

EVALUACIÓN DE LAS CARGAS DE IMPACTO EN EL INTERIOR DE UN MOLINO SAG.

Gabriel Barrientos – Luis Espejo

Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de Concepción.
Casilla 160-C, Concepción, Chile
e-mail: gbarrien@udec.cl ; fax: 56-41-251142

Palabras claves: simulación numérica, conminución, molinos, impacto

Resumen. *Se implementa un programa computacional en ambiente MATLAB para la simulación del movimiento del material en el interior de un molino de bolas. En esta primera etapa se estudia el movimiento de las bolas suponiendo estado bidimensional haciendo uso del método numérico de los elementos discretos (DEM). Datos experimentales obtenidos de Mishra permiten cuantificar numéricamente las velocidades de las partículas, el movimiento y las fuerzas de impacto que se producen. Se establecen las ecuaciones de la dinámica del contacto entre dos cuerpos a partir de la ley de Newton y de una relación esfuerzo deformación. En este trabajo se utiliza la ley de Cundall y como primera aproximación se desprecian los efectos tangenciales del roce y de la amortiguación. Se genera el modelo de impacto entre bolas y bolas, entre bolas y lifters y entre bolas y paredes. Se simula para distintas condiciones de operación respecto a la velocidad crítica usando dimensiones reales para un molino industrial. Los resultados permiten cuantificar velocidades, trayectorias y fuerzas de impacto.*

1. Introducción^{1,2}

La creciente demanda por materiales a nivel internacional ha impuesto un incremento en la capacidad de procesamiento dentro de las industrias mineras. Es así como particularmente en nuestro país, la producción de cobre se ha triplicado en los últimos 10 años. Esto trae como consecuencia que las industrias aumenten su productividad, ampliando sus plantas y aumentando el tamaño de sus máquinas. Es necesario además optimizar el mecanismo de producción para disminuir los costos.

De esta manera se ha desarrollado el tipo de molienda denominada semiautógena (SAG), la cual comprende la utilización de grandes molinos rotatorios para la reducción de tamaño del mineral. En la actualidad el diámetro de un molino puede superar los 11m, lo que implica una capacidad de hasta 30000 toneladas por día de procesamiento.

El proceso de molienda utiliza una gran cantidad de energía eléctrica, considerando que poseen una potencia media cercana a los 8000 kW. Lamentablemente solo alrededor del 5% de esta energía es utilizada en reducir el tamaño de la carga por medio de los impactos. Es indispensable entonces el estudio del movimiento y de las fuerzas involucradas en la conminución, para el diseño y optimización del proceso.

Al comienzo se estudió el comportamiento dinámico y cinemático de cada elemento de la carga, sin mucho éxito. Luego se realizaron extensos ensayos de laboratorio, en busca de relaciones entre los parámetros de funcionamiento de los molinos, obteniéndose algunos, pero que solo pueden ser aplicables a un restringido rango de situaciones. Finalmente, con la aparición de los computadores, se crearon algoritmos para describir el comportamiento de los medios granulares, lo que permite simular numéricamente los molinos rotatorios en pleno funcionamiento. Estas simulaciones son las que entregan con mayor exactitud y eficiencia todos los datos sobre los parámetros de funcionamiento de los molinos, y son los más ampliamente utilizados en la actualidad.

En el presente trabajo se aborda el tema de modelación numérica de medios granulares, para estudiar el comportamiento que tiene la carga dentro de un molino SAG y describir los fenómenos, características y relaciones que llevan a la optimización del proceso y su diseño.

Algunas definiciones básicas:

- *Velocidad crítica*: está definida como la velocidad a la cual los elementos que constituyen la carga comienzan a centrifugarse y, por lo tanto, a alojarse sobre las paredes internas del molino. Se puede describir además como el momento en que la fuerza centrífuga se iguala a la fuerza de gravedad en el punto más alto del molino. Comúnmente se considera la velocidad del molino como una fracción o porcentaje de la velocidad crítica, que está dada por:

$$w_{crítica} = \sqrt{\frac{g}{R - r}} \quad (1)$$

donde g es la aceleración de gravedad, R es el radio del molino y r es el radio de las bolas. Se observa que las bolas de menor tamaño se centrifugan primero que las que poseen mayor tamaño.

- *Nivel de llenado*: en un molino SAG, corresponde a la fracción volumétrica efectiva total de la cámara de molienda ocupada por la carga interna. El nivel de llenado (NV) puede obtenerse de:

$$NV = \frac{\text{Vol. Apar. de Carga Int.}}{\text{Vol. Efec. Cámara Molienda}} \times 100 \quad (2)$$

En un molino convencional, el nivel de llenado está definido por el nivel de llenado de bolas de molienda.

- *Lifters*: barras internas del molino, colocadas en sentido axial que ayudan a elevar la carga cuando el molino gira.

2. Modelos Numéricos de Molienda.

2.1. Método analítico:

Este método, desarrollado por Davis³ en 1919 es el primero en explicar el comportamiento del movimiento de la carga dentro de un molino a través de la dinámica y cinemática de los cuerpos (minerales), estudiados por separado. Al analizar sólo un cuerpo (bola o disco), se obtienen las fuerzas y movimiento de éste al interaccionar con la carcasa y revestimientos del molino, sin embargo este análisis se complica al considerar más de una bola, las cuales no solo interactúan con la carcasa del molino, sino también entre ellas. Pese a las simplificaciones de este modelo, en el que se considera solo una bola, se pueden obtener buenos resultados al determinar la fuerza máxima de impacto de una bola sobre la carcasa del molino. Este modelo fue estudiado y perfeccionado por Powell⁴, el cual le adiciona los revestimientos y barras de *lifters* al modelo. Fuentes⁵, realiza un completo estudio sobre el método analítico de Powell.

2.2. Método numérico:

Para desarrollar la modelación es necesario usar algún método que simule el comportamiento de un medio granular. Este trabajo usa el denominado *método de elementos discretos* (DEM: *discrete element method*).

Entre los autores que han realizado modelaciones numéricas a partir de este método se destacan Mishra y Rajamani⁶, los cuales fueron los pioneros al utilizar el modelo numérico para la simulación de molinos SAG, y Paul Cleary⁷, el cual ha adicionado importantes modificaciones a los modelos de molienda, que implican una mayor exactitud en los resultados.

Además, se han realizado muchas experiencias de laboratorio, en las cuales se acondicionan molinos de menor tamaño para obtener datos a través de sensores alojados en su interior o en los elementos de molienda. Estos modelos empíricos no han tenido mucho éxito debido al hostil medio de molienda y a los delicados instrumentos de medición, además de que no consideran las no linealidades entre los datos calculados en un molino pequeño y uno de gran tamaño, como es un molino SAG.

3. Simulaciones Computacionales de Medios Granulares.

En el proceso de disminución de tamaño de materiales a través de la molienda tanto SAG como convencional, se trabaja con el medio granular constituido por los mismos minerales y por las bolas de acero de molienda.

Las simulaciones se han convertido en una herramienta común en el diseño y optimización de procesos industriales en los que se manejan materiales en estado granular^{7,8}. Se han realizado intentos de adaptar simulaciones de fluidos a los flujos de masa de medios granulares sin mucho éxito⁹.

3.1. Simulación del contacto.

En el algoritmo de DEM, los contactos se llevan a cabo entre los dos elementos básicos del modelo, los cuales son las bolas (que tienen la posibilidad de producir un traslapeo entre si) y los muros (elementos rectos rígidos).

Cuando un contacto es detectado se aplica el modelo numérico de contacto desarrollado por Cundall¹⁰, el cual aunque es el más sencillo, es el más utilizado en este tipo de simulaciones.

En general existen dos tipos de aproximaciones que pueden ser adoptadas para actualizar las trayectorias de las partículas en contacto.

3.2. Modelo de cuerpo rígido.

La primera categoría de modelo es el llamado *hard body* o cuerpo rígido, el cual actúa directamente sobre las trayectorias, es decir, cuando se produce una colisión, las trayectorias de los dos granos se actualizan, para reflejar la situación inmediatamente después del impacto. Este tipo de aproximación impone colisiones instantáneas e individuales, por lo tanto es favorable para simulaciones en que se consideran medios como los gases, donde se observa un comportamiento orientado a la colisión, pues la simulación es desarrollada como una secuencia de colisiones.

3.3. Modelo de cuerpo blando.

Es la segunda categoría de modelos existentes, llamados *soft body* o cuerpo blando. En este caso se actúa sobre las fuerzas conductoras de los elementos. Cada colisión produce una fuerza, que al introducirse a una sumatoria de fuerzas generan una aceleración, velocidad y posición del elemento. Este tipo de modelos permite a los granos superponerse para computar la fuerza y el tamaño de este traslapo. En este caso los contactos no son instantáneos, sino continuos, por lo que las simulaciones que utilizan este tipo de modelo deben discretizar el tiempo para converger a una solución deseada.

Las modelaciones numéricas de los contactos entre granos en un medio granular, deben contemplar varias situaciones, como son:

- Colisiones dinámicas individuales.
- Contactos cuasi-estáticos.
- Contactos estáticos.

Para poder reproducir todos estos casos con el mismo modelo de contacto, a menudo se prefiere el modelo de cuerpo blando en vez del de cuerpo rígido.

Las fuerzas computadas por el modelo de cuerpo blando deben ser repulsivas y disipativas. La repulsión es un reflejo de la elasticidad del material. La disipación de energía es un tópico delicado, debido a que muchos mecanismos participan de la disminución de energía, como son la deformación plástica¹¹, la disipación de temperatura, vibraciones, etc.

En una colisión individual, todos estos agentes disipativos son considerados al introducir el coeficiente de restitución, definido como la razón entre las velocidades relativas antes y después del impacto entre dos granos¹¹. Idealmente, esta relación debe ser elegida de acuerdo a las características reales del material, para ser implementada en el modelo numérico con el fin de que refleje fielmente la disipación de energía. Desafortunadamente, la mayoría de los modelos fallan en la implementación precisa de este concepto.

La historia de los modelos numéricos de contacto comienza a finales de los setenta con el *modelo viscoelástico* ideado por Cundall y Strack¹⁰ (cuyo modelo es el que se utiliza en este trabajo), seguido por el *modelo viscoelástico no-lineal* de Kuwabara y Kono¹², y el *modelo elasto-plástico*¹¹ de Walton y Braun, y otros modelos basados en la histéresis.

La mayoría de los avances en el ajuste de estos modelos provienen de la comparación de simulaciones numéricas simples con resultados empíricos (cuando es posible obtener datos), lo cual permite optimizar los diseños y calibrar los modelos.

El modelo de contacto utilizado está dentro de la categoría de los modelos *soft body* o cuerpo blando, el cual se caracteriza porque las fuerzas de contacto se desarrollan por el traslapo que se

genera de una bola sobre otra (contacto bola-bola), o de una bola sobre un muro (bola-muro). Ambos contactos son semejantes pero no iguales, debido a que solo las bolas están capacitadas para generar un traslapo pero los muros son considerados cuerpos rígidos. En cada contacto generado, el modelo es responsable de actualizar las fuerzas que reflejarán la nueva situación.

Durante la interacción bola-bola o bola-muro, es relativamente fácil aplicar un modelo de contacto, lo cual puede hacerse incluso, sin la necesidad de una simulación numérica. El problema se genera cuando hay más bolas que se contactan entre si, lo cual es más difícil de representar, pues se producen fenómenos que no pueden ser analizados en forma particular, debido al comportamiento como fluido-sólido del medio granular. Es por este motivo que es necesario analizar mediante la simulación cada uno de los casos más generales.

Se utiliza un modelo bi-dimensional (2D), donde las bolas se simulan como discos, aplicándoles las siguientes leyes físicas.

- *La 2ª ley de Newton*: a través de las fuerzas aplicadas a los discos se puede obtener su movimiento.
- *La ley de fuerza-desplazamiento*: usada para cuantificar la magnitud y dirección de las fuerzas de contacto (teoría de contacto numérica).

Cabe notar que los desplazamientos de las partículas son mucho mayores que las deformaciones de estas, por lo que se consideran los elementos como cuerpos rígidos. Pese a esto, se incorpora la capacidad de superponerse un disco sobre otro, de acuerdo a las fuerzas de contacto, como si existiera un resorte, lo que sirve para obtener fuerzas de contacto y deformaciones. Cada disco puede ser analizado en forma independiente (figura 1)

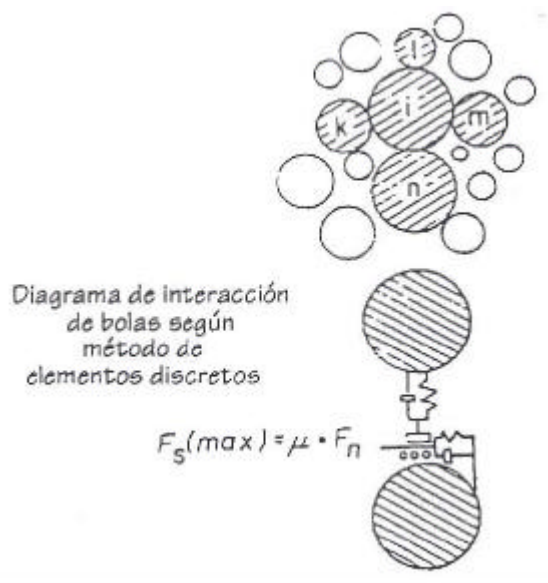


Figura 1. Modelo de interacción entre discos. Incluye fuerzas normales F_n de interacción y fuerzas tangenciales F_s .

- De acuerdo a demostraciones empíricas (que pueden verse ejemplificadas con mayor detalle en referencia [13]), una modelación más precisa de la deformación no implica necesariamente obtener una mejor aproximación.

Para una descripción en detalle de las ecuaciones y algoritmos utilizados en la programación, se recomienda ver las referencias^{13,14}. La programación se realiza en plataforma MATLAB.

3.4. Contactos Múltiples

La calibración de los parámetros utilizando datos experimentales efectuados a una colisión individual no provee con precisión la disipación de energía en el momento en que la bola o partícula se ve enfrentada a muchos contactos simultáneos. Los contactos múltiples no siguen el mismo esquema de compresión-expansión que los contactos individuales, debido a que generalmente se observan fases de recarga o re-compresión que actúan antes de que el contacto llegue a su fin.

Esto puede ser explicado considerando la situación en que dos bolas generan un contacto entre ellas, pero antes de que éste se termine y ambas bolas sigan su camino, se encuentre una tercera bola que empuja a una de las dos que se encuentran en contacto, produciendo una recarga en la bola libre. Si se utiliza sólo el método *viscoelástico*, se fallará en proveer una respuesta precisa del fenómeno, debido a la forma con que el modelo disipa energía. El modelo *elasto-plástico*, como el que ha sido desarrollado por *Walton y Braun*¹¹, introduce una mejora al método de disipación, pero posee otros problemas en su formulación como es la pérdida de control cuando el traslapo llega a su máximo.

Recientemente, *Pournin*¹³ propuso una nueva aproximación diseñada para permitir el control total sobre la disipación de energía durante las sucesivas fases del contacto, que será analizado en trabajos posteriores.

Para comprender como trabaja cada uno de los modelos mencionados, se muestra a continuación, en la Figura 2, los diagramas Fuerza-traslapo de cada uno de estos.

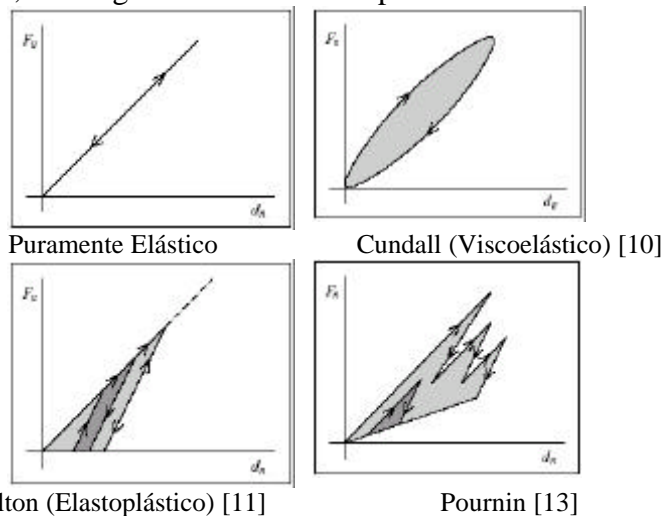


Figura 2. Comparación entre los distintos tipos de modelos numéricos de contacto desarrollados. El área achurada representa la energía disipada en el contacto.

El modelo puramente elástico no disipa energía. El modelo viscoelástico de Cundall, introduce disipación de energía a través de la componente viscosa del amortiguamiento, produciendo una trayectoria elíptica sobre el diagrama. El modelo de Walton cuenta con deformación plástica, sin embargo, la re-compresión sigue la misma trayectoria, observándose una falla, ya que no disipa más energía, aunque la re-compresión se produce casi al final de la compresión inicial. La compresión inicial se ve en gris claro, y la re-compresión en gris oscuro. El modelo de Pournin elige diferentes trayectorias para cada fase de carga y descarga, además de que controla la deformación total por medio de una fase de retorno no plástico.

4. Selección de los Parámetros.

4.1. Rigidez del Material.

La rigidez normal K_n del material¹⁵, en las unidades N/m, es determinada en un ensayo experimental soltando una bola sobre un yunque, pudiendo o no colocarse sobre el yunque unas pocas capas de material de molienda. De esta manera se pueden obtener impactos metal-metal y metal-material.

La rigidez tangencial es determinada mediante el punto de vista teórico, a través de la *razón de Poisson*, la cual varía entre 0 a 0.5. La *teoría de contacto de Hertz* para esferas asigna a la rigidez tangencial K_s un valor que varía entre 2/3 a 1 de K_n . Cundall y Strack¹⁰ muestran en sus simulaciones que los resultados no cambian cuando K_s/K_n varía entre 2/3 a 1. En el modelo de resorte-amortiguador, se deben determinar los valores de la rigidez y de amortiguamiento. El valor de la constante de amortiguamiento es determinado a través del *coeficiente de restitución* del material, que es la medida de energía perdida durante la colisión, y es igual a la razón entre la velocidad relativa de separación después del contacto y la velocidad relativa de aproximación antes de éste. Corkum¹⁶, demostró que para un coeficiente de restitución e dado, la constante de amortiguamiento C_n es:

$$C_n = -\frac{2 \ln(e) \sqrt{K_n m}}{\sqrt{((\ln(e))^2 + \pi^2)}} \quad (3)$$

donde $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, m_1 y m_2 son las masas de los dos cuerpos en contacto. Si m_1 es mucho mayor a m_2 , como en el caso de una bola en contacto con un muro, se considera a m solo como la masa del disco.

Aparentemente de la ecuación anterior, la constante de amortiguamiento es función de la rigidez del material, por lo que la energía disipada depende directamente también de la rigidez. Así, antes de elegir un valor para K_n , debe hacerse un análisis paramétrico para estudiar el efecto de la rigidez del material sobre la energía disipada en el contacto. En un experimento numérico, una bola de 0.15 kg de masa es soltada sobre una placa desde una altura de 0.2 m. El coeficiente de restitución fue fijado en 0.3. La energía disipada, para un valor de amortiguamiento dado, no cambia con la rigidez¹⁵.

4.2. Coeficiente de Restitución.

Uno de los principales parámetros a ser abordados es el coeficiente de *restitución del material*, el cual debe ser correctamente establecido, dado que su valor depende de varios factores. Este coeficiente, que ya fue definido anteriormente está dado por.

$$e = \frac{\int R dt}{\int P dt} \quad (4)$$

donde $\int R dt$ y $\int P dt$ son los impulsos en las fases de deformación y de restitución respectivamente. Usando la ecuación anterior sobre dos discos moviéndose en la misma dirección después del impacto, el coeficiente de restitución puede ser obtenido de:

$$e = \frac{(v_b)_2 - (v_a)_2}{(v_a)_1 - (v_b)_1} \quad (5)$$

donde v_a y v_b son las velocidades normales de los discos a y b respectivamente. Los subíndices 1 y 2 se refieren a los momentos justo antes y después del impacto. Midiendo experimentalmente estas velocidades relativas, se puede determinar el coeficiente de restitución. Sin embargo, el coeficiente de restitución no es una propiedad del material, sino que depende considerablemente del tamaño, forma, y de la velocidad de impacto entre los cuerpos. Es por esta razón que se hace necesaria la medición de este parámetro bajo las condiciones que se presentarán físicamente, es decir, dentro del molino de bolas.

Dos tipos de colisiones son las que generalmente se observan dentro de un molino de bolas. Las bolas que adquieren movimiento en catarata, impactan los revestimientos directamente. Este tipo de colisión es la llamada bola-muro. Otras bolas adquieren movimiento en cascada, lo cual hace más difícil la determinación del coeficiente de restitución, debido a que los impactos son de muy baja energía. Un tercer tipo de impacto se produce entre las bolas en medio del vuelo, la cual es considerada como una colisión bola-bola.

Para determinar el coeficiente de restitución para la colisión bola-muro, se realiza un ensayo de caída libre de una bola. En este experimento, bolas de diferente tamaño son lanzadas desde una altura fija, la que se determina de la altura promedio de caída dentro de un molino: 30 cm. De esta manera el coeficiente de restitución se determina de:

$$e = \sqrt{h_1 / h_2} \quad (6)$$

donde h_1 y h_2 son las alturas de rebote y caída respectivamente. Para diferentes tamaños de bola el coeficiente de restitución varía entre 0.4 y 0.6.

Por otro lado, para determinar el coeficiente de restitución de la colisión bola-bola, se realiza un ensayo con péndulos. Aquí, dos esferas perfectas son sujetadas de cordeles inelásticos. Los péndulos son suspendidos frente a un tablero cuadrado. Uno de los péndulos se dejará en reposo, mientras que el otro es sujetado para variar su altura, hasta ser lanzado. Nuevamente las alturas de las bolas antes y después del impacto son medidas. En este caso, el coeficiente de restitución es determinado de la siguiente ecuación:

$$e = 2\sqrt{h_1 / h_2} - 1 \quad (7)$$

donde h_1 es la altura de rebote de la bola que originalmente se mantiene en reposo, y h_2 es la altura de caída de la bola impactante.

Se observa de este ensayo, que el coeficiente de restitución no varía mucho. El valor promedio de este se fija en 0.9, el cual será considerado para los impactos entre bolas en vuelo.

4.3. Coeficiente de Roce.

En el modelo de contacto, la fuerza producida por el amortiguamiento en la dirección tangencial (corte) está restringida a un valor máximo. Esta fuerza máxima está dada por:

$$F_{s(max)} = mF_n \quad (8)$$

donde m es el coeficiente de roce y F_n es la fuerza normal de contacto. Si el valor absoluto de la fuerza tangencial excede a $F_{s(max)}$, se produce un deslizamiento. Para esta situación, es omitida la fuerza del amortiguador en la dirección de corte, tornándose en un contacto por fricción.

Rose y Sullivan¹⁴ determinaron el coeficiente de roce para las condiciones de operación de un molino SAG, donde se entregan valores promedios.

Para la simulación numérica desarrollada en este trabajo, los parámetros son escogidos de acuerdo a los valores experimentales desarrollados, pero además considerando el comportamiento que la carga tiene realmente. Es por esto que para disminuir el tiempo de iteración, se ha elegido ocupar una rigidez del contacto de 400000 N/m, lo cual corresponde a la rigidez del contacto entre una bola de acero contra una capa de materiales particulados, tal como lo que ocurre en un molino. En este trabajo no se ha considerado el efecto del roce, dejando su estudio para trabajos posteriores.

5. Resultados Numéricos

5.1. Comportamiento de la Carga.

Se realiza un estudio del comportamiento de las bolas en el proceso de molienda, observando sus trayectorias, y las velocidades, para que, a través de la simulación, se observen los fenómenos que se producen en el interior de un molino real. Este tipo de fenómenos no pueden ser analizados por ningún otro tipo de sistema, por lo que el modelo planteado constituye una importante ayuda para obtener información sobre el proceso de molienda.

El análisis se realizará considerando diferentes velocidades de trabajo de un molino estándar, cuyos parámetros de operación son los siguientes: Cantidad de bolas: 150, Radio bolas: 8 cm, Diámetro molino: 4 m, Cantidad de lifters: 20, Radio lifters: 5 cm, Nivel de llenado: 30.5 %, Tiempo de molienda: 8 s, Intervalo de tiempo usado para la integración: 10^{-3} s.

Para realizar estas simulaciones, se utilizó un computador de procesador Pentium III de 1GHz, con 512 megas de memoria RAM. La iteración, para 8 s de molienda demoró 5 hr, quedando de manifiesto el costo computacional que implica la modelación numérica con DEM.

En las simulaciones se usa una velocidad de giro del molino como un porcentaje de la velocidad crítica que en este caso es de 2.26 rad/s.

5.1.1. Velocidad de Giro 40%.

En la Figura 3, se observa la simulación del modelo de molino para una velocidad de giro de 40% de la velocidad crítica (0.9 rad/s).

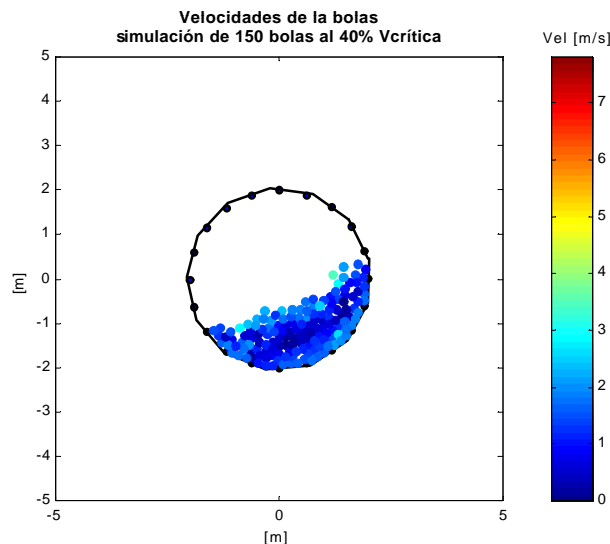


Figura 3. Simulación de un molino de 4 m de diámetro. 40% velocidad crítica.

De la Figura 3, se puede observar las diferentes velocidades que adquieren las bolas al rotar el molino. (indicada en colores o en tonalidades de blanco y negro) Se puede observar una zona, localizada en el centro del riñón (denominada así por la forma que adquiere la carga), donde el movimiento de las bolas es escaso, por lo que la velocidad es reducida. Rodeando esta zona, se encuentran dos capas de mayor velocidad. La capa superior corresponde a la de mayor velocidad, producto del derrumbamiento de la capa que queda encima del riñón, denominado movimiento en *cascada*. La otra capa está debajo de la zona de bajo movimiento, la cual posee una menor velocidad que la capa superior, aunque no deja de ser considerable.

Producto de la cercanía de las capas de alta y baja velocidad, se producen zonas de cizalle, que se encuentran entre estas capas, donde se produce una molienda por abrasión y fricción. Para esta simulación no se observa el movimiento en catarata.

En un molino SAG real, el mecanismo de molienda más común es el realizado por la abrasión producida por la fricción entre los minerales. Este tipo de mecanismo se asocia al producido en el mecanizado de un material a través de un esmeril. A través de este proceso se desprende material particulado de las rocas de minerales.

5.1.2. Velocidad de Giro 60%.

En la Figura 4, se muestra la simulación efectuada para una velocidad de operación de 60% de la velocidad crítica, la que corresponde a 1.35 rad/s. Como se observa, nuevamente se ve la zona de baja velocidad cercana al centro del riñón, rodeado por las capas de más alta velocidad. En este caso, se han incrementado las velocidades de las capas producto del incremento de la velocidad de rotación del molino. Se observa claramente un incremento en la velocidad de las bolas en cascada, en la parte superior del riñón y producto esta mayor velocidad se observa una mayor inclinación en la forma de riñón que constituye la carga.

Se observan con mayor claridad las diferentes capas de velocidades de las bolas, identificándose intuitivamente las zonas de abrasión. En la simulación no se observan bolas con movimiento de catarata.

5.1.3. Velocidad de Giro 80%.

En la Figura 5, se observa la simulación para una velocidad de 80% de la velocidad crítica, la que corresponde a 1.81 rad/s.

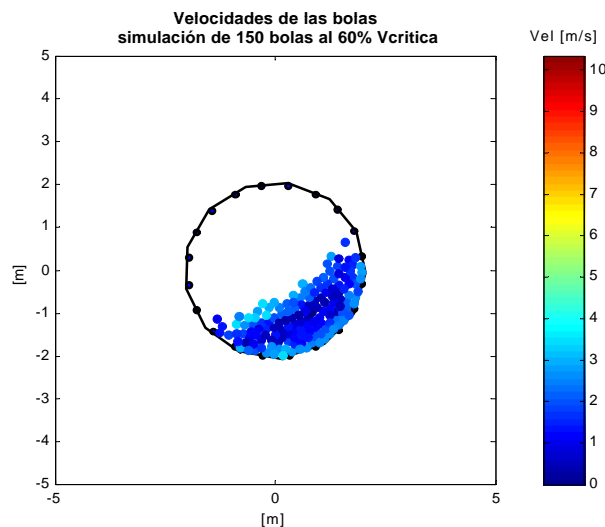


Figura 4. Simulación de un molino de 4 m de diámetro. 60% velocidad crítica.

Se observa nuevamente la zona de baja velocidad cerca del centro del riñón, rodeado de las zonas de alta velocidad, las cuales han incrementado su magnitud, debido a la mayor rotación del molino. De este gráfico se pueden observar además unas bolas que han salido despedidas fuera del riñón que manifiestan un movimiento parabólico en caída libre (movimiento en catarata). Este movimiento es de especial importancia pues es el que produce las más altas magnitudes de las fuerzas de impacto, por lo que es conveniente controlar la velocidad de giro del molino para que las bolas con este movimiento caigan sobre el pie de la carga y no sobre los revestimientos y carcasa del molino, lo que ocasionaría altos desgaste en las corazas en el interior del molino.

Las bolas que adquieren el movimiento de catarata son las causantes de otro mecanismo de molienda conocido como impacto. La molienda por impacto es producido con menor frecuencia que la molienda por abrasión dentro de un molino SAG real, pero posee mayor importancia, puesto que en este caso los minerales no solo pierden masa por desgaste, sino que se fracturan, agrietan y parten, produciéndose una disminución de tamaño mayor. No obstante, no solo los minerales están expuestos a estos mecanismos de molienda, sino también las bolas de acero de molienda¹⁷, las cuales deben ser fabricadas de tal manera que deben contar con la dureza necesaria para evitar la abrasión y por otro lado deben tener la resistencia apropiada para soportar los impactos. Es sabido que las propiedades de dureza y resistencia de los materiales son opuestas. La demanda de una produce inmediatamente el déficit de la otra. A esto se debe agregar que las bolas deben tener un precio bajo, para que sea rentable la molienda por este medio.

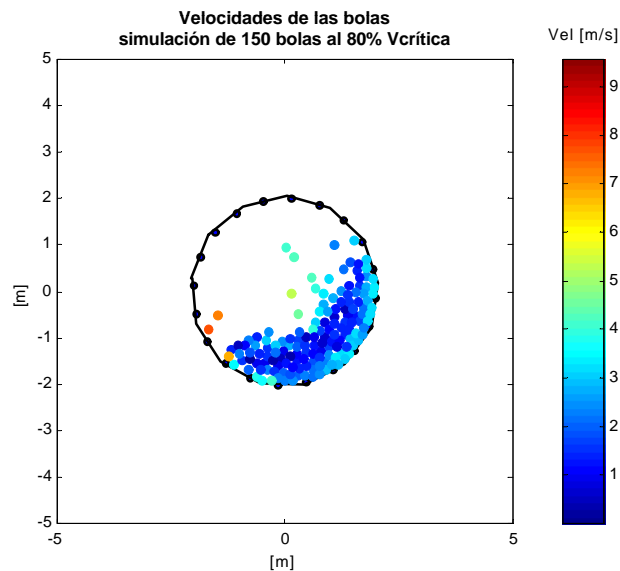


Figura 5. Simulación de un molino de 4 m de diámetro. 80% velocidad crítica.

Es por ello, que el estudio numérico del comportamiento del proceso de molienda, y de cómo se comportan las bolas, es muy útil para la comprensión del fenómeno, agregándose a esto la factibilidad de obtener los valores de las fuerzas de contacto de cada bola en cualquier momento.

5.1.4. Velocidad de Giro 100%.

En la figura 6, se observa la simulación del molino operando al 100% de la velocidad crítica, lo que corresponde a 2.26 rad/s. Se puede observar el movimiento y velocidades de las bolas dentro del molino. En este caso la velocidad de giro corresponde al 100% de la velocidad crítica, lo que

significa que la capa de bolas en contacto con la carcasa del molino es centrifugada cuando adquiere la velocidad tangencial en este punto producto de la rotación del molino. A pesar de esta velocidad, aún se puede observar la zona de baja velocidad, aunque es más reducida. Se observa gran cantidad de bolas en movimiento de catarata, y otras adheridas a la carcasa del molino, producto de la centrifugación. Se observa además que el ángulo entre el pie y el hombro de la carga (riñón) es aún más inclinado, comparado con los casos anteriores. Operar a esta velocidad no resulta conveniente, puesto que gran parte de las bolas se encuentran adheridas a la carcasa, lo que produce un efecto de disminución de diámetro del molino y una disminución del nivel de llenado dentro de este, lo que hace variar las condiciones de operación en forma notoria. Además el movimiento de las bolas es más caótico, por lo que resulta difícil de controlar.

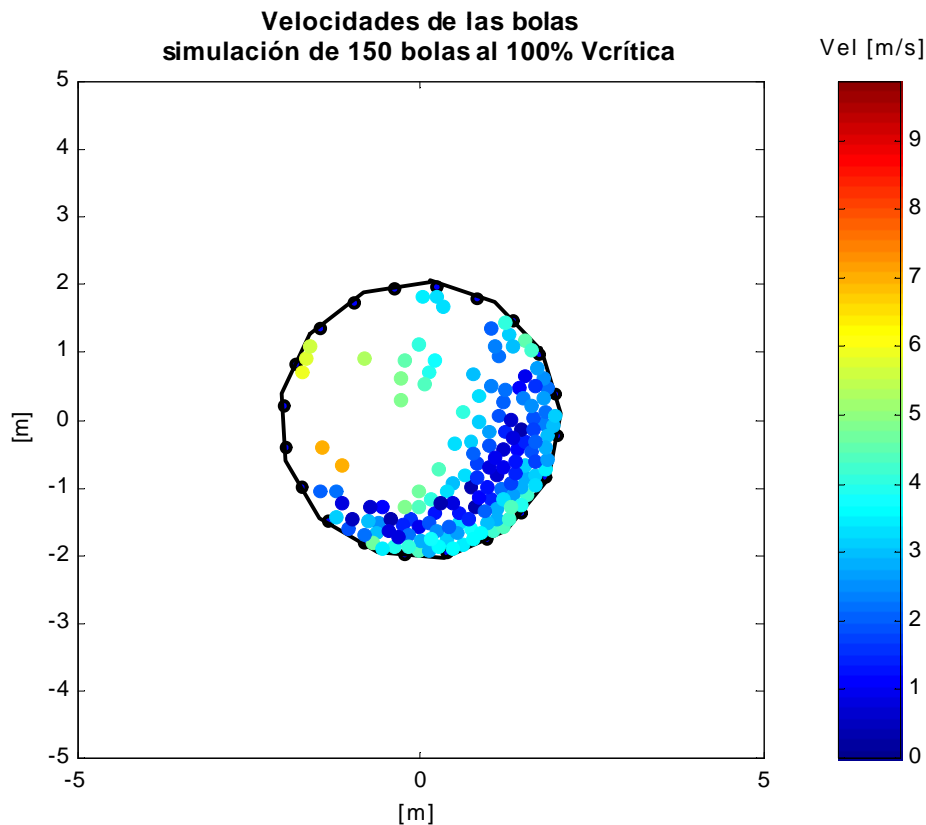


Figura 6. Simulación de un molino de 4 m de diámetro. 100% velocidad crítica.

5.2. Comportamiento de la trayectoria

En el proceso de la molienda, existe un patrón de comportamiento de las bolas, dependiendo del lugar que estas ocupen dentro del riñón. Es así como las bolas que se encuentran en las diferentes capas de velocidad del riñón, se mantienen en esta.

En la Figura 7, se muestra una simulación en la que interactúan 150 bolas en el molino estándar definido anteriormente, funcionando al 60% de la velocidad crítica. De esta simulación se siguen las trayectorias de 2 bolas que se encuentran en diferentes capas de velocidades, una de baja velocidad y una a alta velocidad (periferia del riñón).

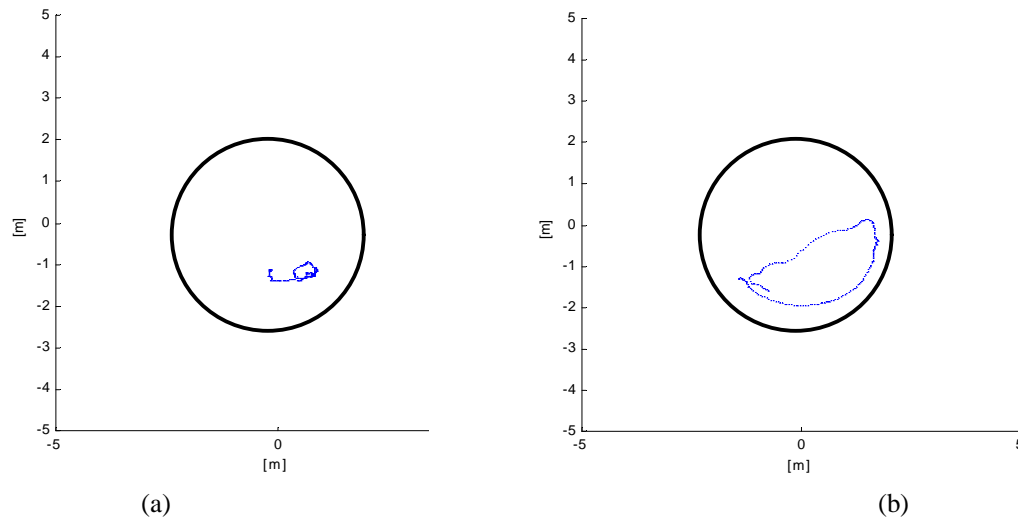


Figura 7. Comportamiento de la trayectoria de las bolas dentro de un molino. a) trayectoria de bola en zona de baja velocidad. b). trayectoria de bola en zona de alta velocidad

En la Figura 7.b), se observa la trayectoria de una bola que se encuentra en una capa externa del riñón, de alta velocidad. A medida que el molino gira y la carga es revuelta, esta bola permanece en la misma capa externa. Esta capa, al poseer mayor velocidad, produce mayor cantidad de desgaste y pérdida de masa en la bola, lo cual es favorable. Este es un fenómeno común dentro de la molienda con molinos rotatorios. En la referencia¹⁸, se hace un ensayo experimental, en el que se filma el interior de un molino de laboratorio para observar el comportamiento de la carga, obteniendo resultados concordantes.

De igual forma, en la Figura 7.a), se muestra la trayectoria de una bola que se encuentra en una capa interior del riñón, cerca del centro de este. Se puede observar, que tras el movimiento de la carga, la bola permanece en la misma capa de baja velocidad y más aún, casi en el mismo lugar. Al ser esta capa de menor velocidad y menor traslación de bolas, produce una menor cantidad de desgaste y disminución de masa de las bolas, siendo desfavorable para el proceso de molienda.

Este tipo de comportamiento es importante al considerar que, para una velocidad dada de giro del molino, las bolas permanecen trasladándose en la misma capa del riñón, por lo que las bolas de capas más externas, sufrirán un mayor desgaste que las bolas de las capas internas.

5.3. Fuerzas de Contacto.

El proceso por el cual se lleva a cabo la molienda es en extremo hostil, debido a que se aprovecha la caída y fricción entre las bolas para producir fracturas y quiebres a la carga constituida de minerales. Es por esto que es necesario, cada cierto tiempo de procesamiento, introducir más bolas de acero para molienda, puesto que estas también se van desgastando y quebrando, aunque de forma menor que los minerales. Se hace importante entonces hacer un estudio sobre las fuerzas de impacto entre las bolas y entre estas con la carcasa del molino y los *lifters* que sirven para ayudar a elevar la carga.

Antes de la aparición de los modelos numéricos de molinos, se intentó hacer un análisis experimental de las fuerzas a las que se encuentra expuesto el molino en proceso, para poder optimizar el diseño de éste y redefinir los parámetros de operación. Dunn y Martin¹⁹, colocaron

acelerómetros dentro de las bolas de molienda, para medir la velocidad de contacto y así estudiar las fuerzas de impacto máximas generadas en un molino industrial²⁰. Los ensayos experimentales, son muy difíciles de obtener, tanto por las condiciones de operación, como por lo delicado de los instrumentos de medición, por lo que este tipo de procedimientos tiene poco desarrollo, y son escasos los datos recopilados a través de estos.

La aparición de los modelos teóricos significaron un desarrollo en la obtención de datos del proceso de molienda, y por lo tanto, aportes al mejoramiento del diseño de molino, aunque se basan en principios muy simplificados, como es el caso de Powell⁴, quien creó un modelo teórico de molienda en el cual se describe el comportamiento de una bola dentro del molino.

En el modelo de molino desarrollado en este trabajo, se puede definir el tamaño del molino, de las bolas y de los *lifters*. Se considera un tamaño de bolas uniforme, del mismo material. Para realizar un estudio sobre las fuerzas de impacto entre los distintos componentes del molino, se realiza una simulación considerando los siguientes parámetros, los cuales son extraídos de un molino real: Diámetro del molino: 4 m, Diámetro de las bolas: 16 cm, Número de bolas: 150, Masa de las Bolas: 2.14 kg, Nivel de llenado: 30.5%, Número de lifters: 20, Radio de lifters: 5 cm, Rigidez de contacto: 400000 N/m, Tiempo de integración: 5 s.

Teniendo en cuenta estos parámetros se realiza una simulación al 80% de la velocidad crítica, lo que corresponde a 1.8 rad/s, para este molino, debido que esta es la velocidad de operación de la mayoría de los molinos SAG. En la Figura 8.a, se ve la simulación realizada.

Se puede observar claramente las bolas que poseen movimiento de catarata, las que salen despedidas por encima del *riñón* formado por la carga. En la simulación, son registrados los valores correspondientes al valor máximo de la fuerza de contacto generado en un impacto, ya sea entre dos bolas, o una de estas con un muro o un *lifter*. Del registro, se contabiliza el número de veces que se han producido, determinándose la frecuencia de impactos que se llevan a cabo con ese valor de fuerza.

En la Figura 8.b, se observa el gráfico correspondiente al contacto bola-bola, para el modelo mencionado. Se puede observar que el mayor número de contactos producidos posee baja fuerza de impacto, donde la mayoría genera fuerzas de 300 N (si se considera que las bolas pesan más de 2 kg y el molino es de 4 m de diámetro). Se ve una tendencia decreciente, para valores de mayor fuerza de contacto, aunque a 2500 N, se observa un leve aumento que puede ser adjudicado al movimiento de catarata de las bolas.

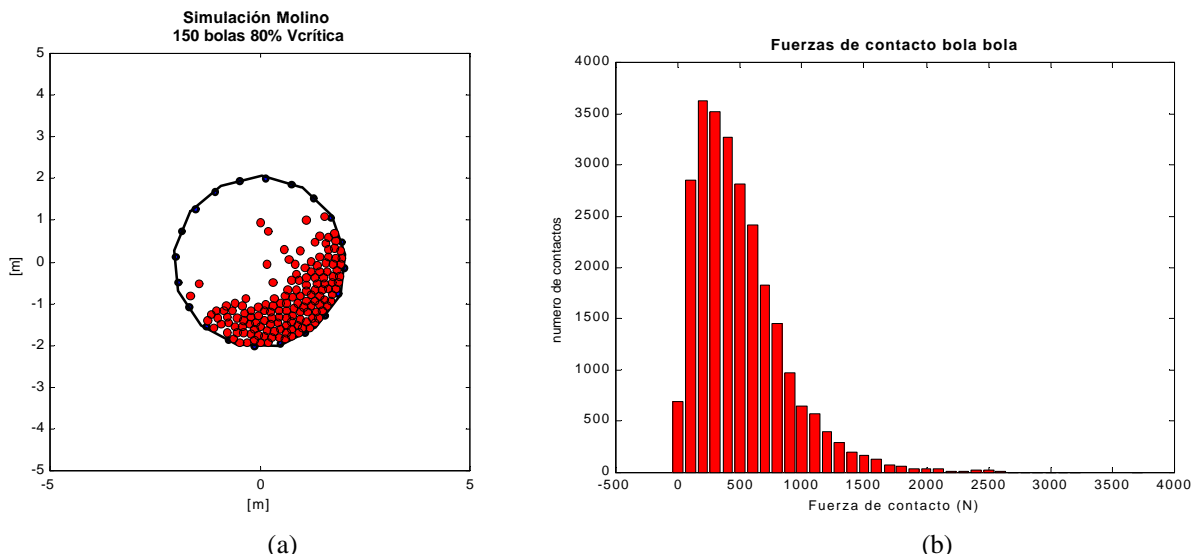


Figura 8. (a) Modelo de molino empleado en la simulación para cuantificar las fuerzas de impacto. (b) Gráfico del número de contactos, para la interacción bola-bola al 80% de la velocidad crítica.

6. CONCLUSIONES.

Se ha implementado un programa computacional en plataforma MATLAB, que permite estudiar el comportamiento dinámico de la carga en el interior de un molino SAG. Con él se pueden obtener los movimientos de cada una de las partículas en el interior del molino y además cuantificar las fuerzas de impacto entre bolas y entre bolas y carcasa. Ello permitirá a futuro optimizar la velocidad de giro del molino para producir una disminución de la energía utilizada para el proceso.

7. REFERENCIAS.

- [1] Magne L., Valderrama W., “*Molienda Semiautógena: Operación, Mantenimiento y Control*”, Julio de 1999.
- [2] Austin L.G., Concha F., “*Diseño y Simulación de Circuitos de Molienda y Clasificación*”, CYTED, Universidad de Concepción, 1994.
- [3] Davis E.W., “*Fine crushing in ball mills*”, Trans. AIME, Vol.61, P250-296, 1919.
- [4] Powell M.S., “*The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill*”. Int. Journal of Mineral Process., Vol 31, P163-193, 1991.
- [5] Fuentes J.P., “*Simulación numérica del movimiento de partículas en un molino*”, Proyecto de Ingeniería Civil Mecánica, Concepción, Universidad de Concepción, Julio de 2002.
- [6] Mishra B.K., Rajamani, R.K., “*Analysis of media motion in industrial mills*”. Conminution, Theory and practice. K. Kawatra (Ed.). SME, 1992
- [7] Cleary P.W., “*Charge behavior and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition*”. Int. J. Miner. Process., Vol. 63, P79-114, 2001
- [8] Ferrez J.A., “*Dynamic triangulations for efficient 3D simulation of granular materials*”, Tesis de Doctorado en Matemáticas, Lausanne, Lausanne, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2001
- [9] Jenkins J.T., Savage S.B., “*A theory for the rapid flow of identical, smooth, nearly elastic, spherical particles*”. J. Fluid Mech., Vol. 130, P187–202, 1983
- [10] Cundall P.A., Strack O.D.L., “*A discrete numerical model for granular assemblies*”, Geotechnique, Vol 29, No. 1, P47-65, 1979
- [11] Walton O.R., Braun R.L., “*Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional discs*”. J. of Rheology, Vol. 30 P949, 1986.
- [12] Kuwabara G., Kono K., “*Restitution coefficient in a collision between two spheres*”. Jap. J. Appl. Phys., Vol. 26, P1230, 1987.
- [13] Pournin L., Liebling T.M., Mocellin, A., “*A new molecular dynamics force model for better control of energy dissipation in DEM simulations of dense granular media*”. Phys. Rev. E., 2001.
- [14] Rose H.E., Sullivan R.M., “*Ball, Tube and Rod Mills*”. Chemical Publishing Co., New York, 1958.
- [15] Mishra B.K., “*Study of Media Mechanics in Tumbling Mills by the Discrete Element method*”, Tesis de Doctorado, University of Utah, 1991.
- [16] Corkum, B. T., “*The discrete element method in geotechnical engineering*”. Master’s thesis, University of Toronto, Canada, 1989.
- [17] Peter J., Moroz Jr., “*Mecanismos de Desgaste en Molienda Húmeda Usando Bolas de Acero y de Fundición Blanca*”. V Simposium sobre Molienda, Viña del Mar, 1987.
- [18] Mishra B.K., Rajamani R.K., “*Simulation of charge motion in ball mills. Part 1: experimental verifications*”, Intern. J. of Min. Process., Vol 40, P171-186, 1994.
- [19] Dunn J., Martin R., “*Measurement of impact forces in ball mills*”, Min. Eng., Vol 30, P384-388, 1978.
- [20] Espejo, Luis A., “*Modelos Numéricos del Movimiento de la Carga en un Molino*”, Proyecto de Ingeniería Civil Mecánica, Concepción, Universidad de Concepción, Julio de 2002.