

IDENTIFICAÇÃO DE DANOS UTILIZANDO O MÉTODO DO ERRO COM DIFERENTES ALGORITMOS DE MINIMIZAÇÃO

Miguel E. Genovese*, José Luis Brito, Graciela Doz

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, PECC
Universidade de Brasília, Brasília, Brasil
e-mail: miguel@unb.br, jlbrito@unb.br, graciela@unb.br
*home page: <http://www.geocities.com/miguelgeno/>

Palavras Chaves: Detecção de Danos, Método do Erro, Características Dinâmicas, Método da Bi-seção, Método da Posição Falsa.

Resumo. *A determinação de danos é um problema que tem chamado a atenção de pesquisadores devido ao fato de que grande parte das estruturas, em especial pontes rodoviárias, apresentam deteriorações causadas por carregamentos usuais de serviços. Entre os diversos tipos de testes para avaliação estrutural, os ensaios dinâmicos apresentam-se como uma alternativa interessante para a determinação de dano em estruturas. Esses ensaios permitem a obtenção das características dinâmicas das estruturas e por meio da análise de modos e frequências naturais de vibração torna possível determinar, localizar e quantificar o dano em uma estrutura. Esta análise é realizada por meio da utilização de um método denominado Método do Erro, junto com algoritmos de minimização como o Método da Bi-seção e Método da Posição Falsa.*

Simulações numéricas utilizando o Método dos Elementos Finitos foram realizadas em uma viga simplesmente apoiada, onde o dano foi introduzido por meio de uma redução das propriedades geométricas da seção. Foi verificado para este exemplo que o dano altera as características dinâmicas e que o método utilizado consegue detectar e localizar o dano corretamente. A quantificação foi realizada utilizando três algoritmos de minimização, obtendo em todos os casos valores corretos. No entanto em um dos algoritmos o esforço computacional foi consideravelmente maior.

1 INTRODUÇÃO

Durante a sua vida útil, as estruturas são submetidas a diversos tipos e formas de carregamentos estáticos e/ou dinâmicos como por exemplo, carregamentos permanentes ou acidentais, movimento de pessoas, vibração de máquinas, efeitos provocados pelo vento, terremotos, impactos, fadiga, etc. Estes carregamentos associados com fenômenos de corrosão, ataques químicos, carbonatação, radiação, entre outros, podem produzir diferentes tipos de danos de acordo com o tipo de material utilizado na construção da estrutura. Estes fatos produzem obviamente uma redução na capacidade portante da estrutura deixando-a mais flexível, fato este que pode provocar maiores deslocamentos e deformações. Em casos extremos pode-se até chegar ao comprometimento da estabilidade global da estrutura.

Esses efeitos podem ser globais, quando afetam a estrutura com um todo ou locais, quando atuam em uma determinada região da estrutura. Apesar de ambos os casos serem encontrados na prática, é mais comum encontrar o dano restrito a certas regiões específicas da estrutura.

Quando há dúvidas a respeito da integridade da estrutura, torna-se necessário a aplicação de testes não destrutivos para determinar as suas reais condições. Estes testes geralmente consistem em administrar à estrutura uma quantidade relativamente pequena de energia na proximidade da região suspeita de dano para examinar a resposta da mesma. Os ensaios desses tipos diferem basicamente em virtude dos diferentes tipos e formas de energia aplicada.

Entre estes testes, pode-se citar como exemplos os ensaios de simples inspeção, ensaios de carregamento e deslocamento controlados, a utilização de ultra-som e os ensaios dinâmicos.

A técnica de inspeção visual realizada por um profissional experiente tem sido por muito tempo a única opção viável. Este procedimento é difícil e muitas vezes lento para grandes estruturas porque se torna necessário avaliar todos os elementos estruturais. Ainda mais, há o risco de o dano estar localizado no interior do elemento estrutural, impedindo assim a sua correta localização, inclusive pelo observador e técnico mais experiente.

O carregamento estático consiste em aplicar carregamentos bem conhecidos à estrutura e avaliar seu deslocamento nos pontos críticos previamente estabelecidos. Estes testes requerem, dependendo da estrutura, grandes carregamentos que oneram o ensaio. Por meio desses testes é possível determinar se as estruturas são capazes de suportar determinados carregamentos, sem sofrer instabilidade estrutural ou grandes deslocamentos. A localização e quantificação do dano são parâmetros também possíveis de obtenção.

Ensaio com ultra-som são eficientes na detecção de danos, fissuras, etc. Entretanto, o custo deles é alto, não somente pelo equipamento requerido, mas porque é necessário percorrer todos os elementos estruturais que constituem a estrutura. Note-se que todos os testes até o momento mencionados possuem uma característica local ou, em outras palavras, eles somente ensaiam parte da estrutura e não a estrutura com um todo.

Ensaio dinâmico apresenta-se com um importante caminho, que consiste em excitar a estrutura e medir as vibrações produzidas. Com estes dados experimentais é possível obter as características dinâmicas, isto é, determinar suas frequências e modos naturais de vibração, bem como sua razão de amortecimento. Da análise desses modos e frequências naturais de vibração é viável determinar indiretamente as condições atuais da estrutura.

Isto é possível devido ao fato de que o dano altera de alguma forma a rigidez e massa da estrutura, dependendo dessa alteração do local e da severidade do dano. Se a rigidez e a massa da estrutura são afetadas pelo dano, conseqüentemente os modos e frequências naturais de vibração também serão alterados e desta forma é possível extrair as informações suficientes para localizar e quantificar o dano na estrutura. Neste trabalho utiliza-se uma metodologia que permite analisar as características dinâmicas mencionadas anteriormente de maneira a determinar se existe dano, localizar este na estrutura e posteriormente quantificar a sua severidade. Para tal, um exemplo numérico de uma viga é reproduzido de maneira a validar a Metodologia. A simulação do dano na viga é realizada mediante uma redução nas propriedades geométricas de um elemento danificado.

2 DETECÇÃO DE DANOS POR MEIO DE ENSAIOS DINÂMICOS

Um dos primeiros estudos que tratou da detecção de danos é devido a Adams *et al*¹. Eles estudaram as alterações que são produzidas nas características dinâmicas de barras em vibração axial e propuseram um método para simular o dano substituindo o elemento danificado por meio de uma mola de rigidez equivalente. Os resultados mostraram que o método pode ser utilizado para localizar e quantificar danos em estruturas uni-dimensionais por meio de seus modos e frequências naturais de vibração obtidos experimentalmente.

Na análise modal, dois índices são altamente utilizados para avaliar a similaridade entre dois modos de vibração: o critério da concordância modal (*Modal Assurance Criterion-MAC*) proposto por Allemang e Brown² e o critério de concordância da coordenada modal (*Coordinate Modal Assurance Criterion-COMAC*) proposto por Lieven e Ewins³.

O índice MAC^2 indica a correlação existente entre dois conjuntos de modos de vibração provenientes da estrutura intacta e danificada. Este é utilizado para estudar diferenças gerais dos modos de vibração. O índice $COMAC^3$ compara dois modos de vibração ponto a ponto. Estes índices são utilizados para localização e quantificação de danos. Lieven e Ewins³ também chegaram à conclusão que os modos de vibração são melhores parâmetros para indicar a presença do dano do que as frequências naturais de vibração.

Por meio de um estudo numérico e experimental de uma ponte rodoviária e de seu modelo em escala reduzida, Salane e Baldwin⁴ mostraram que, considerando a massa da estrutura inalterável, pode-se manipular a equação de equilíbrio dinâmico para obter um sistema de equações lineares onde as únicas incógnitas são os coeficientes da matriz de rigidez.

Pandey *et al*⁵ apresentaram um método para localização de danos observando as alterações produzidas na curvatura dos modos de vibração da estrutura danificada em relação

à estrutura intacta. Os autores aplicaram o método para duas vigas, uma simplesmente apoiada e a outra em balanço. Eles também aplicaram os índices MAC e COMAC às mesmas vigas. Os autores mostraram a utilidade do método por eles apresentado na localização de dano. Além disso, criticaram duramente os índices MAC² e COMAC³, argumentando que estes não são sensíveis o suficiente para detectar o dano em estados iniciais.

Hearn e Testa⁶ propuseram um método de detecção de danos por meio das alterações nas frequências naturais. Eles também verificaram experimentalmente que qualquer modo de vibração é bastante sensível ao dano quando este encontra-se em determinados elementos e menos em outros. O método foi demonstrado com dois experimentos; uma solda de estrutura metálica exposta a carregamentos de fadiga e outra sobre estruturas de cabos submetidos a cortes transversais simulando o dano.

Raghavendrchar e Aktan⁷ mostraram que as variações na flexibilidade de uma estrutura qualquer pode servir como parâmetro para localizar danos em locais onde geralmente são difíceis de detectar. Eles realizaram um teste de impacto na plataforma de uma ponte de concreto armado de três vãos, onde as funções de resposta em frequência foram medidas, além de outros parâmetros identificados. Estudos analíticos demonstraram que os coeficientes de flexibilidade são mais sensíveis à localização de danos que as frequências e modos de vibração.

Ferrufino⁸ realizou estudos numéricos em vigas e pórticos com a introdução de danos através da redução da inércia e área da seção transversal do elemento danificado. Em todos os casos estudados por Ferrufino⁸, foi possível localizar e quantificar danos de maneira adequada utilizando um modelo baseado na teoria de Hearn e Testa⁶

Gardner-Morse e Huston⁹ aplicaram um ensaio de impacto sobre uma ponte de pedestres suspensa por cabos e verificaram uma boa relação entre os resultados numéricos e experimentais. No entanto, foi questionado se o método de ensaio poderia ser aplicado a grandes pontes. Este questionamento surgiu devido a que o alto nível de energia necessário poderia produzir danos irreparáveis à estrutura.

Samman e Biswas^{10,11} introduziram um método de leitura sensível a mínima fissura. No primeiro trabalho foram apresentadas as bases teóricas do método e no segundo trabalho foi aplicado o método sobre uma ponte em escala reduzida e outra sobre uma ponte rodoviária *in loco*. Os índices MAC² e COMAC³ também foram testados e outros similares foram introduzidos; Critério da Concordância do Sinal (*Signature Assurance Criterion-SAC*¹⁰) e Critério da Concordância do Sinal Cruzado (*Cross Signature Assurance Criterion-COSAC*¹⁰). Esses índices (SAC¹⁰ e COSAC¹⁰) são gerados a partir das respostas de FRF (*Frequency Response Function*) do sinal. Utilizando um número limitado de sinais da ponte rodoviária, eles conseguiram detectar uma fissura previamente simulada.

Tsou *et al*¹² apresentaram um método para identificação de danos em tempo real de sistemas estruturais discretos. Isto foi obtido utilizando as alterações nas propriedades

dinâmicas de uma estrutura danificada processadas por meio de uma rede neural artificial.

Salawu¹³ realizou uma revisão dos vários métodos de detecção de danos em estruturas por meio das alterações na frequência. Salawu salientou a vantagem de se detectar danos somente através das alterações nas frequências naturais de vibração, especialmente porque é um dos parâmetros fáceis de serem obtidos. No entanto, ele chegou a conclusão de que somente as alterações nas frequências não são suficientes para apontar a localização de danos em estruturas. Isto se deve principalmente a possibilidade de um mesmo dano, localizado em regiões diferentes da estrutura, poder produzir a mesma alteração nas frequências.

Salawu e Williams¹⁴ realizaram testes em uma ponte rodoviária de concreto com múltiplos vãos. O teste de vibração forçada em escala real foi conduzido antes e depois de reparos estruturais. Estes verificaram pouca alteração nas frequências naturais de vibração. Devido aos resultados obtidos, Salawu e Williams argumentaram que as alterações nas frequências naturais de vibração não se mostraram suficientemente precisas para a detecção do dano. No entanto, por meio dos testes conduzidos, eles foram capazes de detectar a alteração produzida pelo reparo utilizando os índices MAC e COMAC.

Liu¹⁵ trata a identificação de danos como um problema de otimização no qual a norma do erro na equação de movimento é minimizada. Um exemplo numérico foi elaborado em estruturas de treliça onde somente alguns elementos encontravam-se danificados, e o resultado foi satisfatório.

Chen *et al*¹⁶ realizaram um trabalho numérico experimental conduzido sobre vigas de aço e concluíram que a variação nas frequências naturais de vibração das estruturas não são suficientes indicadores de segurança de pontes comuns. As vigas foram concebidas de maneira a possuírem frequências similares às observadas em pontes comuns atuais.

Kaminski¹⁷, utilizando a teoria de Ferrufino⁸, realizou ensaios laboratoriais com vigas retangulares de alumínio de 75 cm de comprimento. No estudo, o dano foi introduzido nas vigas por meio da redução da seção transversal em três elementos diferentes, um de cada vez. Além disso foram realizadas seis profundidades de corte diferentes. Kaminski conseguiu determinar o local do dano e também medir sua severidade utilizando curvas de correlação previamente estabelecidas de forma numérica.

Ratcliffe¹⁸ apresentou um método que pode, utilizando a função Laplaciana de diferenças finitas, identificar o local do dano na estrutura. Este método não requer *a priori* conhecimento a respeito da estrutura intacta original. Segundo o autor, quando o dano é maior do que 10% o método consegue detectá-lo sem maiores problemas. No entanto, para danos menores que 10%, torna-se necessário um procedimento posterior, procedimento este que permite detectar danos de até 0.5%. Esta metodologia consiste em ajustar uma função cúbica localmente e a partir da diferença entre a curva obtida e o operador Laplaciano é possível localizar o elemento danificado. Dados dos primeiros modos de vibração são mais sensíveis para detectar o dano nesse método do que os modos mais altos.

Doebling *et al*¹⁹ realizaram testes experimentais num modelo de treliça de alta precisão conhecida como modelo de registro de detecção de dano ou *model update/damage detection*

experiment (MUDDE). Esta treliça, MUDDE, é uma representação apropriada de grandes estruturas aeroespaciais. Os autores do referido trabalho apresentaram um método para selecionar um subconjunto de modos de vibrações para serem usados em um modelo de correlação de elementos finitos para detecção de danos estruturais. É demonstrado que a estratégica seleção dos modos de vibração de acordo com a máxima energia de deformação produz resultados mais precisos do que com a mínima energia.

Ratcliffe e Bagaria²⁰ apresentaram um método de avaliação baseado num ensaio não destrutivo para localização de fissuras abertas ou descolamentos em vigas compostas. Este método opera fundamentalmente com os deslocamentos dos autovetores, os quais são convertidos para a curvatura dos modos de vibração. A aplicação do método de detecção de furos ou fissuras abertas utilizando a curvatura providencia um índice de dano que foi capaz de localizar o dano, independentemente da sua posição e profundidade na viga. Exemplos numéricos e experimentais foram conduzidos, sendo que em todos os casos foi possível a localização com sucesso, das fissuras abertas.

Papadopoulos e Ephrahim²¹ estudaram o problema de identificação estrutural através de uma abordagem estatística. O método foi idealizado para melhorar a robustez das metodologias de detecção de danos correntes. Este método foi aplicado sobre um sistema de três graus de liberdade do tipo massa-mola e sobre uma viga em balanço de alumínio do tipo Euler-Bernoulli. Ambos os casos revelaram bons resultados. No entanto este procedimento utilizou todos os modos e frequências naturais de vibração possíveis de serem obtidos numericamente da estrutura, ou em outras palavras, o problema neste caso tem uma solução única fechada o que não acontece na maioria dos casos, pois, somente alguns modos de vibração da estrutura são possíveis de serem obtidos experimentalmente.

Genovese²² apresentou um método denominado Método do Erro na Equação de Movimento que localiza, em uma primeira etapa, e depois quantifica o dano. Foram realizados testes numéricos e experimentais de 8 vigas de aço tipo "I" de 198 cm de comprimento onde foram introduzidos danos em 6 destas vigas desbastando parte delas em locais previamente determinados. Bons resultados foram obtidos, demonstrando a aplicabilidade do método. Nesse trabalho foram testados também outros métodos já existentes.

Brasiliano²³ validou o Método do Erro²² para estruturas aperticadas em um trabalho numérico. Comparações com outros Métodos de detecção de danos foram realizados.

Alguns trabalhos de Genovese^{24,25} utilizam as redes neurais artificiais em formulação híbrida com outros métodos de detecção de danos, como por exemplo o método da curvatura e o método do erro. Ambos trabalhos utilizam as redes neurais artificiais para quantificar o dano previamente localizado pelos métodos acima descritos.

Este trabalho faz parte de uma continuação dos trabalhos acima descritos. No entanto, as redes neurais artificiais não foram aplicadas aqui. Ao invés disto, utilizam-se métodos de busca como o método de bi-seção e método da falsa posição junto como o método do erro para a determinação de danos em estruturas.

2.1 Método do Erro na Equação de Movimento²²

O problema de identificação do dano pode ser estudado matematicamente através de um problema de vibração livre. Se a estrutura não possuir nenhum dano, a equação que governa seu movimento é dada por:

$$\mathbf{K}\Phi - \Lambda\mathbf{M}\Phi = \mathbf{0} \quad (1)$$

onde :

\mathbf{K} matriz de rigidez da estrutura sem dano,

\mathbf{M} matriz de massa da estrutura sem dano,

Φ matriz contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura sem dano e,

Λ matriz diagonal contendo o quadrado das frequências correspondentes da estrutura sem dano.

Uma vez que a estrutura está danificada, a equação (1) não é mais válida e transforma-se em:

$$\mathbf{K}'\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}'\Phi' = \mathbf{0} \quad (2)$$

onde :

\mathbf{K}' matriz de rigidez da estrutura com dano,

\mathbf{M}' matriz de massa da estrutura com dano,

Φ' matriz contendo em cada coluna os modos de vibração da estrutura com dano e,

Λ' matriz diagonal contendo o quadrado das frequências correspondentes da estrutura com dano.

Os dados conhecidos do problema são as frequências e modos de vibração (Φ' , Λ'), e os desconhecidos as matrizes de massa e rigidez da estrutura (\mathbf{K}' , \mathbf{M}'). A ordem da equação (2) depende da discretização adotada, ou seja, dos graus de liberdade que a estrutura possui. Sistema de equações como o da equação (2) têm suas ordens iguais aos graus de liberdade da estrutura, que geralmente são centenas, e até milhares, dependendo da estrutura analisada.

O método do Erro na Equação de Movimento consta de duas etapas. Na primeira tenta-se localizar o dano por meio do desequilíbrio ou erro causado na equação de movimento da estrutura sem dano quando se introduzem os modos e frequências de vibração da estrutura danificada. Já a segunda etapa trata da quantificação do dano no elemento através da minimização do erro na mencionada equação.

Considere-se inicialmente a equação (1) de movimento de uma estrutura em vibração livre que não possui dano, ou seja, tenha todas as suas propriedades geométricas e físicas bem definidas e suas condições de contorno perfeitamente determinadas.

Quando a estrutura encontra-se danificada, as matrizes de massa e rigidez são alteradas devido ao dano. Como consequência desta alteração nas matrizes de massa e rigidez, a resposta da estrutura também é modificada, ou seja, os modos e frequências de vibração mudam. A equação (1) de equilíbrio altera-se para a equação (2). Como já mencionado anteriormente, o dano geralmente não afeta a matriz de massa tanto quanto a matriz de rigidez da estrutura, como afirmam Adams *et al*¹ ou mais recentemente Hearn e Testa⁶, ou seja:

$$\mathbf{M}' \approx \mathbf{M} \quad (3)$$

Utilizando a hipótese de que as matrizes de massa permanecem inalteradas, a equação (2) toma a forma de:

$$\mathbf{K}'\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}\Phi' = \mathbf{0} \quad (4)$$

Observando-se a equação (1) e a equação (4), pode-se afirmar que ambas possuem características semelhantes. As duas equações podem ser consideradas como operadores (\mathbf{K} , \mathbf{M} e \mathbf{K}' , \mathbf{M}') nos espaços vetoriais (Φ , Λ e Φ' , Λ') respectivamente. A única diferença entre os operadores encontra-se na matriz de rigidez da estrutura.

Sugere-se então a idéia de aplicar o operador da equação (1) aos modos e frequências de vibração da viga com dano. Desta maneira, surge uma nova equação que indica um erro \mathbf{E} ou, fisicamente, um desequilíbrio de forças. Esta nova equação toma a forma de:

$$\mathbf{E} = \mathbf{K}\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}\Phi' \quad (5)$$

e permite localizar o dano, onde:

$$\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\} \quad (6)$$

sendo \mathbf{e}_i o vetor coluna de erro na equação de movimento para o i -ésimo modo de vibração.

A equação (5) pode ser escrita em termos de somente um modo de vibração:

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{K}\phi_i' - \omega_i'^2 \mathbf{M}\phi_i' \quad (7)$$

onde:

ϕ_i' forma modal do i -ésimo modo de vibração da estrutura com dano,

ω_i' i -ésima frequência natural de vibração da estrutura danificada.

A maior componente em valor absoluto do vetor coluna \mathbf{e}_i correspondente ao maior desequilíbrio de forças fornece o local possível do dano ou ponto onde encontra-se a região danificada. Se na equação (5) fossem considerados os modos e freqüências de vibração da viga sem dano, o erro seria nulo e a equação (5) se torna a equação de equilíbrio (1).

A etapa de quantificação é feita mediante um processo de minimização por meio da utilização de p como um coeficiente que multiplica somente a matriz de rigidez do elemento danificado previamente localizado. Desta maneira pode-se escrever uma função do tipo:

$$\mathbf{E}(p) = \mathbf{K}(p)\Phi' - \Lambda'\mathbf{M}\Phi' \quad (8)$$

onde

$$\mathbf{K}(p) = \mathbf{K}_{\text{elementos intactos}} + p\mathbf{K}_{\text{elementos danificados}} \quad (9)$$

ou, na sua representação matricial,

$$\mathbf{K}(p) = \begin{bmatrix} K_{\text{intacto}} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & K_{\text{intacto}} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & K_{\text{intacto}} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & K_{\text{intacto}} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & K_{\text{danificado}} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

O valor de p está compreendido entre 0 e 1, onde 0 representa a perda total de rigidez do elemento e 1 identifica elementos sem dano algum.

O valor de p que produz o mínimo da norma na matriz \mathbf{E} representa a razão entre a rigidez do elemento danificado e a original sem dano.

Através deste valor de p pode-se quantificar o dano na estrutura. Note-se que p multiplica a matriz de rigidez do elemento, podendo representar uma diminuição da inércia ou área e até dos módulos de elasticidade.

Assim, obtendo-se o valor de p por meio de algoritmos de minimização, pode-se afirmar que a estrutura sofreu uma perda de rigidez de $1 - p$, sendo esta perda devida a quaisquer das causas anteriormente citadas ou a uma possível combinação entre elas.

É bom lembrar que este método trabalha diretamente com as matrizes de massa e rigidez da estrutura não danificada, além de utilizar as freqüências naturais de vibração da estrutura com dano. Isto pode representar uma vantagem quando se conhecem bem as condições reais da estrutura não danificada.

3 ALGORITMOS DE MINIMIZAÇÃO

Antes de descrever os algoritmos de minimização, deve-se ressaltar alguns pontos de importância, a saber:

- 1 A função da qual se procura obter um mínimo $f(p) = \text{norm}(\mathbf{E}(p))$ é contínua.

2 O domínio da função $f(p)$ é conhecido ($0 \leq p \leq 1$).

3 Espera-se que a referida função possua somente um ponto p que faça com que $norm(E(p)) \leq norma(E(x))$ para qualquer x no intervalo $[0, 1]$.

Detalhes a respeito destes métodos podem ser encontrados em livros de otimização, como por exemplo o de Luenberger^{26,27}.

3.1 Método da Varredura

Com a certeza de que o valor de p encontra-se dentro do intervalo $[0, 1]$, é possível realizar este procedimento simples. Basta "varrer" todos os pontos dentro do intervalo com uma determinada precisão e escolher aquele que produz um menor valor da norma da matriz Erro.

Como pode-se notar, este procedimento não é nada atrativo, pois dependendo da escolha da precisão desejada, torna-se necessário um número grande de iterações.

3.2 Método da Bi-seção

O Método da Bi-seção utiliza um procedimento iterativo. A intenção é reduzir o intervalo da função onde provavelmente se encontra o mínimo.

Na primeira iteração, o intervalo coincide com o domínio da função ($E(p)$), no caso $[0, 1]$ e denominam-se os pontos extremos como $p_0 = 0$ e $p_1 = 1$. A seguir, divide-se o intervalo pela metade com um novo ponto denominado p_2 que é calculado pela fórmula:

$$p_2 = \frac{p_0 + p_1}{2} \quad (10)$$

O valor de p procurado que minimiza a função $f(p) = norm(E(p))$ pode estar em principio nos intervalos $[p_0, p_2]$ ou $[p_2, p_1]$. Aquele intervalo cujos extremos fornecem um menor valor da função tem consequentemente uma maior probabilidade de possuir o mínimo desejado do que o outro intervalo.

Assim, se $f(p_0) < f(p_1)$ o novo valor de p_2 passa a ser p_1 e um novo intervalo $[p_0, p_1]$ é conformado para ser testado na próxima iteração. No caso contrário em que $f(p_0) > f(p_1)$ o novo valor de p_2 passa a ser p_0 , e da mesma maneira o intervalo $[p_0, p_1]$ é conformado para a próxima iteração.

Quando o intervalo for pequeno o suficiente, o valor de p_2 obtido fornece o p procurado que minimiza a função $f(p)$.

3.3 Método da Posição Falsa

O Método da Posição Falsa utiliza a mesma metodologia do Método de Bi-seção descrito no item anterior. No entanto existe uma pequena alteração que visa reduzir o tempo gasto no Método de Bi-seção.

Este método utiliza o conhecimento dos valores das funções nos extremos $f(p_0)$ e $f(p_1)$ para a escolha do novo ponto. Este ponto é calculado pela fórmula:

$$p_2 = \frac{f(p_1)p_0 + p_1f(p_0)}{f(p_0) + f(p_1)} \quad (11)$$

O corte neste caso é inversamente proporcional aos valores dos extremos, se afastando do extremo que produz maior erro e aproximando-se ao extremo com menor erro.

4 EXEMPLO NUMÉRICO

Foram consideradas duas vigas, uma sem dano denominada de B0 e outra com dano denominada de B1. As vigas utilizadas para este estudo são vigas de concreto de 2.40 m. de comprimento com uma seção retangular de 0.14 x 0.24 m. A tabela 1 apresenta algumas propriedades físicas e geométricas da viga intacta B0.

Tabela 1: Propriedades físicas e geométricas da viga intacta B0

Inércia	Área	Modulo de elasticidade	Massa específica
16128 cm^4	336 cm^2	3.5E10 $\frac{N}{m^2}$	2500 $\frac{kg}{m^3}$

O dano foi introduzido no nono elemento por meio de uma redução nas propriedades geométricas, ou seja no momento de inércia e na área da seção transversal do elemento danificado. Foi considerada uma redução de 8,28 mm na altura da seção transversal do elemento danificado que produz uma redução de 10% no momento de inércia e 3,45% na área da seção transversal.

Nesta análise numérica foi utilizado o Método dos Elementos finitos, considerando-se a teoria de barras de Timoshenko que leva em consideração os efeitos de deformação por corte.

Ambas as vigas foram modeladas com 24 elementos, como indicado na figura 1. Cada nó possui dois grau de liberdade, um deslocamento transversal e outro rotacional. Foi realizada uma condensação estática para eliminar a rotação.

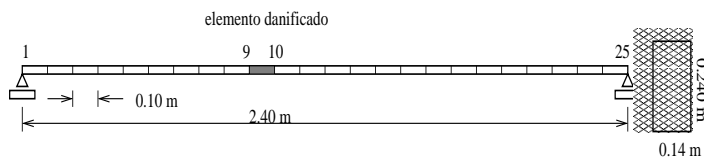


Figura 1: Modelo da viga simplesmente apoiada

Tabela 2: As 5 primeiras freqüências naturais de vibração das vigas B0 e B1

Viga	Redução de		Freqüências (Hz)				
	Inércia (%)	Area (%)	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a
B0	0,00	0,00	70,1	273,5	591,8	999,7	1471,0
B1	10,00	3,45	67,6	261,0	556,0	920,1	1328,7

As cinco primeiras freqüências naturais de vibração das vigas B0 e B1 são obtidas e representadas na tabela 2. Nota-se uma pequena redução nas freqüências da viga danificada. Esta redução nas freqüências devido à presença de dano nas estruturas já foi notada por vários autores como Hearn e Testa⁶, Kaminski¹⁷ e Genovese²².

A figura 2 apresenta os cinco primeiros modos de vibração obtidos das vigas B0 e B1 juntos na mesma figura. Note-se que é quase impossível perceber a diferença entre os dois conjuntos, motivo pelo qual torna-se necessária a aplicação de métodos de detecção de danos.

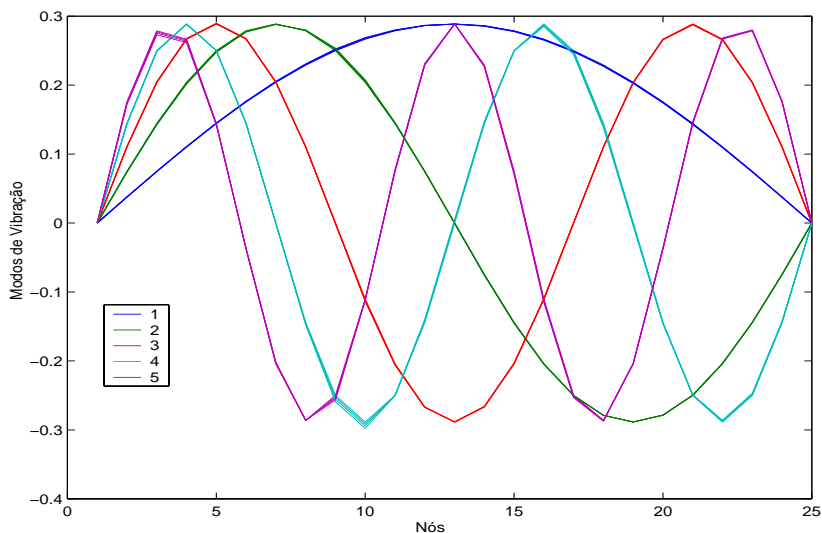


Figura 2: Cinco primeiros modos de vibração das vigas B0 e B1

Foi aplicado o Método do Erro e os resultados da localização estão apresentados na figura 3. Nota-se claramente que o dano foi localizado corretamente. Ainda pode-se observar que o Método do Erro produziu curvas suaves, mesmo para os modos mais altos.

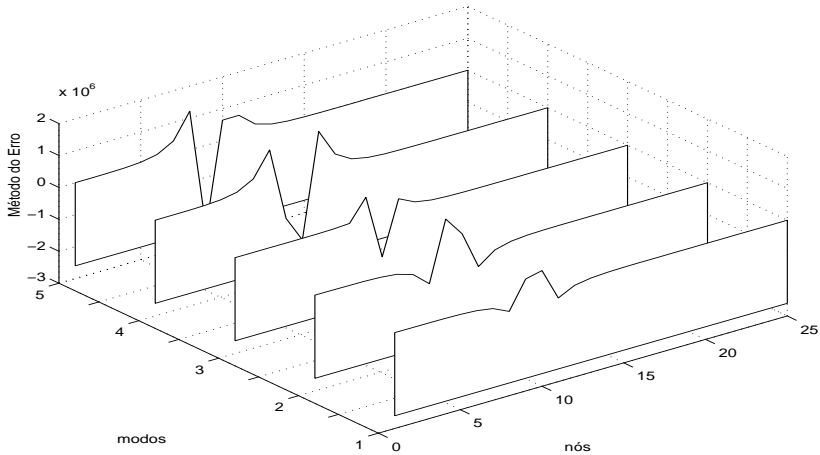


Figura 3: Método do erro para a localização do dano

O segundo estágio de quantificação foi realizado obtendo-se o mínimo da norma da matriz \mathbf{E} . Foram aplicados os três métodos descritos para obter o mínimo da função $f(p)$ no intervalo de dano de 0 a 50% ou seja $0.5 \leq p \leq 1$.

Os resultados, junto com os limites de redução de inércia e área são apresentados na tabela 3. Pode-se observar que o valor obtido de p ficou entre os limites esperados.

Tabela 3: Resultado da quantificação do dano utilizando o Método de Erro

Método	Redução de		Método do Erro Dano (%) (p)	Iterações
	Inércia (%)	Área (%)		
Erro + Varredura	10,00	3,45	4,0000 ($p=0,960000$)	5000
Erro + Bi-seccção	10,00	3,45	4,1992 ($p=0,958008$)	9
Erro + Falsa Posição	10,00	3,45	4,2095 ($p=0,957905$)	9

Nota-se claramente que o esforço computacional despendido sem o mecanismo de busca adequado pode implicar em uma grande diferença no número de iterações necessárias para atingir o objetivo.

Neste caso, os Métodos de Bi-seccção e Método da Posição Falsa forneceram resultados equivalentes, inclusive no número de iterações necessárias para uma mesma precisão, que foi de $(p_1 - p_0) \leq 0.01$

Visto que foram considerados os efeitos da deformação por corte, a redução da matriz de rigidez fica dada pela combinação da redução do momento de inércia e da área da seção transversal do elemento danificado. Isto explica o valor obtido de $p = 0,96$ (Varredura) que fornece uma redução de aproximadamente 4 % de rigidez, valor este compreendido entre o limite superior de 10 % e inferior 3,45 % devido à redução do momento de inércia e área da seção, respectivamente.

5 CONCLUSÕES

O dano afeta as características dinâmicas das estruturas, motivo pelo qual é possível a determinação, localização e quantificação deste.

O método do erro mostra-se adequado na localização do dano, para este exemplo. Já o processo de quantificação requer um algoritmo ou método de busca que permita obter o mínimo da função erro para assim poder quantificar o dano de maneira adequada e consistente.

Nota-se também que a função erro a minimizar foi construída de maneira a que esta tenha seus limites, inferior e superior bem definidos. Além disto, a função possui um ponto único de mínimo, o que permite aplicar métodos simples para a obtenção de tal ponto. Os Métodos de Bi-seção e Posição Falsa mostraram-se eficientes e estáveis, e principalmente rápidos em relação ao Método da Varredura.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro das agências de fomento CAPES e CNPq (Brasil), as quais tornaram esta pesquisa possível.

REFERÊNCIAS

- [1] R.D. Adams, P. Cawley, C. J. Pye, and B.J. Stone. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structure. *Journal Mechanical Engineering Science*, **20**(2), 93–100 (1978).
- [2] R. J. Allemang and D. L. Brown. A correlation coefficient for modal vector analysis. In *Proc. 1st. Int. Modal Analysis Conference. Soc. for Experimental Mech.*, pages 110–116, (1983).
- [3] N. A. J. Lieven and D. J. Ewins. Correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (comac). In *Proc, 6th. Int. Modal Analysis Conference, Soc. for Experimental Mech.*, pages 690–695, (1988).
- [4] H. J. Salane and J. W. Baldwin. Identification of modal properties of bridges. *Journal of Structural Engineering*, **116**(7), 2008–2021 (1990).
- [5] A. K. Pandey, M. Biswas, and M. M Samman. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, **145**(2), 321–332 (1991).
- [6] G. Hearn and R. B. Testa. Modal analysis for damage detection in structure. *Journal of Structural Engineering*, **117**(10), 3042–3063 (1991).

- [7] M. Raghavendrachar and A. E. Aktan. Flexibility by multireference impact testing for bridges diagnostics. *Journal of Structural Engineering*, **118**(8), 2186–2203 (1992).
- [8] V. J. E. Ferruffino. Identificação de danos em estruturas pela variação das características modais. Master's thesis, PROMEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (1993).
- [9] M. G. Gardner-Morse and D. R. Huston. Modal identification of cable-stayed pedestrian bridge. *Journal of Structural Engineering*, **119**(11), 3384–3404 (1993).
- [10] M. M. Samman and M. Biswas. Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges. i: Theory. *Journal of Structural Engineering*, **120**(1), 269–289 (1994).
- [11] M. M. Samman and M. Biswas. Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges. ii: Results. *Journal of Structural Engineering*, **120**(1), 290–306 (1994).
- [12] P. Tsou, M. Shen, and H. Herman. Structural damage detection and identification using neural networks. *American Institute of Aeronautic and Aerospace Journal*, **32**(1), 176–183 (1994).
- [13] O. S. Salawu. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Journal of Structural Engineering*, **19**(9), 718–723 (1997).
- [14] O. S. Salawu and C. Williams. Bridge assessment using forced-vibration testing. *Journal of Structural Engineering*, **121**(2), 161–172 (1995).
- [15] P. L. Liu. Identification and damage detection of trusses using modal data. *Journal of Structural Engineering*, **121**(4), 559–608 (1995).
- [16] H. L. Chen, C. C. Spyrakos, and G. Venkatesh. Evaluating structural deterioration by dynamic response. *Journal of Structural Engineering*, **121**(8), 1197–1204 (1995).
- [17] J. J. Kaminski. Análise experimental para identificação de dano em estruturas através de ensaios dinâmicos. Master's thesis, CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, (1996).
- [18] C. P. Ratcliffe. Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data. *Journal of Sound and Vibration*, **204**(3), 505–517 .
- [19] S. W. Doebling, F. M. Hemez, D. L. Peterson, and C. Farhat. Improved damage location accuracy using strain energy-based mode selection criteria. *American Institute of Aeronautic and Aerospace Journal*, **35**(4), 693–699 (1997).
- [20] C. P. Ratcliffe and W. J. Bagaria. Vibration technique for locating delimitation in a composite beam. *American Institute of Aeronautic and Aerospace Journal*, **36**(6), 1074–1077 (1997).
- [21] L. Papadopoulos and G. Epharrahim. Structural damage identification: A probabilistic approach. *American Institute of Aeronautic and Aerospace Journal*, **36**(11), 2137–2145 (1998).
- [22] M. Genovese. Localização e quantificação de danos em estruturas por meio da suas características dinâmicas. Master's thesis, PECC, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, (2000).
- [23] A. Brasileiro. Caracterização de danos em estruturas aporticadas. Master's thesis, PECC, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, (2001).

- [24] M. Genovese, A. Bauchspiess, J. L. Brito, and G. Doz. Determinação de danos com uma formulação híbrida entre alteração da curvatura e redes neurais. In *XXII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, Campinas-SP, Brasil, (2001).
- [25] M. Genovese, J. L. Brito, and G. Doz. Identificação de danos por meio das suas características dinâmicas mediante a utilização de um método híbrido entre o método do erro e a técnica de redes neurais artificiais. In *XXX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Brasilia-DF, Brasil, (2002).
- [26] Davind G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, second edition, (1984).
- [27] L. E. Barroso, M. M. Barroso, F. F. Campos, M. L. Carvalho, and M. L. Maia. *Cálculo Numérico Com Aplicações*. editora HARBRA Ltda., second edition, (1987).