

## APLICACIÓN DE PROGRAMACIÓN LINEAL A LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL

<sup>(1)</sup> Patricia del V. CUADROS, <sup>(2)</sup> Carlos E. SEGUIN

<sup>(1)</sup>Estudiante Graduada de la Maestría en Ingeniería de Estructuras Sismorresistentes. – Inst. de Investigaciones Antisísmicas “Ing. Aldo Bruschi” Facultad de Ingeniería – Univ. Nac. de San Juan.

<sup>(2)</sup>Profesor Asociado – Fac. de Ingeniería – Universidad Nacional de San Juan  
Av. Libertador 1109 Oeste – San Juan – Argentina [esequin@unsj.edu.ar](mailto:esequin@unsj.edu.ar)

**Palabras claves:** diseño sismorresistente, mecanismo de colapso, programación lineal, método Simplex.

**Resumen.** *El diseño de estructuras sujetas a cargas externas demanda una valoración realista del factor de seguridad con respecto al colapso de la estructura, denominado multiplicador de colapso. La determinación de éste multiplicador es un requisito básico para un diseño óptimo. Por otra parte el nuevo proyecto de reglamento INPRES – CIRSOC 103 requiere que el diseñador establezca un mecanismo de colapso de diseño, requisito que no es posible cumplir a priori. Ante éste requerimiento las metodologías de análisis que permiten determinar el mecanismo de colapso real para un estado de cargas dado cobran una importancia fundamental. Este trabajo de investigación se enmarca en el campo del diseño sísmico de estructuras y está enfocado al desarrollo de un método de análisis e identificación del mecanismo de colapso de una estructura asociada a un estado de cargas dado, mediante el estudio y verificación del comportamiento de ésta con técnicas de programación lineal. En este sentido se implementa un método sencillo como el Simplex al proceso de búsqueda del mecanismo de colapso de pórticos planos. El planteo de este problema estructural conduce a la forma estándar de esta metodología de programación lineal. Se muestra que la obtención del multiplicador de colapso puede ser totalmente automatizado para pórticos planos. A partir de un algoritmo de resolución sencilla, y en base a los mecanismos de colapso simples, se obtiene el mecanismo de colapso de la estructura para el estado de cargas dado. Finalmente se presenta un programa empleando este método en plataforma MATLAB - OCTAVE. El objetivo principal es la verificación y optimización del diseño de una estructura empleando el mecanismo de colapso real. Esta metodología permite además asegurar que todas las rótulas se produzcan simultáneamente para el estado de cargas de diseño.*

## 1 INTRODUCCIÓN

La determinación del mecanismo de colapso de una estructura sometida a acciones sísmicas severas representa un elemento fundamental para lograr el diseño óptimo de la misma. Si bien no es posible conocer a que acciones sísmicas se verá sometida una estructura en el futuro, si es posible impartir a la estructura características de resistencia y capacidad de disipación de energía que aseguren un comportamiento óptimo en términos de daño, ante un estado considerado como sollicitación extrema. Este objetivo del diseño sísmico se alcanza a partir del conocimiento del mecanismo de colapso de la estructura y asegurando que se verificará solo en la manera elegida.

Generalmente los códigos y reglamentos de diseño sismorresistente <sup>1,2,3</sup> definen criterios que la estructura debe cumplir. Así en tanto que algunos postulan un mecanismo de colapso a priori, otros dejan en manos del diseñador su elección, en ambos casos existe la incertidumbre en cuanto a que la estructura verifique el mecanismo de colapso adoptado. También la metodología de diseño por capacidad <sup>4</sup> establece la adopción, por parte del diseñador de un mecanismo de colapso a priori.

Para lograr el objetivo se usa programación lineal que es una técnica muy potente y con múltiples aplicaciones, encontrándose en el área de la ingeniería sísmica poco desarrollada. En la práctica profesional las técnicas de programación lineal son muy aceptadas por su simplicidad y fácil aplicación y comprensión. Es bien conocido que proveen un modelo matemático ideal para formalizar el problema del análisis de carga de colapso de pórticos. En este sentido se implementa un algoritmo sencillo tal como el Método Simplex al proceso de búsqueda del mecanismo de colapso de pórticos planos, dado que se observa que el planteo del problema conduce a la forma estándar de esta metodología de programación lineal. Haciendo uso de ellas se verifica si se cumple con el mecanismo de colapso inicial postulado de la estructura, o sea comprobar que las sollicitaciones se corresponden con el diagrama de momentos estáticamente admisible.

El esquema del tema presentado es sencillo, aún cuando el análisis detallado sobre estructuras importantes pueda resultar muy laborioso manualmente.

## 2 ASPECTOS BÁSICOS DEL DISEÑO ÓPTIMO

La adopción de conceptos de estado límite <sup>5,6</sup> en la práctica de diseño conduce a los ingenieros a evaluar las cargas que desarrollan la capacidad de la estructura. Esto involucra la determinación de un factor de amplificación máxima de carga o factor de seguridad al colapso para una estructura perfectamente plástica sujeta a cargas proporcionales. El colapso plástico ocurre cuando la estructura se convierte en un mecanismo por la provisión de un número suficiente y en la posición adecuada de zonas plásticas, llamadas rótulas plásticas.

El análisis límite de la estructura puede realizarse por medio de la aplicación de uno u otro de un par de teoremas, a saber el teorema estático o teorema del límite inferior y el teorema cinemático o teorema del límite superior, que fueron desarrollados alrededor del año 1950. En la práctica raramente se lleva a cabo el análisis con la aplicación directa de tales teoremas, por lo engorroso que resulta su uso salvo para pequeñas estructuras. En general se tienden a adoptar otros métodos.

El teorema estático requiere maximizar un factor de carga de colapso, satisfaciendo las condiciones de equilibrio y de fluencia. Es de hacer notar que tanto la función a maximizar como las condiciones de equilibrio son lineales, por lo que la naturaleza de las condiciones de fluencia que se adopten determinan el tipo de problema de programación matemática a plantearse, programación lineal o no lineal.

La configuración básica de este problema conduce a la necesidad de maximizar una **función**, denominada **función objetivo**, que es una representación matemática del mecanismo de colapso de la estructura, formulada en función de las variables de decisión  $x_i$  que representan los momentos  $M_i$  de la estructura, satisfaciendo al mismo tiempo un grupo de **restricciones**, que están dados por las solicitaciones de plastificación inicial de la estructura. Las **restricciones** de un problema de programación lineal pueden representarse con ecuaciones o desigualdades (de tipo  $\leq$  y/o  $\geq$ ), en este caso los  $M_i$  menores o iguales a los valores de plastificación. Las restricciones representan una región limitada por un conjunto poliédrico convexo, siendo el planteo como ecuaciones su borde y como desigualdades los valores interiores de la región.

Definiendo como **“Multiplicador estáticamente admisible”**( $f_e$ ) a aquel que hace que las cargas estén en equilibrio con al menos un diagrama estáticamente admisible, y como **“Multiplicador cinemáticamente admisible”** ( $f_c$ ) a aquel que hace que las cargas estén en equilibrio con un diagrama de momentos que tiene momentos plásticos en las posiciones y con signos apropiados para que se verifique un campo de desplazamientos cinemáticamente admisibles. Se enuncia el **“Teorema Fundamental”** como: cualquier multiplicador estáticamente admisible es menor o a lo sumo igual a cualquier multiplicador cinemáticamente admisible.

$$f_e \leq f_c$$

Demostración:

1) Aplicando el principio de los trabajos virtuales al sistema en equilibrio  $f_e$  por cargas con un diagrama de momentos estáticamente admisible.

$$\left. \begin{aligned} W_e &= \int_{estr} f_e Q(x) q(x) dx \\ W_i &= \sum_{ptos .rot .} M(x_k) m_k \end{aligned} \right\} f_e \int_{estr} Q(x) q(x) dx = \sum_{rot} M(x_k) m_k$$

2) al sistema en equilibrio  $f_c$  por cargas con diagrama de momentos asociados al mismo campo cinemático admisible

$$\left. \begin{aligned} W_e &= \int_{estr} f_c Q(x) q(x) dx \\ W_i &= \sum_{ptos .rot .} \pm M_p(x_k) m_k \end{aligned} \right\} f_c \int_{estr} Q(x) q(x) dx = \sum_{rot} \pm M_p(x_k) m_k$$

$$\begin{aligned}
 (f_c - f_e) \int_{estr} Q(x) q(x) dx &= \sum_{rot} \pm M_p(x_k) m_k - \sum_{rot} M(x_k) m_k \\
 &= \sum_{rot} \underbrace{[\pm M_p(x_k) - M(x_k)]}_{\text{Puede ser + o -}} m_k \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Puede ser = 0 o +}}
 \end{aligned}$$

$$(f_c - f_e) \int_{estr} Q(x) q(x) dx \geq 0 \Rightarrow f_c - f_e \geq 0$$

$$f_e \leq f_c$$

Como corolario del mismo se puede establecer que, siendo  $f$  el factor de seguridad al colapso o multiplicador de colapso:

- 1)  $f \leq f_c$
- 2)  $f \geq f_e$  y por lo tanto
- 3)  $f$  es único

En el planteo del problema se asume que:

1. Los desplazamientos son pequeños por lo que las ecuaciones de equilibrio son referidas a la configuración geométrica indeformada de la estructura.
2. Las rótulas plásticas son consideradas en las secciones críticas, con ductilidad ilimitada. Las deformaciones plásticas son consistentes con las reglas normales de la Teoría Clásica de Plasticidad. Es interesante hacer notar que la violación de estas condiciones, como sería la aplicación de leyes de flujo no asociado, no permite plantear desacopladas las restricciones estáticas y cinemáticas que gobiernan el colapso plástico. El Teorema Fundamental no tendría validez.
3. Las cargas son incrementadas proporcionalmente.
4. Las restricciones, en la primera etapa, están relacionadas únicamente a las condiciones de momentos flectores y consideraciones de diseño.

Desde el punto de vista del diseño y considerando cargas últimas, sin multiplicadores se debe determinar  $M_v$  (momento viga) y  $M_c$  (momento columna) del pórtico representado en la figura 1.

Las premisas de diseño son: que el mismo debe ser seguro y, que el sistema puede fallar por distintos mecanismos. La seguridad estaría dada por un factor de seguridad  $f$  (*factor de colapso*)  $> 1$  para todos los mecanismos posibles.

Analizando la seguridad respecto de mecanismo de panel se obtiene:

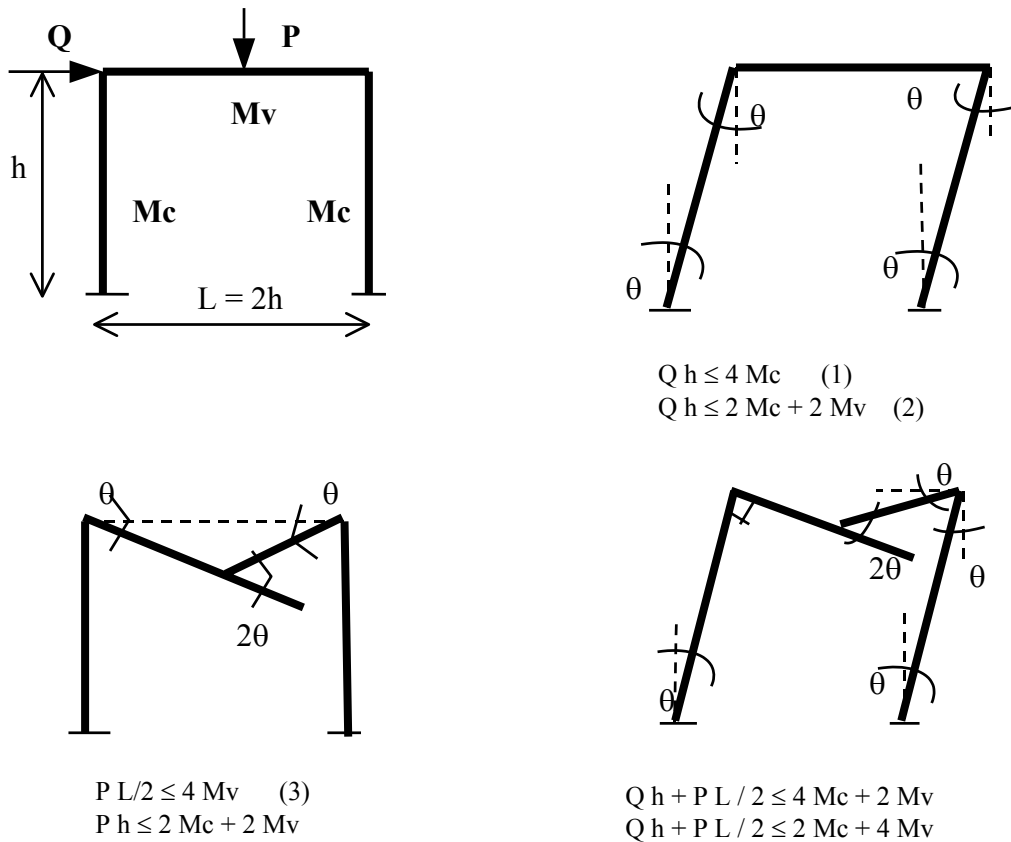


Figura 1: Mecanismos de colapso simple de un pórtico

$$Qh \leq 4Mc \tag{1}$$

$$Qh \leq 2Mc + 2Mv \tag{2}$$

Respecto del mecanismo de viga:

$$PL/2 \leq 4Mv \tag{3}$$

$$Ph \leq 2Mc + 2Mv$$

Y la seguridad respecto al mecanismo combinado:

$$Qh + PL/2 \leq 4Mc + 2Mv$$

$$Qh + PL/2 \leq 2Mc + 4Mv$$

Existiendo solo dos variables de diseño podemos representar estas condiciones como se muestra en la figura 2. La zona segura se encuentra limitada por un conjunto poliédrico convexo, tal como el diagrama de diseño M-N para columnas por ejemplo, las inequaciones que determinan esta región se han establecido en función de los mecanismos de colapso. Cualquier par de momentos de diseño que se encuentre ubicado en el espacio de diseño garantiza la seguridad de la estructura., ya que ninguna combinación de  $M_v$ - $M_c$  puede ir más

allá de esta superficie, ella limita la respuesta estructural. Siendo el borde de esta región la “superficie” de plastificación, definida como el lugar de todas las combinaciones de  $M_v$  y  $M_c$  que aplicadas llevan al colapso a la estructura.

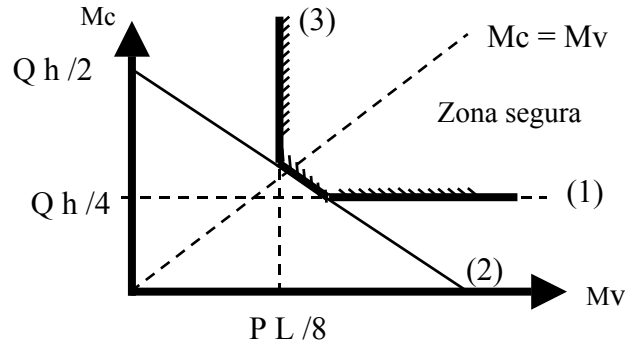


Figura 2: Diagrama de las condiciones de seguridad

Analizando el diagrama de momento-curvatura de una viga, figura 3, que muestra la típica relación  $M-\phi$ , la cual es válida para cualquier sección transversal de un elemento de un pórtico, se puede concluir que si  $f = I$  existe un  $M(x)$  tal que en una sección cualquiera de un elemento de un pórtico plano se verifica que el momento flector debe encontrarse entre  $\pm M_p$ :

$$-M_{p_1}(x) \leq M_1(x) \leq M_{p_1}(x)$$

$$-M_{p_2}(x) \leq M_2(x) \leq M_{p_2}(x)$$

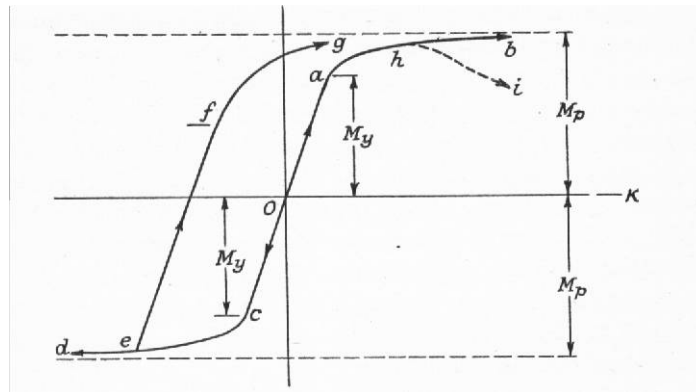


Figura 3: diagrama momento-curvatura de una viga

Este tipo de planteo conduce a un diseño óptimo<sup>13,14,15,16,17,18</sup>, y por ser todas ecuaciones de primer orden, a un método de programación lineal.

El aumento del número de cargas aplicadas al pórtico, y también el incremento de vanos conduce a un incremento de secciones críticas, y por lo tanto de posibles mecanismos de colapso, aumentando la complejidad algebraica del proceso de optimización para obtener la solución.

### 3 APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL AL DISEÑO

Cuando un modelo de programación lineal se expresa en términos de dos variables de decisión, puede resolverse con procedimientos gráficos, como el ejemplo del apartado anterior. El método gráfico es de gran utilidad para entender las clases de fenómenos que pueden ocurrir en la solución de los problemas de este tipo. En las aplicaciones concretas, los problemas de programación lineal se resuelven por algoritmos algebraicos, uno de los más conocidos es el Método Simplex, que es un procedimiento de solución algebraica para resolver sistemas de inecuaciones en que ha de optimizarse una función objetivo. Es un esquema iterativo que identifica una solución factible inicial (por ejemplo  $M_i = 0$ ). A continuación se busca la posible existencia de una mejor solución, que se mide según pueda o no mejorarse el valor de la función objetivo (en este caso el valor de  $f$ ). Si se encuentra una solución más satisfactoria, se reanuda la búsqueda. Para generar cada solución sucesiva se requiere resolver un sistema de ecuaciones lineales, continuando hasta que el valor de la función objetivo no admite más mejoras.

Algebraicamente el proceso se puede resumir en:

a) Identificación de todos los posibles vértices, determinados por la intersección de las ecuaciones que forman el sistema de restricciones de a pares (valores de  $M$ ), con las condiciones establecidas para que sea posible como vértice del problema.

b) Aplicación de las condiciones impuestas (función objetivo) para determinar cual vértice es óptimo.

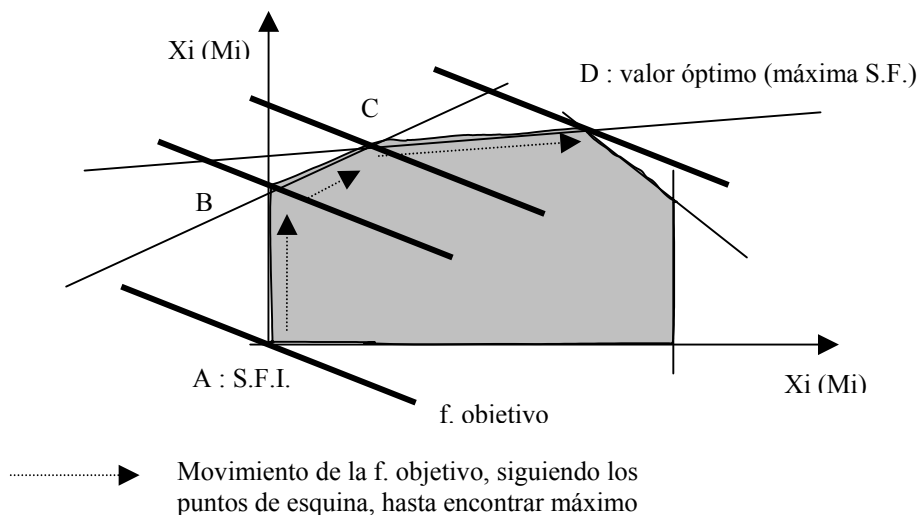


Figura 3: Método Simplex

Gráficamente, el procedimiento puede entenderse como la búsqueda de distintos puntos de esquinas, frontera del poliedro, dentro del área de soluciones factibles (zona segura), valores máximo de plastificación de  $Mi$ . Las soluciones que se obtengan en cada iteración del Método Simplex representan esos puntos (A,B, C, D, en figura 3). Los vértices pueden definirse como puntos en que se encuentra en fluencia simultánea todas las secciones críticas.

#### 4 MÉTODO SIMPLEX

El método Simplex <sup>7,8,9</sup> es una herramienta básica de la programación lineal. Fue creado por George Dantzing en 1947, demostrando que la optimización era útil para responder determinadas preguntas en diversos campos de la industria, pero las ideas básicas del método son anteriores, se remontan a Newton, Liebnitz, Lagrange, etc., siendo el campo de la programación lineal creado en 1940 <sup>10</sup>.

El objetivo del método es transformar una matriz dada, por medio de sucesivas operaciones de pivoteo entre filas, en otra equivalente con una forma deseada.

Las ventajas de este método son:

- Es eficiente en tiempo operacional
- Es mecánico, se basa en formular matrices y operaciones elementales entre filas y columnas de las mismas, similar a la eliminación gaussiana.
- No involucra la geometría, por lo que se pueden resolver problemas de cualquier número de variables y restricciones.

Como es bien conocido un problema de optimización se plantea como:

$$\text{maximizar } c^T x$$

Sujeta a las restricciones:

$$\text{Con } \begin{matrix} Ax \leq b \\ x \geq 0, \quad x \in \mathcal{R}^n \\ b \geq 0 \end{matrix}$$

siendo  $A$  una matriz de coeficientes de las restricciones de  $m \times n$ ,

$c$  un vector de coeficientes de la función objetivo de  $n \times 1$ , que representan los pesos de la variable  $x$ .

$x$  un vector de variables de decisión de  $n \times 1$ ,

$b$  un vector de términos independientes de las restricciones de  $m \times 1$

Hipótesis del método:

$$\begin{aligned} b \geq 0 &\Rightarrow b_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \\ & m < n \\ & m = \text{rango}(A) \end{aligned}$$

Hay que hacer notar que el método selecciona el cambio más adecuado a realizar en cada iteración sin necesidad de información sobre las pasada o próximas iteraciones.

Se estudia solo el caso estándar del método porque todos los problemas de ingeniería estructural se reducen a este caso.



El sistema de restricciones representa un poliedro en  $\mathcal{R}^n$ , un conjunto convexo cuyos vértices o puntos extremos son posibles valores óptimos de la función objetivo. En el caso de los planteos de verificación de mecanismos de colapso siempre se comprueba que el poliedro es cerrado y no vacío, ya que representa un diagrama de interacción.

Se define como Solución factible básica (SFB) a cualquier conjunto de valores de  $n'$  variables (número total de variables) que satisfaga tanto las restricciones estructurales como las de no negatividad. Estos se obtienen al hacer igual a cero las variables de decisión ( $n' - m$ ) (siendo  $M_i = 0$ , en la inicial) y al resolver el sistema de ecuaciones para los valores de las  $m$  variables restantes, denominadas variables básicas. Se dice que estas constituyen una base. Las variables restantes, igualadas a cero, se llaman variables no básicas.

Puede demostrarse que la solución óptima de un problema está incluida en el conjunto de SFB. El Método Simplex realiza una búsqueda de la SFB óptima. Comienza con una SFB en que las  $n' - m$  variables son no básicas y  $m$  variables básicas. Determina si la función objetivo puede mejorarse intercambiando una variable básica y una no básica (se reemplaza en la expresión del mecanismo de colapso los valores de  $M_i$ , observando que valor del multiplicador  $f$  se obtiene). Si con el intercambio se logra la mejora, una variable básica actual se hace cero (se convierte en variable no básica), una variable no básica entra en el proceso incluyéndose en el grupo de variables básicas, se resuelve el sistema de ecuaciones para alcanzar una nueva SFB, vuelve a realizarse una determinación sobre si es la solución óptima o no. En caso de verificarse una nueva mejora, se lleva a cabo otro intercambio de variables y el proceso se repite hasta llegar a la solución óptima.

## 5 PROBLEMA BASE

El problema estructural que se nos plantea es ¿Con qué carga colapsa una estructura? ¿Cuál es el máximo multiplicador de colapso?

Analizando el pórtico de la figura 4, se observa que el diagrama de momentos es el de colapso si es  $f$  el multiplicador máximo estáticamente admisible. Las ecuaciones asociadas a los mecanismos de colapso son:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_4 + x_5 &= f Q h \\ -x_2 + 2 x_3 + x_4 &= f P l / 2 \end{aligned}$$

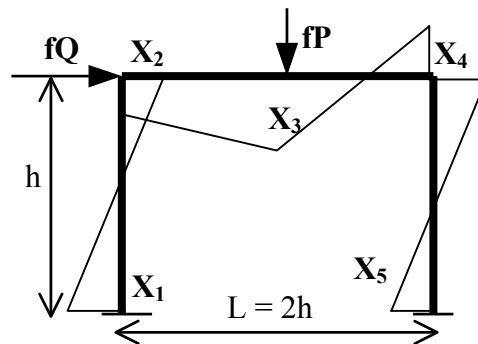


Figura 4: Pórtico simple

Siendo  $P=Q=F$  y  $L = 2h$ .

Las ecuaciones de la estática se plantean en base a los mecanismos simples, esto genera un set de ecuaciones independientes. La mejor manera de encontrar la solución es plantearlas asociadas a un grado de libertad.

La función objetivo se obtiene por superposición de las mismas:

$$2Flf = x_1 + 2x_3 + 2x_4 + x_5$$

$$Wext f = \sum_{i=1}^n c_i x_i = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}$$

donde  $Wext$  es el trabajo de las fuerzas externas.

Las restricciones están dadas por:

$$Mp_i^- \leq x_i \leq Mp_i^+$$

Este tipo de restricciones se emplea para garantizar que no ocurran ni excesivas deflexiones ni inestabilidades torsionales o locales.

Como se observa de las ecuaciones, este no es un problema estándar de acuerdo con las especificaciones del Método Simplex. Hay que recurrir a algunas alternativas como ser una transformación de variables:

$$y_i = x_i + Mp_i$$

donde  $y_i$  debe ser positivo y en valor absoluto menor que  $Mp^-$  (valor negativo de momento de plastificación), en este caso es:

$$|Mp^-| = |Mp^+|$$

reemplazando se obtiene:

$$2Mp_i \leq y_i$$

se cambia el sentido de las restricciones multiplicando por  $-1$ , operación permitida por el Método Simplex, para dar cumplimiento a uno de los requisitos: "la constante del miembro derecho no puede ser negativa".

Desde el punto de vista estructural se puede hacer porque lo que interesa es el corrimiento que se produce de los valores, para transformar en la forma estándar. El conjunto de restricciones queda expresado como:

$$y_i \leq 2Mp_i$$

En la función objetivo se debe aplicar el mismo cambio de variables.

$$y_1 + 2y_3 + 2y_4 + y_5 + (Mp_1 + 2Mp_3 + 2Mp_4 + Mp_5) - fWext = 0$$

considerando a:

$\mathbf{c}$  = vector de coeficientes de la función

$\mathbf{x}$  = vector de variables

$\mathbf{b}$  = vector de términos independientes

$\mathbf{A}$  = matriz de coeficientes del sistema de restricciones

$$\mathbf{c}^T \mathbf{y} + \mathbf{c}^T \mathbf{M}\mathbf{p} - W_{ext} f = 0$$

a través del Método Simplex se maximiza  $z = \mathbf{c}^T \mathbf{y}$ , por lo que se puede expresar como resultado del mismo que:

$$z_{max} = W_{ext} f - \mathbf{c}^T \mathbf{M}\mathbf{p}$$

despejando el multiplicador de colapso:

$$\frac{z_{max} + \mathbf{c}^T \mathbf{M}\mathbf{p}}{W_{ext}} = f$$

Luego de adaptadas la función objetivo y las restricciones, aplicando el método Simplex, se obtiene  $f$  y los momentos de un diagrama estáticamente admisible, que será el de falla inminente, si el mecanismo de falla es total, excepto en las zonas donde la estructura tenga rótulas plásticas. El método entrega los valores de holgura, donde existan rótulas plásticas tendrán asociadas variables de holgura nulas. Hay puntos donde existe plastificación, pero sin embargo no son rótulas del mecanismo de colapso, entonces se puede presentar mayor número de puntos con holgura cero que rótulas.

## 6 MECANISMO DE COLAPSO

Cada posible mecanismo de colapso consiste en uno de los mecanismos de colapso elementales o simples, o en una combinación lineal de esos mecanismos, para el estado de cargas dado.

Para esta clase de pórticos rectangulares existen tres posibles mecanismos de colapso simples, de panel, de viga y de nudo. Correspondientes con estos mecanismos existen tres ecuaciones, las cuales proveen la función objetivo del problema planteado.

El mecanismo de colapso final de la estructura, para un estado de cargas dado, resulta de la combinación de todos los distintos mecanismos simples dado que es válido el principio de superposición de efectos, también se podría aplicar la técnica de programación lineal para obtenerlo. En este caso se ha desarrollado un programa en lenguaje MATLAB<sup>11</sup>- OCTAVE<sup>12</sup> para obtenerlo. Analizando por separado cada mecanismo, para formar el vector fila  $\mathbf{c}$ , que contiene los coeficiente de la función objetivo, se aplico el siguiente procedimiento.

1. los datos necesarios son el número de vanos ( $n_v$ ), el número de pisos ( $n_p$ ) y el número de secciones críticas ( $n_{sc}$ ) del pórtico considerado.
2. Partiendo del pórtico con  $n_v = 1$ ,  $n_p = 1$  y  $n_{sc} = 1$  se analiza el mecanismo de colapso simple y luego se amplía el número de piso y vanos sucesivamente verificando la forma del vector  $\mathbf{c}$
3. De acuerdo a la forma del pórtico es el número de mecanismos que se forman, los cuales se suman.

### 6.1 Mecanismo de panel

Existe un mecanismo de panel por nivel de la estructura.

### 6.2 Mecanismo de viga

Se presenta un mecanismo de viga por sección crítica de vano. Si en el vano existen cargas distribuidas el mecanismo de viga es único, si hay cargas concentradas habrá tantos mecanismos como cargas. En caso que haya carga concentrada más carga distribuida existirán dos mecanismos cada uno asociado a una carga.

### 6.3 Mecanismo de Nudo

Existe un mecanismo de nudo por cada nudo al que concurren al menos tres barras, por lo que en un pórtico de  $n_p = 1$  y  $n_v = 1$  no hay mecanismo de nudo.

El vector  $\mathbf{c}$ , obtenido al final del proceso es el que contiene los coeficientes del mecanismo de colapso total de la estructura para el estado de cargas dado.

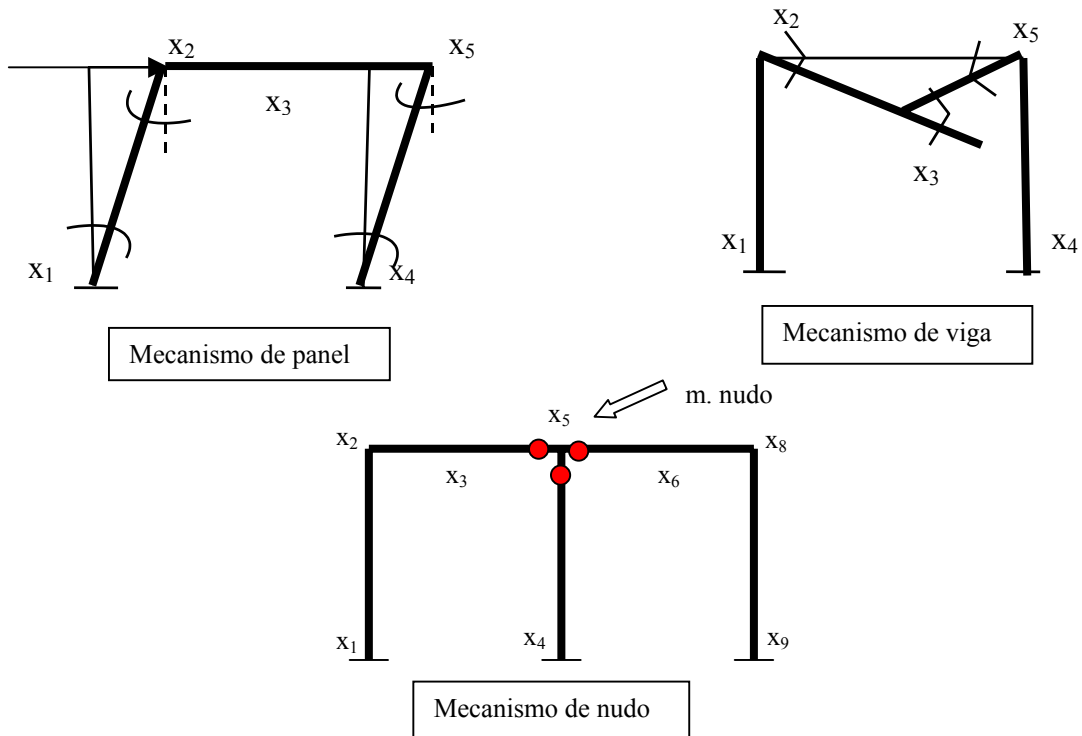


Figura 5: Mecanismos de colapso simples

## 7 CONCLUSIONES

El presente trabajo muestra un procedimiento racional para la verificación del mecanismo de colapso real de un pórtico plano sometido a cargas sísmicas y la obtención del factor de seguridad o multiplicador de colapso de la estructura, sin considerar el orden en que se forman las diversas rótulas plásticas y de cómo las cargas llegan a sus valores de colapso. Primero con un algoritmo de resolución sencilla, partiendo de los mecanismos de colapso simples, se obtiene el mecanismo de colapso total para el estado de cargas dado. Usando conceptos del Método Simplex se optimiza la estructura.

La incorporación de este criterio en el diseño mejorará la certeza de contar con el mecanismo de colapso real de la estructura y el método podría ser fácilmente incorporado a los reglamentos para el cálculo de pórticos.

El proceso debería iniciarse asumiendo un mecanismo de colapso a priori, a partir de este se calcula la estructura aplicando las prescripciones de la norma. Luego con base en de los mecanismos de colapso simples determinar el mecanismo de colapso global para el estado de cargas patrón establecido en la norma. Haciendo uso de las técnicas de programación lineal se verifica si se cumple con el mecanismo inicial, o sea comprobar que las solicitaciones se corresponden con el diagrama de momentos estáticamente admisible; si esto no ocurre se asume el último mecanismo de colapso obtenido, a partir de este punto el proceso es iterativo hasta alcanzar al diseño óptimo de la estructura, que es aquel que esta basado en una respuesta estructural predecible y controlable en el rango no lineal.

Es necesario invertir un esfuerzo considerable en investigar y explotar las diversas alternativas para el desarrollo de metodologías de análisis y obtención del mecanismo de colapso real de una estructura sometido a solicitaciones de esfuerzo normal y momento flector.

## 8 ANEXO: EJEMPLO NUMÉRICO

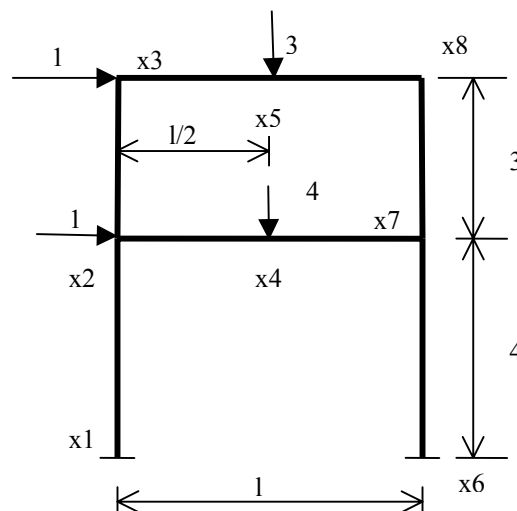


Figura 6: Pórtico de dos niveles

La verificación del mecanismo de colapso del pórtico de dos niveles presentado en la figura 6 se realiza con un programa desarrollado en plataforma MATLAB para tal fin, empleando el método descrito en los apartados anteriores.

**Datos requeridos:**

Mp=5, valor del momento de plastificación  
 np=2, número de pisos de la estructura  
 nv=1, número de vanos de la estructura  
 sc=1, número de secciones críticas por elemento del pórtico  
 l=4, longitud de los vanos  
 F=[1;1] fuerzas externas horizontales aplicadas  
 P=[3; 4], fuerzas externas verticales aplicadas  
 h=[3,4], altura de los pisos

**Resultados:**

Cálculo de los mecanismos de colapso simples y el global

cp = (mecanismos de panel)

1 1 0 0 0 1 1 0  
 0 1 1 0 0 0 1 1

cv = (mecanismos de viga)

0 -1 0 2 0 0 1 0  
 0 0 -1 0 2 0 0 1

cn = (mecanismo de nudo)

0 3 0 0 0 0 0 0  
 0 0 0 0 0 0 3 0

c = (mecanismo global de colapso)

1 4 0 2 2 1 6 2

valores de las holguras yholg = 0 0 10 0 0 0 0 0

Valor del multiplicador de colapso: fcolap = 9.6429

valores de los momentos en el instante de plastificación

M<sub>1</sub> = 5 , M<sub>2</sub> = 5 , M<sub>3</sub> = -5 , M<sub>4</sub> = 5 , M<sub>5</sub> = 5 , M<sub>6</sub> = 5 , M<sub>7</sub> = 5 , M<sub>8</sub> = 5

Se observa que el mecanismo de colapso se verifica.

**9 REFERENCIAS**

- [1] Normas Argentinas para Construcciones Sismorresistentes INPRES - CIRSOC 103 - Parte I - Parte II - INPRES noviembre de 1983
- [2] ACI – American Concrete Code – N° 318-1995 – capítulo 21.
- [3] New Zeland Standard Code of Practice for the Desing of Concrete Structure. NZS 3101 – Part I. de la Standards Association of New Zeland - 1982

- [4] Paulay, T., Priestley, M.J.N., Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings
- [5] Lubliner, J. , Plasticity Theory. Mc Millan New York. 1990
- [6] Chen, W. F., Hahn, D.J., Plasticity for Structural Engineers. Springer Verlag. New York 1988
- [7] Haeussler Jr., Ernest, Paul, Richard , Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida. Ed. Printice Hall - 8° edición. 1997
- [8] Budnick, Frank. Matemática Aplicada para Administración, Economía y Ciencias Sociales. Ed. Mc. Graw Hill. 3° edición. 1997.
- [9] Erikson, W. , Hall, O. Computer Models for Management Sciencie, Addison-Wesley, 1986
- [10 ] George Dantzig, John von Neumann (Princeton), y Leonid Kantorovich
- [11 ] MATLAB The language of Technical Computing, (1999) Versión 5.0.10183 (R11) The Mathworks, Inc. Natick, Massachussetts
- [12] Eaton, J.W., GNU – OCTAVE- Versión 2.1.46 (alpha ev67 – Dec- osf 5.1) (1996 – 2003), free software – [http:// www.octave.org](http://www.octave.org)
- [13] Riddell, R , De la Llera J. C. Seismic Analysis and Design: Current Practice and Future Trends. Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. 1996
- [14] De La Llera, Juan C., Vásquez, Jorge, Chopra, Anil, Almazán, José L., A Macro Element Model for Inelastic Building Analysis.
- [15] Taysi, N., Özakca, M., Free vibration analysis and shape optimization of box-girder bridges in staight and curved planform. Engineering Structures 24 (2002) 625 637
- [16] Ohsaki, M., Nagano, y., and Wakamatsu, K., A two level optimization method for seismic design of elastic three dimensional frames. Proc. 12° World Conference Earthquake Engenniering 2000 – pp0686.
- [17] Mokhtar-Zedeh, A., Kaveh, A. Optimical plastic analysis and design of frames: graph theoretical methods. Computers & Structures vol. 73 (1999) pag 485-496.
- [18] Spiliopoulos, K. V. And Souliotis, P. G. Automatic collapse load analysis of regular plane frames using the force method. Computers & Structures vol. 64 (1997) pag. 531 - 540.
- [19] Ganzarli, S. , Pantelides, C. P., Reaveley, L. D., Performance-based design using structural optimization. Earthquarke Engineering and Structural Dynamics vol 24 (2000) pag. 1677-1690