  $f$ ) y otro que considera la difusión de *momentum* (parámetro  $\lambda$ ). En realidad, para una geometría como la representada en la Figura 1, el modelo completo de la sección posee seis parámetros, dos por cada subsección (3 valores de  $f$  y 3 valores de  $\lambda$ ).

### 3 DATOS EXPERIMENTALES

La serie de casos de estudio está constituida por 8 casos experimentales desarrollados en el Flood Channel Facility (FCF) en Hydraulics Research, Wallingford, Reino Unido.

El Flood Channel Facility (FCF) es una instalación a gran escala diseñada para estudiar el flujo en ríos y canales de sección compuesta.

El SERC Flood Channel Facility (SERC-FCF) consiste en un canal de 56 m de longitud, 10 m de ancho y con una capacidad de 1,1 m<sup>3</sup>/s. Dispone de lados móviles lo cual le permite modelar diversas geometrías. A su vez es posible modificar la rugosidad y la permeabilidad del mismo. El caudal se mide a través de placas con orificios calibrados. El nivel aguas abajo es controlado por medio de 5 compuertas regulables. Una buena descripción de esta importante instalación experimental fue hecha por Knight y Sellin<sup>4</sup>.

A los fines de este trabajo se consideran 8 experimentos, que dan lugar a los 8 casos mencionados, y que pueden ser clasificados en dos grupos:

- El grupo n° 1 (casos 1 a 5) corresponde a un semiancho total  $B$  de 3,15 m, la cual conduce a una relación  $B/b = 4,2$ .
- El grupo n° 2 (casos 6 a 8) corresponde a un semiancho total  $B$  de 1,65 m, la cual conduce a una relación  $B/b = 2,2$ .

### 4 CRITERIOS DE CALIBRACION

Se fijaron 3 criterios de calibración, los cuales se pasa a detallar:

Criterio 1: el parámetro de fricción elegido es el  $n$  de Manning, el cual se transforma en el  $f$  de Darcy a través de la relación

$$f = \frac{8gn^2}{\sqrt[3]{Y}} \quad (8)$$

En trabajos anteriores<sup>5,6</sup> ha sido demostrado que para la serie de datos experimentales en cuestión, el valor de  $n$  puede asumirse razonablemente constante e igual a 0,0104; a partir de este valor pueden determinarse los valores de  $f$  correspondientes a cada subsección, de modo que sólo restan por calibrar 3 parámetros,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ .

Criterio 2: se asume nuevamente como parámetro de fricción al  $n$  de Manning, que será constante para toda la sección, pero su valor se determinará por calibración en conjunto con los valores  $\lambda$ . De este modo, surgen 4 parámetros de calibración.

Criterio 3: se asume como parámetro de fricción el  $f$  de Darcy, y a su vez se consideran dos valores en la sección: uno para el canal principal (subsecciones 1 y 2), y otro para la planicie

de inundación (subsecciones 3 y 4). De este modo, surgen 5 parámetros a calibrar.

En los tres casos, se buscó minimizar la función objetivo (MSE) constituida por el error medio cuadrático entre los valores calculados y los valores medidos de la velocidad:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (V_m - V_c)^2 \quad (9)$$

La búsqueda de los valores óptimos que minimizan la función objetivo definida en (9) se realizó por el denominado método directo, el cual consiste en subdividir el dominio de valores posibles de los parámetros en una grilla regular, y calcular el valor de MSE en cada punto de la grilla, conservando la posición del menor valor de la función. Si bien es una técnica rudimentaria de optimización, se considera suficiente para el problema analizado, justificándose su uso a través del empleo que otros autores hacen de la misma en diversos campos de la Hidráulica y la Hidrología<sup>7</sup>.

#### 4.1 Criterio 1

Como se dijo anteriormente, el valor del  $n$  de Manning se asumió constante e igual a 0,0104, quedando como variables a calibrar los valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ .

Como paso previo a aplicar el criterio 1 se calcularon los valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  con expresiones empíricas de la referencia bibliográfica<sup>3</sup> donde  $\lambda_3$  es función de  $\lambda_2$ , así se consiguió acotar los intervalos de búsqueda de cada parámetro para generar la grilla utilizada en el criterio 1.

Luego se corrigieron esos intervalos mediante la observación de las gráficas de isolíneas, ver Figura 2, hasta alcanzar un valor mínimo de MSE y se almacenaron los valores óptimos de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  correspondientes, ver Tabla 1. Con estos valores se trazó el perfil de velocidad calculado con las ecuaciones (3) y (4), y contrastó con los valores medidos, cuadrante superior derecho de la Figura 2.

Esto se realizó para los 8 casos, la Figura 2 se refiere al caso 1.

Para todos los casos se consiguieron mejores resultados que los obtenidos aplicando las expresiones empíricas<sup>3</sup> antes mencionadas.

Tabla 1: Valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  óptimos calculados para cada caso utilizando el criterio 1.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	CASO 7	CASO 8
$\lambda_1$	0,5600	0,6600	0,8750	0,7800	0,6600	0,2700	0,6600	0,3800
$\lambda_2$	0,1700	0,1570	0,1575	0,1350	0,1240	0,2400	0,1900	0,1375
$\lambda_3$	15,0000	5,2000	3,0000	2,9000	10,5000	7,1000	1,1000	0,8000

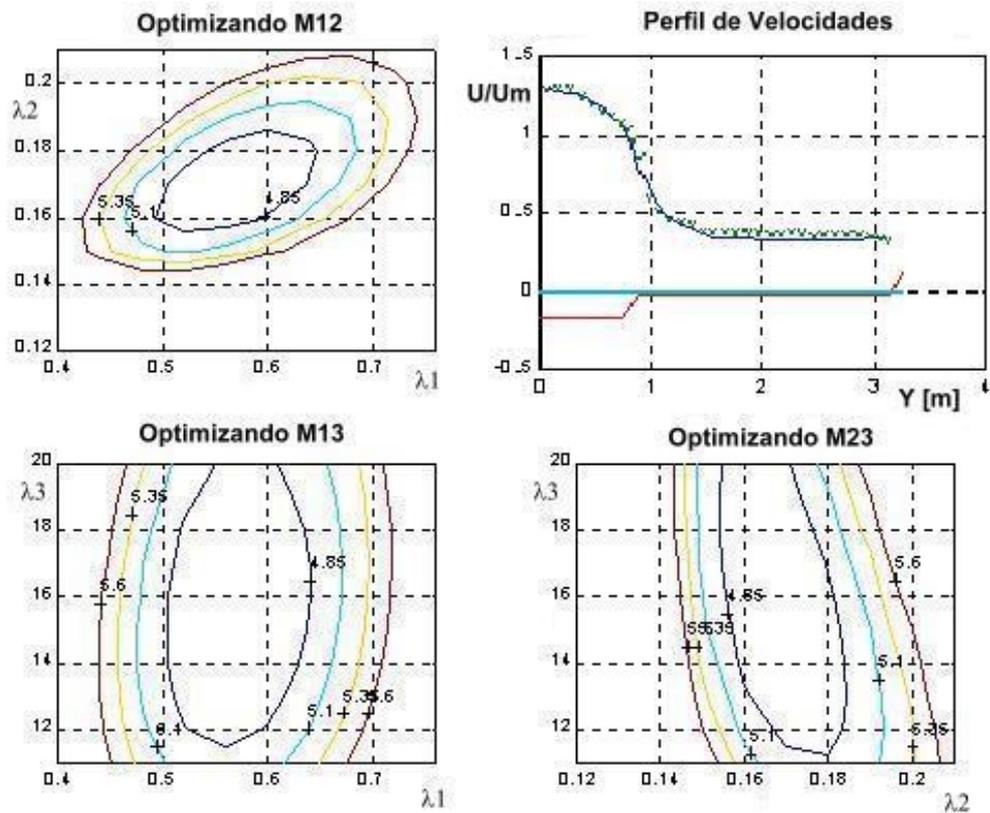


Figura 2. Isolíneas de la función objetivo MSE en función de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  y perfil de velocidades adimensionalizado calculadas y medidas correspondiente al caso 1. Según Criterio 1

#### 4.2 Criterio 2

Para este criterio el  $n$  de Manning se asumió constante en la sección pero su valor se determinó por calibración, es decir que se calibraron simultáneamente 4 parámetros.

Para encontrar el mínimo valor de MSE, se tuvieron en cuenta los valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  calculados con el criterio 1 para determinar los intervalos de búsqueda de la grilla de cálculo.

Tabla 2 : Valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  y  $n$  óptimos calculados para cada caso utilizando el criterio 2.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	CASO 7	CASO 8
$\lambda_1$	1,3000	1,1000	1,4000	1,5750	1,8500	0,0510	0,1200	0,1800
$\lambda_2$	0,1700	0,1650	0,1650	0,1650	0,1500	0,2100	0,1700	0,1380
$\lambda_3$	6,0000	2,5000	1,2000	0,3000	0,5000	9,5000	2,6000	2,0000
$n$	0,0094	0,0098	0,0098	0,0095	0,0093	0,0110	0,0116	0,0110

Para la definición de la grilla de búsqueda correspondiente al  $n$  de Manning se tuvo en

cuenta el valor utilizado en el criterio 1 y los límites físicos de ese parámetro ( $0.009 < n < 0.013$ ). Como en el criterio 1, mediante la observación de las superficies de igual valor de MSE (ver Figura 3), se determinaron los valores óptimos de los 4 parámetros en cuestión. En la Tabla 2 se muestran los valores óptimos de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  y  $n$  correspondientes al mínimo MSE conseguido con el criterio 2.

En la Figura 3 se puede ver las "isolíneas" (superficies de igual valor de MSE) y el perfil de velocidad calculado versus los datos medidos correspondiente al caso 1.

Para todos los casos se mejoraron los resultados alcanzados con el criterio 1 obteniendo valores de MSE menores y en consecuencia un mejor ajuste en el perfil de velocidades calculado con respecto a los valores medidos (ver Figura 3).

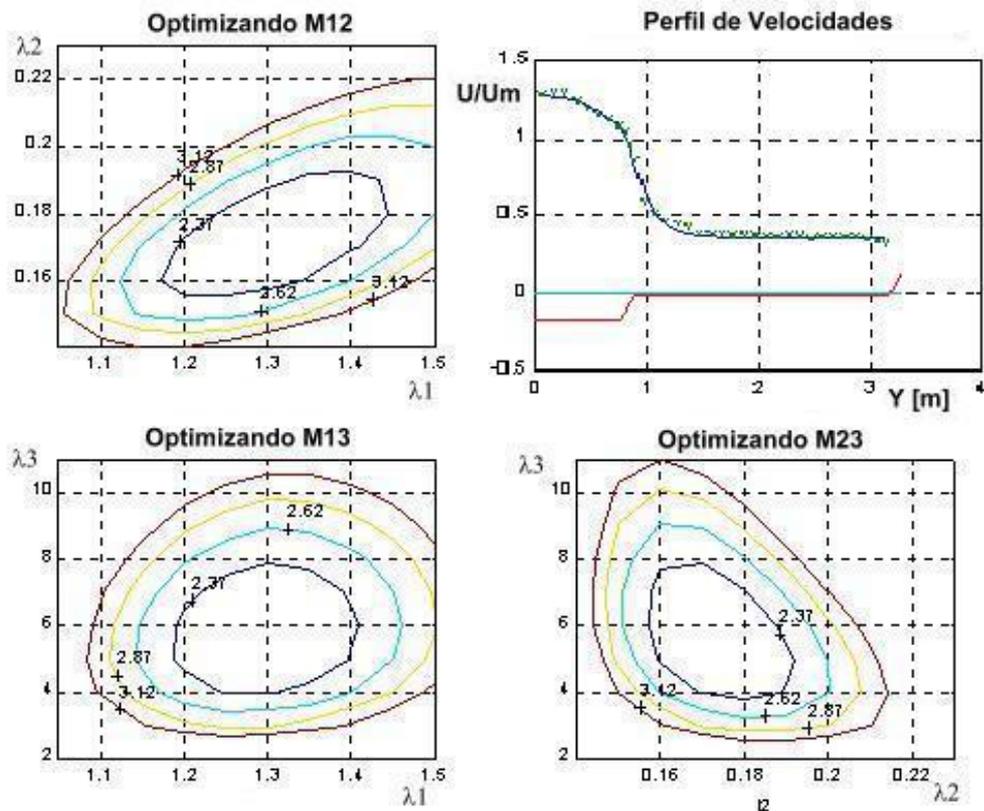


Figura 3. Isolíneas de la función objetivo MSE en función de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  y perfil de velocidades adimensionalizado calculadas y medidas correspondiente al caso 1. Según Criterio 2.

### 4.3 Criterio 3

En este criterio se tomó como parámetro de fricción al  $f$  de Darcy, uno para el canal principal  $f_1$  y otro para la planicie de inundación  $f_3$  que en conjunto con los parámetros  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$

y  $\lambda_3$  hacen un total de 5 parámetros a ajustar. Se procedió de la misma forma que con los criterios anteriores, pero tomando de referencia los valores obtenidos para el criterio 2 como punto de partida para comenzar la búsqueda del valores óptimos de  $f_1$ ,  $f_3$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que minimizan MSE.

Para calcular los valores de  $f$  se usó la fórmula (8) tomando el valor de  $n$  de Manning calculado con el criterio 2. Los valores óptimos de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $f_1$  y  $f_3$  correspondientes al mínimo MSE conseguido con el criterio 3 se muestran en la Tabla 3. Para todos los casos se obtuvo valores menores de MSE que en el criterio 2.

Tabla 3: Valores de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $f_1$  y  $f_3$  óptimos calculados para cada caso utilizando el criterio 3.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	CASO 7	CASO 8
$\lambda_1$	0,7500	0,5100	0,3700	0,4500	0,0500	0,0350	0,0300	0,1700
$\lambda_2$	0,1800	0,1640	0,1675	0,1800	0,1500	0,2250	0,1950	0,1375
$\lambda_3$	5,0000	2,5000	1,2000	0,3000	0,6000	16,2000	22,0000	17,5000
$f_1$	0,0150	0,0165	0,0183	0,0172	0,0172	0,0173	0,0186	0,0140
$f_3$	0,0255	0,0244	0,0222	0,0193	0,0130	0,0500	0,0804	0,0225

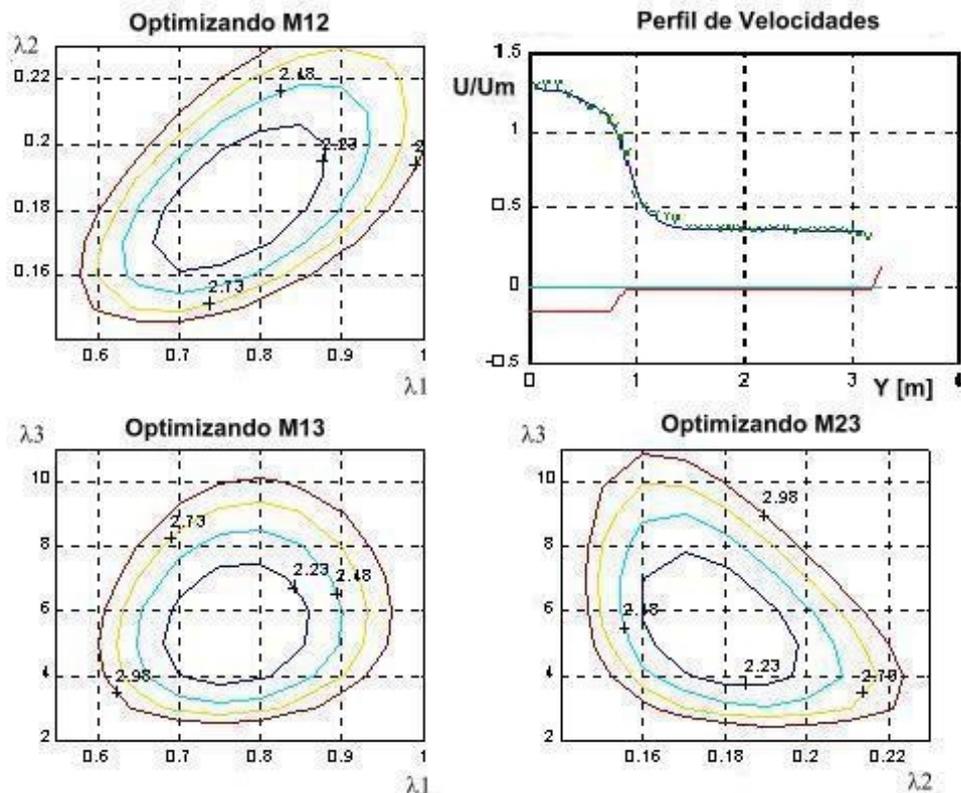


Figura 4. Isolíneas de la función objetivo MSE en función de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  y perfil de velocidades adimensionalizado calculadas y medidas correspondiente al Caso 1. Según Criterio 3.

En la Figura 4 se muestran las "isolíneas" (superficies de igual valor de MSE) y el perfil de velocidad calculado versus los datos medidos correspondiente al Caso 1.

Cabe aclarar que en este caso el valor de  $f_2$  se asumió igual al promedio entre  $f_1$  y  $f_3$  (hipótesis que brindó mejores resultados que asumir  $f_2 = f_1$ ). En el caso del parámetro  $f_4$  en todos los casos se consideró igual a  $f_3$ .

## 5 ANALISIS DE RESULTADOS

### Observaciones

- Utilizando el criterio 1 se calibran valores de  $\lambda_3$  mayores en los casos 1 a 5 comparados con los que se obtienen utilizando las expresiones empíricas de la referencia bibliográfica<sup>3</sup> y menores en los casos 6 a 8.
- Utilizando el criterio 2 los valores de  $n$  de Manning varían de 0,0093 a 0,0116, siendo menores que 0,0104 para los casos 1 a 5 y mayores en los casos 6 a 8. Los valores de  $\lambda_1$  resultan mayores para los casos 1 a 5 y menores para los casos 6 a 8 que los calculados con el criterio 1; los valores de  $\lambda_2$  se mantienen muy similares a los calculados con el criterio 1 y de  $\lambda_3$  valores mayores para los casos 6 a 8 y valores similares para los casos 1 a 5.
- De los gráficos de optimización (Figura 2 y Figura 3) se ve que la variación de  $\lambda_3$  es un orden de magnitud mayor que para  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .
- No se observa gran diferencia entre los gráficos de perfiles de velocidad de las Figura 2 y Figura 3.
- Aplicando el criterio 3 se obtuvieron valores de  $\lambda_1$  más parecidos a los calculados con el criterio 1 que a los obtenidos con el criterio 2; los valores de  $\lambda_2$  se mantienen con valores similares para todos los criterios y los valores de  $\lambda_3$  más parecidos a los calculados con el criterio 2.
- De los gráficos de perfil de velocidades obtenidos con el criterio 3, (Figura 4), se ve una mejora con respecto a los gráficos obtenidos aplicando los criterios 1 y 2, (Figura 2 y Figura 3) sobre todo en la sub - área 1.

A continuación se realizará un análisis más detallado de la función objetivo MSE y de los parámetros optimizados,  $n$ ,  $f_1$  y  $f_3$ .

- Análisis de la función objetivo MSE

En primer lugar se analizaron los valores de la función objetivo MSE, para ello se construyó una tabla con los valores obtenidos aplicando los diferentes criterios para cada caso, luego se calculó el cociente entre los valores de MSE con respecto al menor valor de MSE obtenido para cada caso. En la Tabla 4 se muestran estos valores.

Para todos los casos el valor mínimo de MSE se obtuvo con el criterio 3. También para cada caso se obtuvieron valores menores de MSE al aplicarse un criterio con mayor cantidad de parámetros a optimizar (ver Figura 5 a la izquierda).

Tabla 4: Valores de la función objetivo  $MSE / MSE_{MIN}$ .

$MSE / MSE_{MIN}$	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	CASO 7	CASO 8
Expr. Empíricas <sup>3</sup>	3,19	2,20	1,92	6,61	11,33	1,29	8,18	4,41
Criterio 1	2,33	1,87	1,80	6,16	1,44	1,29	7,63	3,38
Criterio 2	1,07	1,15	1,29	1,40	1,37	1,05	4,44	2,58
Criterio 3	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

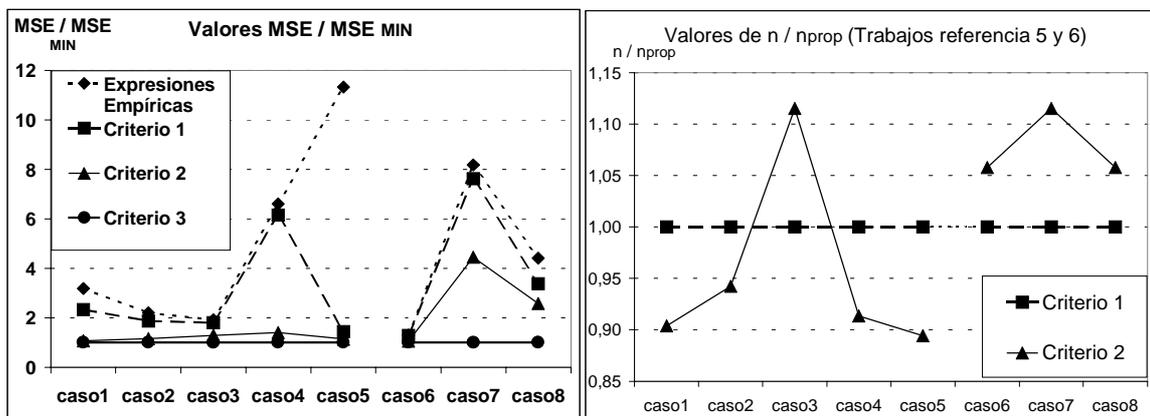


Figura 5.  $MSE / MSE_{MIN}$  y  $n / n_{propuesto}$  para cada caso según los distintos criterios.

- Análisis del  $n$  de Manning

Como se dijo anteriormente para el criterio 1 fue utilizado un  $n$  de Manning constante igual a 0,0104 según referencias<sup>5, 6</sup> y para el criterio 2 fue buscado como un parámetro más para optimizar la función objetivo MSE. En la Figura 5 a la derecha fue graficada la relación  $n$  de Manning obtenido con el criterio 2 versus  $n$  de Manning utilizado en el criterio 1 para los ocho casos; en la que se confirma lo expresado en las referencias<sup>5, 6</sup> ya que los valores no varían más de un 10% del valor propuesto. También se podría inferir acerca de alguna influencia sobre este parámetro de la relación entre el ancho del canal principal y el de la planicie de inundación.

- Análisis del  $f_1$  y del  $f_3$  de Darcy

Usando la expresión (8) más atrás se obtuvieron los valores de  $f_1$  y  $f_3$  correspondientes al  $n$  de Manning adoptado para el criterio 1 y a los  $n$  de Manning obtenidos aplicando el criterio 2; éstos fueron graficados en la Figura 6 ( $f_1$  a la derecha y  $f_3$  a la izquierda) junto a los valores obtenidos mediante el criterio 3, todos expresados en forma relativa al  $f$  calculado con  $n$  igual a 0,0104 (criterio1).

En las gráficas se puede apreciar una variación mayor que al utilizar  $n$ , que ronda en un

30% para  $f_1$  y hasta 4 veces para  $f_3$ . Al igual que en el caso de  $n$ , se insinúa una relación de estos parámetros con respecto a la relación entre el ancho del canal principal y el de la planicie de inundación.

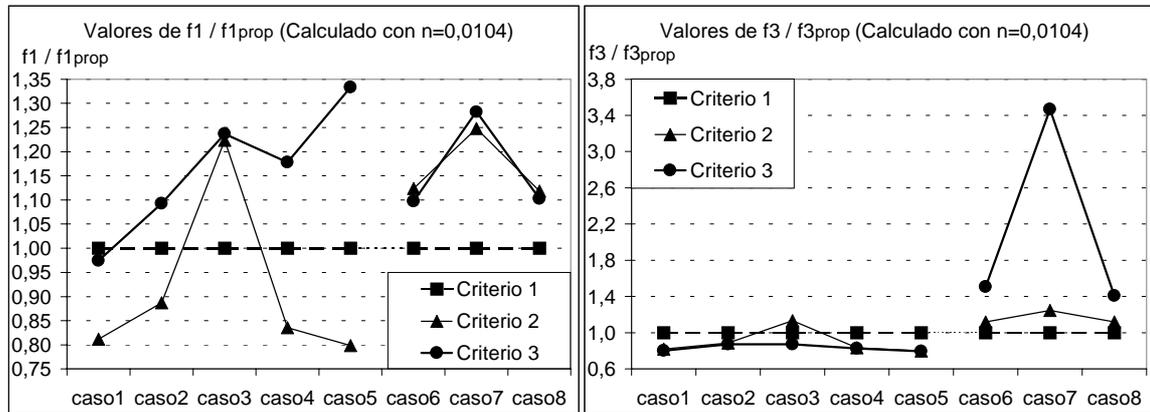


Figura 6.  $f_1 / f_{1propuesto}$  y  $f_3 / f_{3propuesto}$  para cada caso según los distintos criterios.

## 6 CONCLUSIONES

- Las fórmulas empíricas propuestas por Shiono y Knight para vincular las viscosidades adimensionales de torbellino entre las distintas subsecciones del canal producen valores inadecuados de los parámetros  $\lambda$ . Esto es particularmente notable en el Caso 5, donde MSE toma un valor considerablemente mayor que en los otros casos (ver Figura 5 a la izquierda).
- A partir de las isolíneas de la función objetivo MSE se puede inferir que el modelo analítico es poco sensible al valor del parámetro  $\lambda_3$ , ya que el rango de variación de este parámetro es un orden de magnitud mayor que el de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .
- Los valores de  $n$  obtenidos por optimización automática son físicamente consistentes; es decir que están dentro del rango aceptado para el material de contorno ( $0.009 < n < 0.013$ ).
- Desde el punto de vista práctico, y en función de los valores obtenidos para MSE, es suficiente con aplicar el criterio 2 para obtener parámetros optimizados. La disminución marginal en el valor de MSE al pasar del Criterio 2 al 3 no se corresponde con el incremento marginal del costo computacional que implica agregar una dimensión más de búsqueda, además de atentar contra la parsimonia del modelo. De todos modos, es llamativa la notable desviación de los valores de  $\lambda_1$  con respecto a los asumidos tradicionalmente<sup>2,3</sup>.
- Se puede concluir que, en general, el método directo ha tenido un desempeño adecuado en la búsqueda automática de valores óptimos de los parámetros de la solución analítica de Shiono y Knight.

## 7 REFERENCIAS

- [1] M. Hanif Chaudhry, *Open-channel Flow*. Prentice Hall (1993).
- [2] J. B. Wark, P. G. Samuels and D. A. Ervine, “A practical method of estimating velocity and discharge in compound channels”, *Proceedings of the International Conference on River Flood Hydraulics*, pp. 163-172, Wiley, U.K. (1990).
- [3] K. Shiono and D. W. Knight, “Two-dimensional analytical solution for a compound channel”, *Proceedings of 3rd International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, Tokyo, Japan, July (Ed. Y. Iwasa, N. Tamai y A. Wada), pp. 503-510. (1988).
- [4] D. W. Knight y R. H. J. Sellin, “The SERC Flood Channel Facility”, *presented at the Winter Meeting of the River Engineering Section*, Institution of Water Engineers and Managers, London (1987).
- [5] J. F. Weber, A. N. Menéndez y S. A. Elaskar, “Modelación numérica de la distribución del flujo a superficie libre en secciones compuestas”, *Mecánica Computacional*, **21**, 476-494, Santa Fe – Paraná, Argentina (2002).
- [6] J. F. Weber, *Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – Mención en Recursos Hídricos, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba (2003).
- [7] E. Gaume, J. P. Villeneuve and M. Desbordes, “Uncertainty assessment and analysis of the calibrated parameter values of an urban storm water quality model”, *Journal of Hydrology*, **210**, 38 – 50, Elsevier, France (1998).