

SIMULACIÓN DE MANIOBRAS DE AERONAVES BASADAS EN DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

AIRCRAFT MANEUVERING SIMULATION BASED ON COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

Carlos Sacco^{a,b}, Juan P. Giovacchini^{a,b} y Fabricio Drudi^a

^a*Departamento de Ing. Aeroespacial, Facultad de Ingeniería, CRUC-IUA, UNDEF, Av. Fuerza Aérea Argentina 6500, Córdoba, Argentina, csacco@iua.edu.ar*

^b*Unidad de Investigación y Desarrollo Estratégico para la Defensa (CONICET-MINDEF), San Juan Bautista de La Salle 4397, Villa Martelli, Buenos Aires, Argentina.*

Palabras clave: formulación no inercial, aerodinámica, maniobras de un avión.

Resumen. En el campo de la ingeniería aeronáutica, generalmente se utilizan modelos linealizados para predecir el comportamiento de un avión. Estos modelos, basados en derivativas estáticas y dinámicas, permiten reproducir la mayor parte de las maniobras de interés en una aeronave. Actualmente la simulación numérica ha permitido predecir el comportamiento de aeronaves en maniobras complejas sin necesidad de realizar costosos ensayos en vuelo. En este trabajo se presenta una metodología que permite realizar simulaciones numéricas de la dinámica de una aeronave en una maniobra prescrita. Se utiliza un código de elementos finitos con el que se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en una formulación no inercial acoplado con un modelo que permite simular maniobras. La formulación implementada presenta la ventaja de utilizar una malla fija, siendo las condiciones de contorno las que se modifican para contemplar el movimiento del cuerpo rígido. A modo de validación se presentan resultados para dos problemas con soluciones conocidas, un ala aislada (ONERA-M6) y un modelo de túnel de viento denominado (*unswept-wing model*).

Keywords: Non inertial formulation, aerodynamics, aircraft manoeuver.

Abstract. In the field of aeronautical engineering, linearised models are generally used to predict the behaviour of an aircraft. These models, based on static and dynamic derivatives, make it possible to predict most aircraft manoeuvres. Currently, numerical simulations have enabled the prediction of aircraft behavior during complex maneuvers without the need for costly flight tests. This work proposes a methodology to perform numerical simulations of aircraft dynamics for an specified maneuver. A finite element code is used to solve the Navier-Stokes equations in a non-inertial formulation, coupled with a model that simulates maneuvers. The implemented formulation offers the advantage of using a fixed mesh, where the boundary conditions are modified to take into account the rigid body movement. As validation, results are presented for two problems with known solutions: an isolated wing (ONERA-M6) and a wind tunnel model known as the *unswept-wing*.

1. INTRODUCCIÓN

La determinación precisa de las características de estabilidad y control de una aeronave durante la etapa de diseño es un proceso complejo y costoso. Dependiendo de la fase de diseño y desarrollo, se determinan utilizando diversas fuentes. Una combinación de métodos analíticos con resultados semi-empíricos son los menos costosos y más utilizados en una etapa de diseño preliminar. Los ensayos en vuelo sobre el prototipo brindan los resultados más precisos, son costosos y se los utiliza en una etapa de verificación final ya que se analiza un diseño globalmente consumado. Una opción intermedia a las anteriores son los ensayos en túnel de viento y diferentes métodos numéricos de CFD (Computational Fluid Dynamics). Estos permiten modelar con mayor o menor grado de detalle los fenómenos físicos involucrados en el vuelo de la aeronave. Existen diversos modelos de CFD, desde métodos de flujo potencial (VLM - Vortex Lattice Method) con una representación de utilidad en respuestas lineales a bajos ángulos de ataque, hasta una solución completa de las ecuaciones de Navier-Stokes, de utilidad cuando ocurren fenómenos no estacionarios y no-linealidades fuertes.

La mayor parte de los modelos que se utilizan para el análisis de la mecánica del vuelo se basan en derivativas aerodinámicas. El concepto de derivativa, introducido en Bryan (1911), es un modelo estándar para representar las cargas aerodinámicas en la ecuación de movimiento. Asume una relación funcional para las fuerzas y momentos aerodinámicos, y los expresa vía una expansión en serie de Taylor descartando términos de alto orden. Debido a la naturaleza de las derivativas, se dividen en estáticas y dinámicas. Cuando existen movimientos lentos y a pequeños ángulos de ataque, las estáticas son suficientes para describir las fuerzas aerodinámicas. A elevados ángulos de ataque y velocidades de rotación, es necesario incluir las derivativas dinámicas.

La obtención mediante herramientas numéricas (Fletcher, 1971; Da Ronch et al., 2012) o experimentales (Hübner et al., 2009; Klein y Noderer, 1994; Smith, 1999) de las derivativas dinámicas es bastante más complejo que las estáticas. Es necesario evaluar la respuesta aerodinámica a una maniobra prescrita dependiente del tiempo.

En este trabajo se implementa un algoritmo numérico para obtener las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre una aeronave en una serie de maniobras prescritas. Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes (NS) incompresibles formuladas en un referencial no-inercial discretizadas con el método de elementos finitos.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL FLUIDO

En el problema de interés se quieren determinar las fuerzas y momentos actuantes sobre un cuerpo rígido (aeronave) con movimiento prescrito (maniobras) inmerso en un fluido, lejos de la influencia de las fronteras u otros cuerpos con movimiento relativo. El problema de fluido es en general transitorio, pudiendo existir regiones con perturbaciones considerables del campo de movimiento (desprendimientos - macro turbulencia).

La Fig. 1-izquierda muestra un esquema del dominio donde Ω_f y Ω_s representan el fluido y sólido respectivamente, ambos en contacto a través de una frontera Γ_s (superficie externa de la aeronave). El dominio Ω_s se mueve inmerso en el fluido representado por Ω_f cuyo contorno es $\tilde{\Gamma}_f = \Gamma_f \cup \Gamma_s$ con un movimiento prescrito. Γ_f , es una frontera no física, permanece siempre lejos de Γ_s . Dadas las condiciones enunciadas, el problema se puede formular siguiendo al menos dos alternativas factibles. Una donde el dominio computacional tiene movimiento arbitrario prescrito siguiendo en todo momento el movimiento del sólido. Las cantidades cinemáticas son siempre relativas a un referencial inercial, formulación ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian)

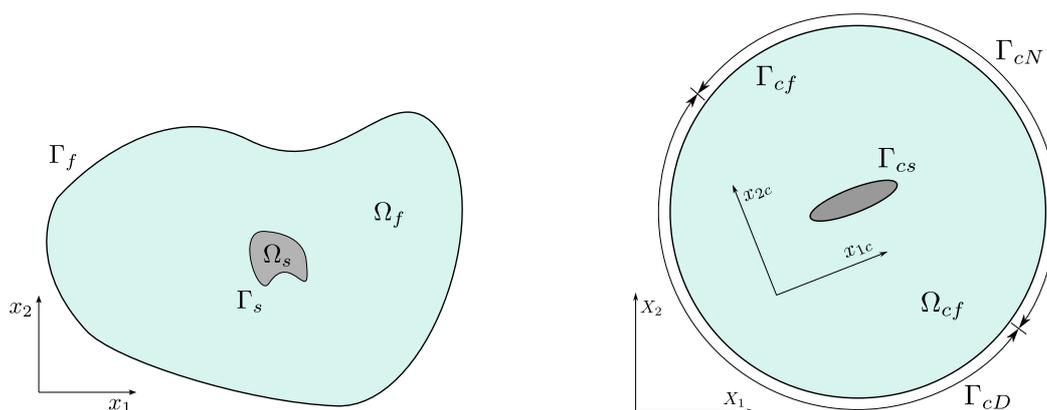


Figura 1: Izquierda: Esquema de segmentación típica de la frontera del dominio fluido. Derecha: Esquema de un dominio computacional del fluido Ω_{cf} .

(Donea et al., 2004). La otra alternativa, utilizada en este trabajo, consiste en analizar el fluido en un referencial no-inercial solidario siempre al cuerpo rígido. El dominio computacional es estático, el desplazamiento se introduce de manera indirecta a través de las condiciones de borde y términos fuentes en las ecuaciones de la dinámica del fluido con origen en las aceleraciones del referencial. Las cantidades cinemáticas son siempre relativas al referencial no-inercial. El fluido se modela como un flujo viscoso, incompresible e isotérmico, las ecuaciones de Navier-Stokes formuladas en un referencial no-inercial determinan su dinámica:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} - \left[\mathbf{a}_R + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

con \mathbf{v} la velocidad del fluido relativa al referencial no-inercial, ρ la densidad del fluido de viscosidad ν , p es la presión y el término entre $[\cdot]$ corresponde a la aceleración del referencial no-inercial (especificada por la maniobra). \mathbf{a}_R , $\boldsymbol{\Omega}$ y $\dot{\boldsymbol{\Omega}}$ son la aceleración rectilínea, velocidad y aceleración angular del referencial respectivamente, con \mathbf{r} la coordenada espacial. El problema (1) queda completamente definido especificando condiciones de contorno apropiadas para las variables primitivas y valores que adoptan para algún tiempo inicial $t = t_0$.

Como esquema numérico se utiliza uno de pasos fraccionados (Yanenko, 1971), donde desde las ecuaciones de NS propuestas se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales consistentes:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}} &= \mathbf{v}^t + \delta t \left(-\mathbf{v}^t \cdot \nabla \mathbf{v}^t + \nu \nabla^2 \mathbf{v}^t + \mathbf{g}^t - \left[\mathbf{a}_R^t + \dot{\boldsymbol{\Omega}}^t \times \mathbf{r}^t + 2\boldsymbol{\Omega}^t \times \mathbf{v}^t + \boldsymbol{\Omega}^t \times (\boldsymbol{\Omega}^t \times \mathbf{r}^t) \right] \right) \\ \frac{\rho}{\delta t} \nabla \cdot \hat{\mathbf{v}} &= \nabla^2 p^{t+\delta t} \\ \mathbf{v}^{t+\delta t} &= \hat{\mathbf{v}} - \frac{\delta t}{\rho} \nabla p^{t+\delta t} \end{aligned} \quad (2)$$

el superíndice t indica un estado temporal de la variable y δt el paso temporal. La forma discreta de las ecuaciones (2) se obtiene aplicando el método de Elementos Finitos, con aproximaciones lineales tanto para la velocidad como para la presión, lo que genera un esquema semi-implícito de tres pasos (Sacco et al., 2006).

La estabilización de los términos convectivos se realiza mediante el método *Orthogonal Subscale Stabilization* (OSS) (Soto et al., 2001; Codina, 2000), mientras que para la turbulencia se utiliza un modelo *Subgrid Scale* propuesto por Smagorinsky (Wilcox, 2006).

Los términos fuentes de aceleración en (1) y las condiciones de borde contienen información sobre el movimiento arbitrario acelerado del dominio computacional. Las condiciones de contorno se dividen en tres tipos: ley de pared sobre el cuerpo sólido (Γ_{cs}), condiciones de entrada (Γ_{cD}) donde se impone la velocidad y condición de salida (Γ_{cN}) donde se impone tracción libre. En la Fig. 1-derecha se detalla un esquema típico de las fronteras del problema. Allí se enfatiza la existencia de dos referenciales, uno no-inercial solidario al dominio computacional (x_{1c}, x_{2c}), y otro inercial fijo en el espacio (X_1, X_2).

Γ_{cs} es invariante en el tiempo. Como el dominio computacional tiene un movimiento impuesto, la porción de las fronteras donde se impone velocidad y condición de salida varían en tiempo de ejecución. Γ_{cD} y Γ_{cN} se determinan considerando la velocidad del fluido relativa a la frontera en cada instante de tiempo.

3. DERIVATIVAS ESTÁTICAS Y DINÁMICAS

Las fuerzas y momentos que actúan sobre una aeronave dependen de forma compleja de valores actuales y pasados de diversas variables, como el ángulo de ataque, la velocidad del flujo, etc. Para simplificar el modelo se formula la hipótesis de que las variaciones en el flujo son lentas y la masa e inercia del vehículo son mayores que la masa de aire que lo rodea. Bajo estas hipótesis se puede considerar que el flujo es cuasi-estacionario. De la hipótesis anterior se exceptúan los efectos de rotación y su frecuencia. De esta forma, un coeficiente aerodinámico se puede escribir con la siguiente relación funcional:

$$C_i = f_i(\alpha, \beta, \text{Ma}, \text{Re}) + g_i(\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}) + h_i(\kappa) \quad , \quad i = L, D, Y, m, l, n \quad (3)$$

donde el subíndice i se utiliza para indicar los tres coeficientes de fuerza: sustentación (C_L), resistencia (C_D), y fuerza lateral (C_Y); y los tres coeficientes de momento: cabeceo (C_m), rolido (C_l) y guiñada (C_n). La función f_i en (3) se utiliza para representar efectos estáticos que dependen del ángulo de ataque (α), de deslizamiento (β), número de Mach (Ma) y de Reynolds (Re). Las función g_i contempla contribuciones de las velocidades de rotación \bar{p} , \bar{q} , y \bar{r} (alrededor de los ejes cuerpo x, y, z) adimensionalizadas en su forma usual utilizando los parámetros $a = \frac{c}{2U_\infty}$ y $\hat{a} = \frac{b}{2U_\infty}$ para las variables relacionadas con movimientos longitudinales y direccionales/laterales respectivamente. c y b son longitudes de referencia (típicamente la cuerda aerodinámica media y la envergadura). La función h_i representa los movimientos oscilatorios a través de las frecuencias reducidas κ .

3.1. EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LAS DERIVATIVAS

La obtención de las derivativas es un postproceso de las fuerzas y momentos actuantes sobre la aeronave - determinadas vía CFD - como resultado de la imposición de una maniobra estática o dinámica. Las estáticas C_{ij} , $i = L, D, Y, l, m, n$ y $j = \alpha, \beta$ se obtienen de manera clásica utilizando expresiones en diferencias para evaluaciones de C_i a diferentes j . Las dinámicas C_{ij} , $j = \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\bar{p}}, \dot{\bar{q}}, \dot{\bar{r}}, \dot{\bar{p}}, \dot{\bar{q}}, \dot{\bar{r}}$ (con la combinación ij que corresponda según la relación funcional adoptada) de una combinación de maniobras apropiadas que permiten recuperar coeficientes de fuerzas y momentos de manera desacoplada (en fase y fuera de fase con una excitación externa).

Para simplificar el desarrollo sólo se presenta el caso de fuerzas y momentos longitudinales, los casos de fuerzas laterales, momento de rolido y guiñada tienen un tratamiento análogo (Klein y Noderer, 1994; Smith, 1999). En Fletcher (1971); Da Ronch et al. (2012) se pueden encontrar detalles de la formulación presentada en esta sección.

Derivativas longitudinales

Se considera que las fuerzas y momentos longitudinales tienen una relación funcional en términos de α , q y de sus derivadas temporales $\dot{\alpha}$ y \dot{q} . Considerando una expansión a primer orden, la variación de los coeficientes longitudinales δC_L , δC_D y δC_m se expresa como:

$$\delta C_i = C_{i\alpha} \delta \alpha + C_{i\dot{\alpha}} \delta \dot{\alpha} + C_{i\bar{q}} \delta \bar{q} + C_{i\dot{\bar{q}}} \delta \dot{\bar{q}} \quad , \quad i = L, D, m \quad (4)$$

Una vez obtenidas las derivativas estáticas, las dinámicas se encuentran evaluando la respuesta a una maniobra donde se impone una oscilación armónica de la aeronave alrededor del eje y_b . Como las perturbaciones se plantean en el centro de rotación de la aeronave tendremos $q = \dot{\alpha}$ y $\dot{q} = \ddot{\alpha}$. Si α_f y ω son la amplitud y frecuencia de las oscilaciones respecto el centro de rotación, luego de (4) se obtiene :

$$\delta C_i = \bar{C}_{i\alpha} \alpha_f \sin(\omega t) + \bar{C}_{i\dot{\alpha}} \alpha_f \kappa \cos(\omega t) \quad (5)$$

con $\bar{C}_{i\alpha} = (C_{i\alpha} - \kappa^2 C_{i\dot{\alpha}})$ y $\bar{C}_{i\dot{\alpha}} = (C_{i\dot{\alpha}} + C_{i\bar{q}})$ los coeficientes en fase y fuera de fase con el movimiento prescrito y $\kappa = a\omega$ la frecuencia reducida.

La ecuación (5) se puede interpretar como el primer término de una expansión en serie de Fourier, siendo:

$$\bar{C}_{i\alpha} = \frac{2}{\alpha_f n T} \int_0^{nT} \delta C_i(t) \sin(\omega t) dt \quad , \quad \bar{C}_{i\dot{\alpha}} = \frac{2}{\alpha_f \kappa n T} \int_0^{nT} \delta C_i(t) \cos(\omega t) dt \quad (6)$$

donde $\delta C_i(t)$ es el incremento en el coeficiente generado en n períodos $T = \frac{2\pi}{\omega}$ por la maniobra de oscilación armónica.

Para obtener las derivativas dinámicas, para cada α de equilibrio y β fijo se realizan cuatro simulaciones. Dos corresponden a la determinación del $C_{i\alpha}$ utilizando una expresión en diferencias. Otra se realiza para obtener $C_{i\dot{\alpha}}$ imponiendo una velocidad de rotación q en una maniobra de *Loop* al ángulo de ataque de equilibrio (ver figura (2)). Finalmente se impone un movimiento oscilatorio armónico de rotación - de frecuencia κ y amplitud α_f - para obtener $\bar{C}_{i\alpha}$ y $\bar{C}_{i\dot{\alpha}}$ y luego evaluar $C_{i\dot{\alpha}}$ y $C_{i\bar{q}}$ de forma indirecta.

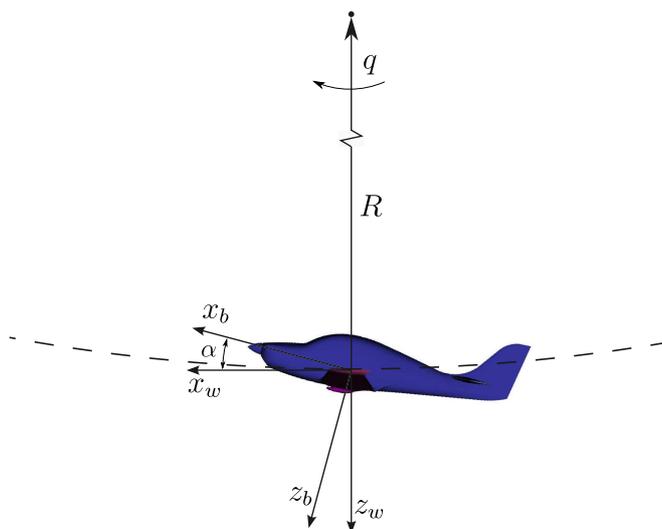


Figura 2: Esquema de la maniobra de loop impuesto.

Derivativas direccionales y laterales

En la obtención de las derivativas direccionales los coeficientes δC_Y , δC_n y δC_l se plantean de forma análoga a las longitudinales aunque dependiendo de β , r , $\dot{\beta}$ y \dot{r} . Para el análisis se proponen dos maniobras, una de descenso en espiral a velocidad constante y otra de oscilación armónica alrededor del eje z_b .

Para el cálculo de las derivativas laterales los coeficientes δC_Y , δC_n y δC_l se plantean como expansiones en serie dependientes de β , p , $\dot{\beta}$ y \dot{p} . Igual que en el caso direccional se proponen dos maniobras, una es la oscilación armónica alrededor del eje x_b . La otra una rotación alrededor del eje x_w manteniendo el ángulo de ataque y deslizamiento constante, el eje x_b describe un cono cuyo eje está centrado con la velocidad de vuelo.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan resultados obtenidos de un conjunto de derivativas estáticas y dinámicas para los dos casos de prueba seleccionados. Evaluaciones de casos bidimensionales que permitieron validar el método propuesto fueron realizadas en [Sacco y Giovacchini \(2021\)](#), donde se analizan derivativas longitudinales del perfil NACA 0012.

El modelo de ala aislada Onera-M6 se define en [Schmitt y Charpin \(1979\)](#) donde presentan resultados experimentales de sus características aerodinámicas en régimen transónico. Usualmente es utilizado como caso de prueba para validación de implementaciones numéricas en este régimen del flujo de fluido. En [Mader y Martins \(2011\)](#) lo utilizan como validación de un método para determinar derivativas aerodinámicas en régimen subsónico. En la Fig. 3-a se muestra un esquema de la geometría Onera-M6.

El modelo denominado *unswept-wing model* fue ensayado en diversas condiciones y propuesto como un *benchmark* en los años 50, actualmente sigue siendo una buena referencia para validar cálculos de derivativas de aeronaves. El modelo corresponde a una configuración simple con fuselaje, ala y empenajes horizontal y vertical, en la Fig. 3-b se muestra un esquema del modelo. Resultados experimentales fueron presentados en [Letko y Riley \(1950\)](#). Estos se realizaron a un régimen de bajo número de Mach ($M = 0,16$) y el número de Reynolds (basado en la cuerda media aerodinámica) del orden de 7×10^5 . En [Fletcher \(1971\)](#) se presenta una comparación de resultados entre los experimentales y otros obtenidos con metodologías semi empíricas de diseño.

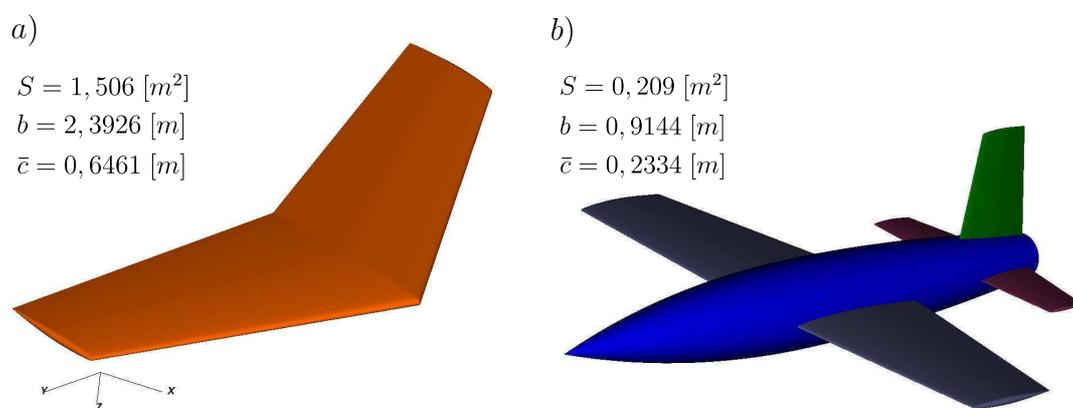


Figura 3: Geometría y datos de los dos problemas analizados: a) ala Onera M6; b) *unswept-wing model*.

4.1. Ala ONERA-M6

En esta sección se presentan resultados de distribuciones de derivativas en función del ángulo de ataque α para ángulos de deslizamientos β fijos. Los resultados se comparan con los presentados en Mader y Martins (2011), obtenidos utilizando modelos de fluido sin efectos viscosos: ecuaciones de Euler y un método de paneles denominado PMARC. Dada la dispersión observada en comparación con los resultados presentados por Mader y Martins (2011), se obtienen resultados adicionales de referencia utilizando un método de red de vórtices (VLM por sus siglas en inglés) disponible en el software OpenVSP.

En las Fig. 4, 5, 6 y 7 se muestran distribuciones en α de $C_{L\dot{q}}$ y $C_{m\dot{q}}$, $C_{Y\dot{r}}$ y $C_{Y\dot{p}}$, $C_{l\dot{r}}$ y $C_{l\dot{p}}$, y $C_{n\dot{r}}$ y $C_{n\dot{p}}$ respectivamente para $\beta = 0^\circ$. Los resultados de $C_{L\dot{q}}$, $C_{m\dot{q}}$ y $C_{Y\dot{r}}$ son los que mejor correlacionan con los de Euler. Para el resto de los resultados, se encuentran en general diferencias en magnitud y hasta tendencias de resultados diferentes respecto a los presentados en Mader y Martins (2011). El caso más notable se observa en $C_{l\dot{p}}$, donde presentan valores $\sim -1,4$, muy diferentes a los obtenidos con el método propuesto, OpenVSP y valores típicos de alas. En comparación con resultados de OpenVSP, los obtenidos presenta la misma tendencia y en general diferencias pequeñas en magnitud. Dos casos que no se corresponden con esta observación son los de $C_{Y\dot{r}}$ y $C_{n\dot{r}}$ donde se pueden observar diferencias apreciables de magnitud (no de tendencias). Allí los efectos laterales son importantes y el modelo de red de vórtices puede no ser una buena elección como referencia.

En la tabla 1 se presentan los resultados de las derivativas dinámicas obtenidas. Se obtuvieron para una maniobra de oscilación armónica de $\alpha_f = 2^\circ$ alrededor de $\alpha = 0^\circ$. No se dispone de resultados de referencia para comparar con los obtenidos en esta maniobra.

κ	$C_{L\dot{\alpha}}$	$C_{L\dot{q}}$	$C_{m\dot{\alpha}}$	$C_{m\dot{q}}$
0,02	-1,543	-40,91	0,839	23,75
0,15	-1,093	8,559	0,506	-8,136
0,2	-0,991	8,702	0,414	-8,170
0,3	-0,780	8,488	0,266	-7,99

Tabla 1: Derivativas dinámicas del ala OneraM6 en maniobra de oscilación armónica de cabeceo.

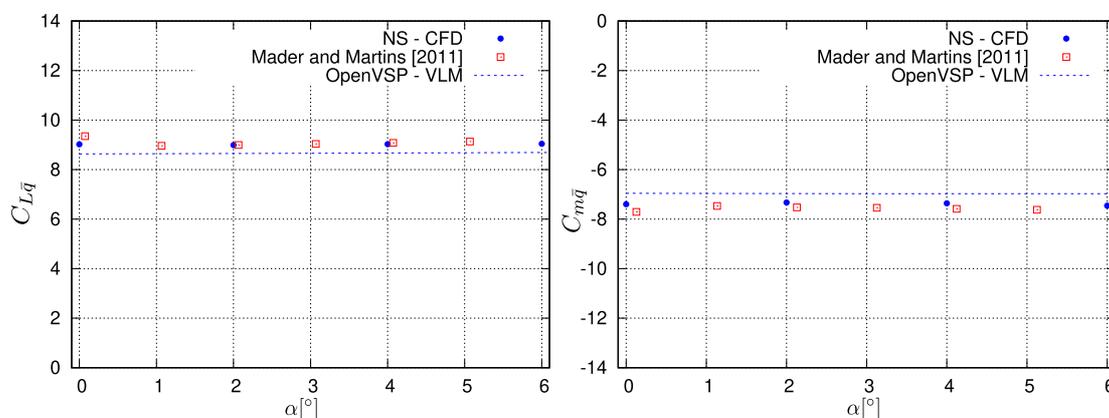


Figura 4: Derivativas $C_{L\dot{q}}$ y $C_{m\dot{q}}$ en función del ángulo de ataque α para deslizamiento $\beta = 0^\circ$.

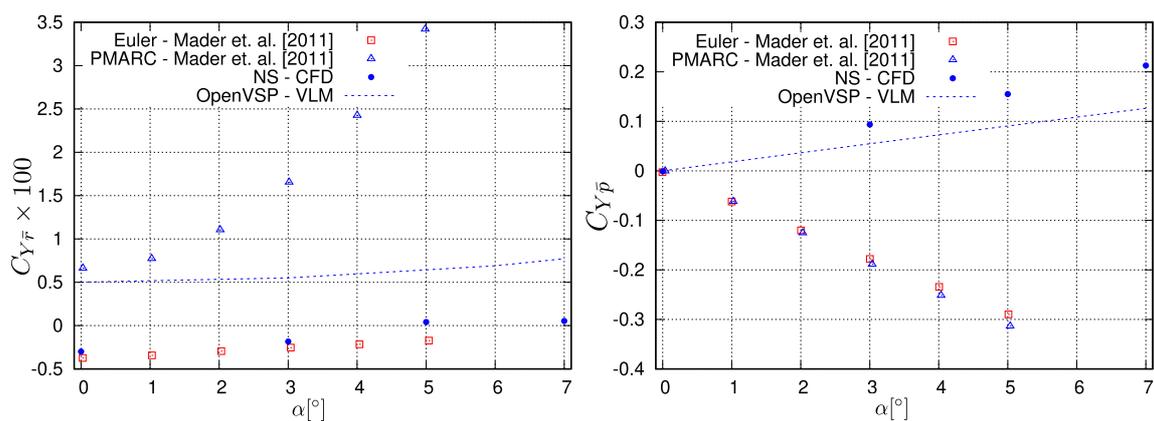


Figura 5: Derivadas $C_{y\bar{r}}$ y $C_{y\bar{p}}$ en función del ángulo de ataque α para deslizamiento $\beta = 0^\circ$.

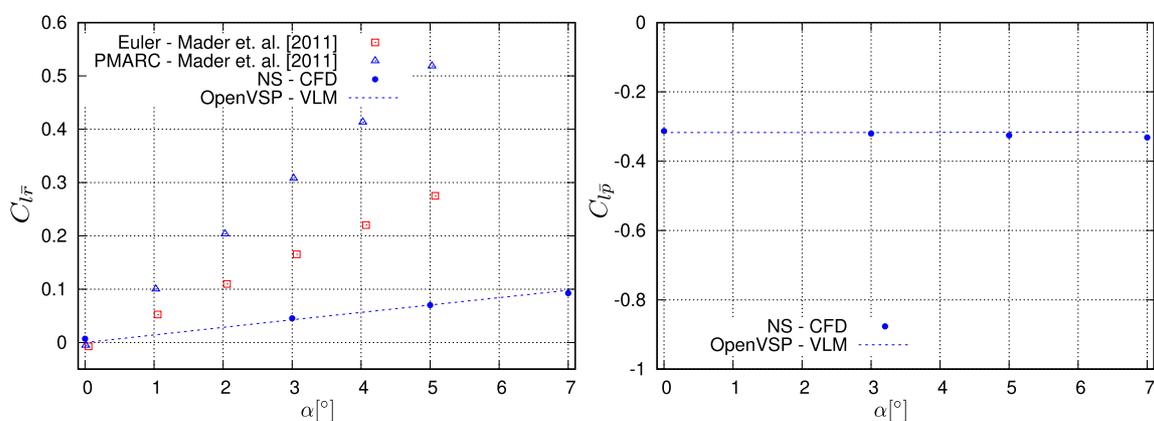


Figura 6: Derivadas $C_{l\bar{r}}$ y $C_{l\bar{p}}$ en función del ángulo de ataque α para deslizamiento $\beta = 0^\circ$.

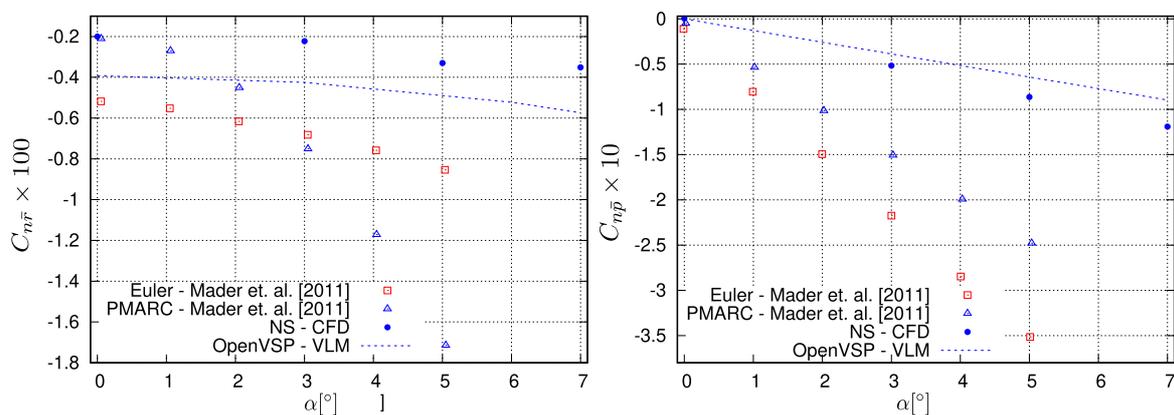


Figura 7: Derivadas $C_{n\bar{r}}$ y $C_{n\bar{p}}$ en función del ángulo de ataque α para deslizamiento $\beta = 0^\circ$.

4.2. Modelo *unswept-wing*

Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 2. Se puede observar una comparación de resultados con los experimentales y semi empíricos presentados en Fletcher (1971) y otros obtenidos utilizando el método de red de vórtices de Open VSP.

En la mayoría de los resultados hay una buena concordancia con los obtenidos en túnel de viento, excepto en la pendiente del momento de cabeceo $C_{m\alpha}$ donde los autores de los ensayos aclaran que no es un valor confiable debido a que la balanza está ubicada muy cerca del punto

Derivativa	CFD	Túnel	VLM	Métodos semiempíricos				
$C_{L\alpha}$	4,017	3,959	3,968	4,404	4,089	3,927	4,187	4,257
$C_{m\alpha}$	-0,017	0,117	-0,010	-0,121	-0,001	0,080	-0,064	-
$C_{L\bar{q}}$	5,420	-	6,764	-	-	-	-	-
$C_{L\dot{\alpha}}$	9,656	-	10,365	-	-	-	-	-
$C_{m\bar{q}}$	-4,094	-	-5,463	-4,600	-4,070	-3,883	-4,507	-
$C_{m\dot{\alpha}}$	-2,539	-	-2,677	-2,799	-2,479	-2,798	-2,981	-
$C_{Y\beta}$	-0,546	-0,676	-0,393	-0,488	-0,582	-0,507	-0,639	-0,571
$C_{l\beta}$	-0,046	-0,057	-0,065	-0,056	-0,064	-0,108	-0,095	-0,073
$C_{n\beta}$	0,140	0,147	0,065	0,073	0,133	0,142	0,151	0,121
$C_{L\bar{r}}$	1,150	-	0,033	-	-	-	-	-
$C_{Y\bar{r}}$	0,500	-	0,357	0,388	0,443	0,397	-	-
$C_{l\bar{r}}$	0,044	-	0,097	0,105	0,136	0,151	0,113	-
$C_{n\bar{r}}$	-0,200	-0,224	-0,161	-0,169	-0,174	-0,201	-0,205	-0,170
$C_{m\bar{r}}$	-0,022	-	-0,132	-	-	-	-	-
$C_{L\bar{p}}$	-0,156	-	-0,030	-	-	-	-	-
$C_{Y\bar{p}}$	0,128	0,208	0,142	0,133	0,111	-	-	-
$C_{l\bar{p}}$	-0,352	-0,386	-0,339	-0,427	-0,324	-0,293	-0,325	-0,334
$C_{n\bar{p}}$	-0,036	-0,010	-0,041	-0,052	-0,039	-0,032	-0,038	-0,045
$C_{m\bar{p}}$	-0,102	-	-0,108	-	-	-	-	-

Tabla 2: Comparación de resultados obtenidos con la metodología propuesta (CFD), experimentales en túnel de viento (Túnel), los obtenidos con red de vórtices utilizando OpenVSP (VLM) y distintos métodos semi-empíricos.

neutro de la configuración. Otro valor que presenta una discrepancia notoria es coeficiente de fuerza lateral producida por rolido $C_{Y\bar{p}}$, en este caso se puede observar que el resultado que obtuvimos se ajusta bien a los distintos resultados obtenidos con métodos empíricos.

Con respecto a los resultados obtenidos con Open VSP, en general muestran una buena concordancia, sin embargo en los casos donde el fuselaje tiene una influencia importante parece subestimar los valores, eso se debe a la forma en que el método de red de vórtices trata a las superficies no sustentadoras.

5. CONCLUSIONES

En el trabajo se presenta una metodología para estimación de derivativas dinámicas y estáticas de un avión, basada en una formulación no-inercial de las ecuaciones de Navier Stokes, discretizada mediante elementos finitos. Si se comparan los resultados con los obtenidos con métodos potenciales se observa que en general los resultados son similares, sin embargo hay diferencias en cuanto aparece flujo lateral donde los métodos potenciales presentan dificultades para representar la geometría. Otro punto que se debe tener en cuenta es que las comparaciones se realizaron a ángulos de ataque bajos, debido a que los métodos potenciales solo son válidos en ese rango. La metodología propuesta no está restringida a pequeños ángulos de ataque y deslizamiento, esto es una ventaja muy grande que permite encontrar derivativas para maniobras complejas, fuera de los límites de cualquier método potencial.

REFERENCIAS

- Bryan G.H. *Stability in Aviation. An Introduction to Dynamical Stability as Applied to the Motions of Aeroplanes*. MacMillan and Co., St. Martin's street, London, 1 edición, 1911. ISBN 978-0-266-33252-7.
- Codina R. Stabilization of incompressibility and convection through orthogonal sub-scales in finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(13):1579–1599, 2000. ISSN 0045-7825. doi:[https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(00\)00254-1](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(00)00254-1).
- Da Ronch A., Vallespin D., Ghoreyshi M., y Badcock K.J. Evaluation of dynamic derivatives using computational fluid dynamics. *AIAA Journal*, 50(2):470–484, 2012. doi:10.2514/1.J051304.
- Donea J., Huerta A., Ponthot J.P., y Rodríguez-Ferran A. *Arbitrary Lagrangian–Eulerian Methods*, capítulo 14. John Wiley & Sons, Ltd, 2004. ISBN 9780470091357. doi: <https://doi.org/10.1002/0470091355.ecm009>.
- Fletcher H.S. Comparison of several methods for estimating low-speed stability derivatives for two airplane configurations. Informe Técnico D-6531, National Aeronautics and Space Administration, 1971. NASA Technical Note D-6531.
- Hübner A., Bergmann A., Loeser T., y Bergmann A. *Experimental and Numerical Investigations of Unsteady Force and Pressure Distributions of Moving Transport Aircraft Configurations*. 2009. doi:10.2514/6.2009-91.
- Klein V. y Noderer K. Modeling of aircraft unsteady aerodynamic characteristics. part 1: Postulated models. Informe Técnico NASA TM 109120, National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, Hampton, Virginia 23681-0001, 1994.
- Letko W. y Riley D.R. Effect of an unswept wing on the contribution of unswept-tail configurations to the low-speed static and rolling-stability derivatives. Informe Técnico 2175, NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS, Langley Aeronautical, 1950.
- Mader C.A. y Martins J.R.R.A. Computation of aircraft stability derivatives using an automatic differentiation adjoint approach. *AIAA Journal*, 49(12):2737–2750, 2011. doi:10.2514/1.J051147.
- Sacco C. y Giovacchini J.P. Estimación de derivativas estáticas y dinámicas mediante cfd. *VI Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica. Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Haedo*, 2021.
- Sacco C., Gonzalez E., y Giuggioloni F. Análisis de la aerodinámica de un vehículo de competición. En A. Cardona, editor, *Mecánica Computacional*, páginas 83–94. 2006.
- Schmitt V. y Charpin F. Pressure distributions on the onera-m6-wing at transonic mach numbers. Informe Técnico AGARD Advisory Report No.138, Advisory Group for Aerospace Research and Development - NATO, 1979. Experimental data base for computer program assesment - Report of the fluid dynamics panel - Working group 04.
- Smith M.S. Analysis of wind tunnel oscillatory data of the x-31a aircraft. Informe Técnico CR-1999-208725, National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center, Hampton, Virginia, 1999.
- Soto O., Loehner R., y Cebal J. *An implicit monolithic time accurate finite element scheme for incompressible flow problems*. 2001. doi:10.2514/6.2001-2616.
- Wilcox D. *Turbulence Modeling for CFD*. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006. ISBN 9781928729082.
- Yanenko N.N. *The Method of Fractional Steps*. Springer Berlin Heidelberg, 1971.