

ESTIMACIÓN DE UNA CURVA ALTURA-CAUDAL PARA UN RÍO DE MONTAÑA MEDIANTE EL USO COMBINADO DE UN MODELO NUMÉRICO Y MEDICIONES REALIZADAS CON LSPIV

ESTIMATION OF A STAGE-DISCHARGE CURVE FOR A MOUNTAIN RIVER USING A COMBINED APPROACH OF A NUMERICAL MODEL AND LSPIV MEASUREMENTS

Rodrigo N. Schöninger^a, Leticia Tarrab^a, Leandro Massó^{a,b}, Antoine Patalano^{a,b},
Agostina Rigatuso^a, Augusto Martos Aragon^a, Andrés Rodríguez^{a,b}

^a LH-CETA. Laboratorio de Hidráulica – Centro de Estudios y Tecnología del Agua, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, http://www.inv.lab_hidraulica.efn.uncor.edu/

^b IDIT. Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología (IDIT CONICET/UNC). FCEFyN, Córdoba, Argentina, <http://www.inv.idit.efn.uncor.edu/>

Palabras clave: Hidrodinámica, Velocimetría por Imágenes, Diferencias Finitas.

Resumen. Se presenta la estimación de una curva altura-caudal, para una sección del Río San Antonio, ubicada en la Ciudad de Carlos Paz, provincia de Córdoba. Para ello, se utilizó un modelo numérico basado en una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes, promediadas en el tiempo. Este modelo se aplica a una sección transversal de un canal abierto con flujo estacionario y uniforme, permitiendo conocer la distribución de la componente longitudinal de velocidad en la sección. El esquema numérico de resolución del modelo se implementó mediante un programa escrito en el lenguaje Python. En la sección estudiada se dispone de la batimetría y pendiente de fondo del cauce, obtenidos con GPS, y datos de velocidades superficiales medidos por velocimetría de imágenes de partículas a gran escala (LSPIV) en una estación fija, para un amplio rango de caudales. Mediante esta información, sumado al conocimiento en campo de la sección, se calibraron los parámetros del modelo y se obtuvieron las distribuciones de velocidades correspondientes. La curva modelada muestra un buen ajuste con los valores aforados en la sección de estudio.

Keywords: Hydrodynamics, Imaging Velocimetry, Finite Differences.

Abstract. This study presents the estimation of a stage-discharge curve for a section of the San Antonio River, located in the city of Carlos Paz, province of Córdoba. For this purpose, a numerical model based on a simplified version of the time-averaged Navier-Stokes equations was used. This model is applied to a channel section with steady and uniform flow, allowing for the determination of the distribution of the longitudinal velocity component in the section. The numerical solution scheme of the model was implemented using a program written in Python. Bathymetry and bed slope data of the channel, obtained with GPS, as well as surface velocity data measured by Large Scale Particle Image Velocimetry (LSPIV) at a fixed station for a wide range of discharges, were available for the studied section. From this information, combined with field knowledge of the section, the necessary data was extracted to calibrate the model parameters and obtain the corresponding velocity distributions. The modeled curve shows a good fit with the gauged values in the study section.

1. INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la hidrología y la gestión de los recursos hídricos resulta de gran importancia conocer los caudales que transitan por las secciones de los ríos. No obstante, como éstos varían temporalmente, no basta con conocer cuánto es el caudal en un determinado instante de tiempo, sino que es preciso conocer su variabilidad. Normalmente, la medición de caudales es un procedimiento laborioso que demanda mucho tiempo, sin embargo, la observación de los niveles de agua asociados es una tarea sencilla. Por este motivo, es usual en la práctica hidrológica la calibración de relaciones altura-caudal (H-Q), de modo que para cada nivel de agua medido en la sección de interés se pueda estimar un caudal. Es de gran importancia práctica puesto que permite estimar caudales mediante la sola medición de las alturas de agua. De forma tradicional, esta medición de altura se realiza con escalas graduadas o limnómetros, pero también existen sensores de nivel automáticos (Schöninger, 2024).

La elaboración tradicional de la curva H-Q requiere de aforos realizados en un rango de datos de caudales y niveles suficiente. Es importante mencionar esto, dado que si la curva se construye por regresión de los datos observados solo pueden hacerse predicciones de caudales confiables para valores de alturas dentro del rango observado.

Lo mencionado anteriormente implica que la construcción de una relación $Q = Q(H)$ sea habitualmente muy laboriosa (sobre todo considerando métodos tradicionales de aforo) y pueda demorar mucho tiempo, puesto que el hidrólogo buscará contemplar la variabilidad de caudales propia del año hidrológico como así también las variaciones de mínima o máxima asociadas a aspectos climáticos para ese año en particular.

Normalmente, es de suponer una relación unívoca del tipo $Q = Q(H)$, sin embargo, la realidad muestra que en muchos casos la relación es biunívoca, es decir que $Q = Q(H, S_f)$ donde S_f es la pendiente de la línea de energía. Para una relación unívoca la curva de caudales es de la forma (Tucci, 1993):

$$Q = a (H - H_0)^n \quad (1)$$

Siendo a y n coeficientes de ajuste y H_0 el nivel para el caudal nulo.

2. OBJETIVO

El objetivo fundamental de este trabajo es la estimación de la relación altura-caudal para una sección del río San Antonio, ubicada en la ciudad de Carlos Paz, Córdoba, Argentina. Para la construcción de la curva se utilizan datos de velocimetría por imágenes y niveles de agua provenientes de una estación de aforo fija. Un subconjunto de estos datos se empleó para calibrar los parámetros de un modelo numérico, basado en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (ecuaciones RANS), escritas para la componente longitudinal de la velocidad. Con el modelo calibrado se construyó la relación H-Q y se validó la metodología con todos los datos conocidos en la sección de estudio.

3. VELOCIMETRÍA POR PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

Una de las técnicas en auge para aplicaciones de laboratorio e innovadoras aplicaciones en campo es la técnica de velocimetría por procesamiento de imágenes. El principio de funcionamiento de la técnica es simple, se basa en seguir partículas suspendidas en un líquido -que se moverán, aproximadamente, conforme la velocidad de ese líquido- mediante imágenes de video. Si se conoce la distancia recorrida y se conoce el tiempo es posible estimar velocidades. Esto es análogo a suspender un flotador sobre la superficie del agua y cronometrar el tiempo necesario para que recorra una distancia determinada (Schöninger, 2024).

En el caso de aplicaciones a gran escala se han denominado LSPIV/LSPTV (*Large Scale Particle Image Velocimetry/ Large Scale Particle Tracking Velocimetry*) a las técnicas correspondientes; presentando mayores complejidades con respecto a las técnicas homólogas de laboratorio, tanto por el propio cambio de escala (pasar de medir en canales de laboratorio a medir en ríos o cuencas urbanas) como por la accesibilidad limitada a vistas ortogonales; visibilidad limitada, entre otras. Las vistas de cámara no ortogonales requieren una rectificación geométrica de las imágenes para superar las distorsiones producidas por el ángulo de visión de la cámara.

En este trabajo se utiliza el paquete computacional RIVeR para el procesamiento de imágenes (Patalano, 2017), desarrollado por parte de los autores. RIVeR permite realizar la extracción de imágenes de videos, el proceso de rectificación de los resultados y la estimación de caudales líquidos sobre secciones transversales de interés, entre otras facilidades. Además de ello, incorpora el paquete computacional PIVlab (Thielicke y Stamhuis, 2014), que permite realizar el preprocesamiento y procesamiento de las imágenes. Los resultados obtenidos con este software son de gran utilidad para la cuantificación de caudales en situaciones de crecidas, donde se vuelven inviables las mediciones por metodologías tradicionales, así como para la sistematización de las mediciones con un bajo costo, entre otras aplicaciones.

Desde 2019, el grupo HiReS (Hidrología Remota Superficial) de la FCEFYn –UNC trabaja con una serie de estaciones de aforo basadas en imágenes, ubicadas en puntos estratégicos de diversos ríos de la provincia de Córdoba. Una estación de aforo de caudal por imágenes incluye una cámara de seguridad, el hardware necesario para el procesamiento de imágenes (Raspberry Pi 4), transmisión de datos, alimentación eléctrica y protección contra vandalismo. Esto implica la alimentación de la Raspberry, un módulo de comunicación 3G/4G, y la capacidad de monitorear el estado de una batería en caso de que la estación sea alimentada por este medio. Todos los componentes electrónicos están protegidos dentro de un gabinete y están dispuestos de manera óptima (Patalano et. al, 2023).

4. MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se escriben las ecuaciones fundamentales del modelo y las hipótesis utilizadas. Weber y Martijena (2008) parten de las ecuaciones RANS, escritas para la dirección principal de flujo (la longitudinal), que se hace coincidir con el eje x de un sistema coordenado ubicado en la sección tal como se muestra en la Figura 1.

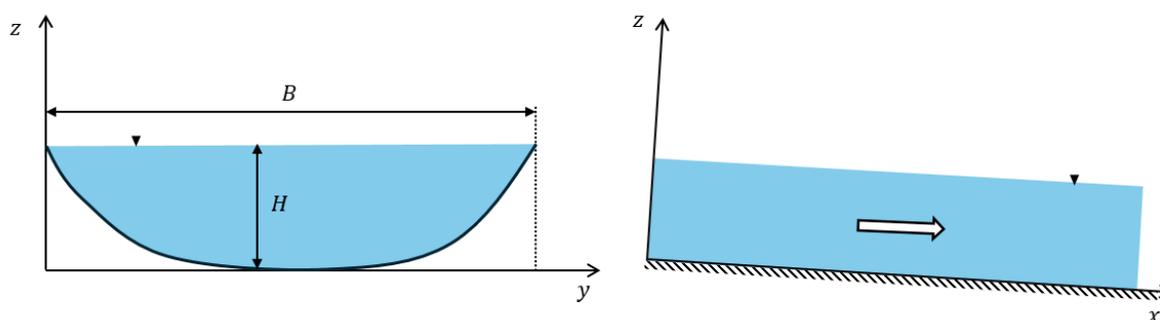


Figura 1: Esquema de ubicación de ejes en relación con el sentido de flujo.

Luego, considerando las hipótesis usuales de flujo uniforme, estacionario y, despreciando las componentes de velocidad asociadas a las corrientes secundarias y los efectos viscosos -que se concentran en las cercanías de la pared- se obtiene la ecuación gobernante para distribución de la velocidad media longitudinal en la sección:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_{yx} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_{zx} \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -gS_0 \quad (1)$$

Donde U es la velocidad, media temporal, en la dirección x (longitudinal) S_0 es la pendiente de fondo y g es la aceleración gravitatoria. Los parámetros ϵ_{yx} y ϵ_{zx} son las viscosidades de torbellino en la dirección lateral y vertical, respectivamente; se trata de parámetros asociados a la transferencia de cantidad de movimiento en un flujo turbulento. Para su cuantificación se proponen las siguientes formulaciones:

$$\begin{aligned} \epsilon_{yx} &= \bar{U} \kappa y \left(1 - \frac{y}{B} \right) \\ \epsilon_{zx} &= \bar{U} \kappa z \left(1 - \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde H es la profundidad máxima en la sección, B es el ancho superficial, $\kappa = 0.41$ es la constante de von Karman y $\bar{U}_c = (gS_0 R)^{1/2}$, es la velocidad media de corte, siendo R el radio hidráulico.

5. SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Como se ha mostrado en el apartado anterior, el modelo se basa en una ecuación diferencial en derivadas parciales (EDP) elíptica y no homogénea (ecuación 1). Para resolverla, y obtener la distribución de velocidades $U = U(y, z)$, se utilizó el método de diferencias finitas (MDF), implementado por medio de un programa computacional escrito en el lenguaje de programación *Python* (en adelante MoDiBV: *Modelo para la Distribución Bidimensional de Velocidades*). El MDF es un método numérico que permite transformar una EDP en un sistema de ecuaciones algebraicas (lineales, si la EDP es lineal, como en este caso). Para hacer la transformación se aproximan las derivadas exactas con diferencias finitas divididas (denominadas *derivadas numéricas*). Las ecuaciones algebraicas resultantes pueden ser resueltas de dos maneras: (a) por solución directa o (b) de forma iterativa. En este caso se ha propuesto una solución iterativa, denominada método de sobrerrelajación sucesiva (SOR, por sus siglas en inglés) con aceleración de Chebyshev.

5.1. Discretización y geometría

El primer paso de la solución por el MDF consiste en la discretización del dominio (la sección del canal). Para ello, se utiliza una malla rectangular de ancho B (igual al ancho de boca del canal) y altura H (igual a la mayor profundidad del canal) con n nodos en el eje y (horizontal) y m nodos en el eje z (vertical). La cantidad de nodos es calculada a partir de especificar una discretización Δ_y en la dirección horizontal y Δ_z en vertical (aunque el programa permite utilizar discretizaciones independientes se busca hacerlas similares en magnitud para equiparar los errores numéricos cometidos en ambas direcciones). Esta malla rectangular se superpone sobre la sección del río y el programa selecciona aquellos nodos que quedan dentro del dominio de cálculo (es decir, dentro de la sección). El siguiente paso consiste en obtener las ecuaciones de cálculo en diferencias finitas necesarias para generar el sistema de ecuaciones algebraicas cuyas incógnitas serán los valores de velocidad U en cada nodo. Esto consiste en obtener una ecuación algebraica general, denominada *molécula de cálculo*, cuya aplicación sucesiva sobre en los nodos interiores al dominio de solución (es decir, los nodos que no son condición de contorno) origina el sistema de ecuaciones algebraicas a resolver (Schöninger et al, 2023).

5.2. Molécula de cálculo

En los nodos interiores del dominio de solución la molécula de cálculo resultante es de cinco puntos y posee la siguiente forma:

$$a_{i,j}U_{i,j} + b_{i,j}U_{i,j+1} + c_{i,j}U_{i,j-1} + d_{i,j}U_{i-1,j} + e_{i,j}U_{i+1,j} + f = 0 \quad (3)$$

Donde el subíndice i indica la ubicación del nodo según el eje z y el subíndice j indica la ubicación del nodo según el eje y , de tal forma que se puede pasar del espacio de coordenadas al espacio de índices de forma inequívoca (es decir, cada nodo posee un par coordenadas cartesianas y dos índices). Los coeficientes que multiplican a las velocidades $U_{i,j}$ se definen de la siguiente manera:

$$a_{i,j} = -2 \left(\frac{\epsilon_{yx_{i,j}}}{\Delta y^2} + \frac{\epsilon_{zx_{i,j}}}{\Delta z^2} \right); b_{i,j} = \frac{\epsilon_{yx_{i,j}}}{\Delta y^2} + \frac{\epsilon'_{yx_{i,j}}}{2\Delta y}; c_{i,j} = \frac{\epsilon_{yx_{i,j}}}{\Delta y^2} - \frac{\epsilon'_{yx_{i,j}}}{2\Delta y}; \quad (4)$$

$$d_{i,j} = \frac{\epsilon_{zx_{i,j}}}{\Delta y^2} + \frac{\epsilon'_{zx_{i,j}}}{2\Delta z}; e_{i,j} = \frac{\epsilon_{zx_{i,j}}}{\Delta z^2} - \frac{\epsilon'_{zx_{i,j}}}{2\Delta z}; f = gS_0$$

Donde $\epsilon'_{yx_{i,j}} = \partial \epsilon_{yx_{i,j}} / \partial y$ y $\epsilon'_{zx_{i,j}} = \partial \epsilon_{zx_{i,j}} / \partial z$ son las derivadas parciales de las viscosidades turbulentas respecto a su variable correspondiente. El término f es una constante mientras que los demás coeficientes son variables conformando una matriz con un valor en cada nodo del dominio solución.

5.3. Método SOR con aceleración de Chebyshev

La estrategia utilizada para mejorar la velocidad de convergencia del método iterativo se basa en recorrer los nodos del dominio de manera alternada. Primero, se posiciona la molécula de cálculo sobre los valores de índice par y, luego, se hace lo respectivo con los valores de índice impar (Press et. al, 2007). A medida que se realizan los cálculos se actualiza la matriz $U_{i,j}$. Se reescribe la molécula de cálculo de la siguiente forma:

$$U_{i,j} = U_{i,j} - \omega \frac{r_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (5)$$

Siendo el residuo, calculado en cada iteración, $r_{i,j} = a_{i,j}U_{i,j} + b_{i,j}U_{i,j+1} + c_{i,j}U_{i,j-1} + d_{i,j}U_{i-1,j} + e_{i,j}U_{i+1,j} + f$ el cual irá acercándose iterativamente a cero a medida que el método converge (ver ecuación 3). Por su parte, ω es el parámetro de sobre relajación y está en el intervalo $1 < \omega < 2$.

Esta estrategia se denomina método SOR con aceleración de Chebyshev. Otra gran ventaja de este método es que permite aproximar el parámetro de relajación óptimo, ω_{opt} , mediante un proceso iterativo (asintótico). Esto permite independizarse de la selección de este parámetro por parte del usuario. La secuencia es la siguiente:

- Se fija $\omega^{(0)} = 1$, en la primera iteración.
- Se hace, $\omega^{(1/2)} = 1/(1 - \rho_{Jacobi}^2/2)$ en el primer semi-barrido.
- Luego, $\omega^{(n+1/2)} = 1/(1 - \rho_{Jacobi}^2 \omega^{(n)}/4)$, para $n = \frac{1}{2}, 1, \dots, \infty$.

Donde, ρ_{Jacobi} es el radio espectral de la matriz de coeficientes. Este radio se define como el máximo valor propio de esta matriz. Para aproximarlos se utiliza la siguiente ecuación (Press et. al, 2007):

$$\rho_{Jacobi} = \frac{\cos \frac{\pi}{m} + \left(\frac{\Delta_y}{\Delta_z}\right)^2 \cos \frac{\pi}{n}}{1 + \left(\frac{\Delta_y}{\Delta_z}\right)^2} \quad (6)$$

Esta ecuación está definida para una grilla rectangular, sin embargo, se han obtenido buenos resultados con los dominios irregulares trabajados.

El criterio de parada del método se basa en lo recomendado por [Chapra y Canale \(2011\)](#); cuando el máximo error relativo aproximado porcentual, ε_a , es menor a un valor preestablecido ε_s se frenan las iteraciones del método:

$$\max |\varepsilon_{a_{i,j}}| = \max \left| \frac{U_{i,j}^{(k)} - U_{i,j}^{(k-1)}}{U_{i,j}^{(k)}} \right| 100\% < \varepsilon_s \quad (7)$$

5.4. Condiciones de contorno

Para resolver la EDP deben fijarse las condiciones en todo el contorno mojado de la sección y sobre la superficie libre. En este caso, se imponen condiciones de borde mixtas, es decir, en el propio valor de la velocidad U y en su derivada.

Los valores de la velocidad U en el contorno rígido no son especificados sobre pared debido a que el modelo no considera los efectos viscosos, que son dominantes en la región de la capa límite más cercana a la pared, denominada *subcapa viscosa*; por lo tanto, los nodos adyacentes a las paredes estarán situados a una distancia $d > \delta$, siendo δ el espesor de la subcapa. A partir de distancia d los efectos viscosos son insignificantes frente a las tensiones turbulentas. Se pueden dar tres casos a tener en cuenta: (1) fondo hidráulicamente liso; (2) fondo de transición y (3) fondo hidráulicamente rugoso. Estrictamente hablando, en un fondo hidráulicamente rugoso se rompe la subcapa viscosa y no es correcto hablar de su espesor, no obstante, debido a las complejidades inherentes a esa zona inferior de la capa límite y, teniendo en cuenta las irregularidades que se pueden presentar en los ríos de montaña, se ha optado por situar los primeros nodos, inclusive en el caso de fondo hidráulicamente rugoso, por encima del nivel de fondo, a una distancia prudencial de $d = 5z_0$, siendo $z_0 = k'_s/30$, el nivel (medido desde un fondo de referencia) donde la velocidad es cero y a partir del cual se comienza a desarrollar el perfil y k'_s una equivalente de Nikuradse que se toma como $k'_s = 0.02m$ para esta definición.

Para poder caracterizar el régimen de flujo en las cercanías de la pared se utiliza el número de Reynolds de grano $R_e^* = U_c k_s / \nu$. Según este criterio, se considera fondo hidráulicamente liso cuando $R_e^* \leq 5$, fondo hidráulicamente rugoso si $R_e^* \geq 70$ y, en la zona intermedia ($5 < R_e^* < 70$), se considera la transición ([Dey, 2014](#)). Para incluir todas estas posibilidades en el programa se ha utilizado la ecuación de [Swamee \(1993\)](#) que permite estimar los perfiles de velocidad de pared tanto para la subcapa laminar como para la zona turbulenta. Así mismo, permite una aproximación de las velocidades en la zona de amortiguación intermedia.

$$U^+ = \left\{ (z^+)^{-0.3} + \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{9z^+}{1 + 0.3R_e^*} \right) \right]^{-\frac{10}{3}} \right\}^{-0.3} \quad (8)$$

Donde el superíndice “+” indica una variable adimensionalizada; $U^+ = U/U_c$, $z^+ = U_c z / \nu$. Esta formulación tiene la ventaja de ser válida para fondo hidráulicamente liso y para fondo hidráulicamente rugoso. La velocidad de corte se define como una distribución a lo largo

del perímetro mojado, por $U_c = (gS_0h)^{1/2}$, siendo h la profundidad local, por lo tanto, habrá una distribución de R_e^* y de velocidades de contorno U^+ .

Para la superficie libre se utiliza la condición $\partial U/\partial z = 0$, lo cual da lugar a la siguiente molécula de cálculo, de aplicación en los nodos de la superficie libre ($i = 0$):

$$a_{0,j}U_{0,j} + b_{0,j}U_{0,j+1} + c_{0,j}U_{0,j-1} + (d_{0,j} + e_{0,j})U_{1,j} + f = 0 \quad (9)$$

6. CASO DE ESTUDIO

Se utilizaron dos conjuntos de datos diferentes. En primer lugar, las mediciones obtenidas en la estación fija de LSPIV, descrita previamente; estas, se dividieron en dos partes: (1) *datos de calibración* y (2) *datos de validación*. Para calibración se utilizó el subconjunto de aforos del año 2023 y para validación los datos de los meses de enero hasta marzo del año 2024. Los videos correspondientes a estas mediciones fueron obtenidos aprovechando las capacidades de procesamiento por lotes que ofrece el software RIVeR (ya que se trata de cerca de 250 videos).

A su vez, se dispone de datos de aforos hidroacústicos (que abarcan los rangos de caudales más bajos) que también se adicionaron a la curva para validación del ajuste obtenido.

7. DETALLES DE LA MODELACIÓN Y RESULTADOS

Como se detalló previamente, el modelo requiere la calibración del parámetro de rugosidad de fondo de Nikuradse, k_s . Para ello, se definieron tramos con rugosidades constantes, basado en el conocimiento en campo de la sección. El estudio y calibración de modelo para la curva H-Q en esta sección mostró que existe una relación entre la pendiente y las rugosidades de fondo con la profundidad del agua en la sección.

7.1 Variación de los parámetros del modelo con el tirante

Se definió una lista de rugosidades de Nikuradse que tenga en cuenta una distribución acorde al conocimiento en campo de la sección (zonas de arena, rocas y presencia de árboles en las planicies) como puede verse en la [Tabla 1](#):

y [m]	0.0	10.0	25.0	30.0	38.0	45.0	63.5	98.6
k_s [m]	3.0	6.0×10^{-2}	2.0×10^{-3}	1.8×10^{-3}	2.0×10^{-2}	3.5×10^{-2}	3.0	3.0

Tabla 1: distribución de rugosidades en la sección.

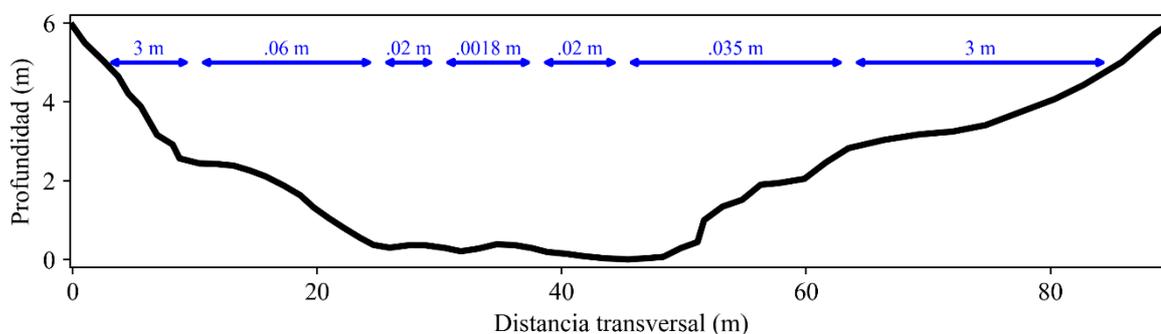


Figura 2: Diagrama de la sección transversal. En azul se señalan los tramos con los valores de la rugosidad equivalente de Nikuradse utilizada. Los valores elevados en las márgenes se explican por la presencia de árboles.

Para determinar la función de variación de las rugosidades y la pendiente con la profundidad del agua en la sección se escribió un programa que minimiza la función objetivo mostrada en la ecuación (11):

$$F = 1/N \sqrt{\sum (U_{MoDiBV} - U_{LSPIV_i})^2} \quad (10)$$

Esta función es una medida del error cuadrático medio entre el resultado de MoDiBV (U_{MoDiBV}) y los datos de LSPIV (U_{LSPIV}) utilizados para la calibración. Se dispone de N perfiles de velocidad medidos con LSPIV para la altura de modelación H , dado que se seleccionan perfiles entre $H \pm 0.2m$.

Cabe remarcar que para minimizar el costo computacional asociado a la optimización no se varía libremente todos los valores de rugosidad, sino que se multiplica la lista de valores por un parámetro f que se optimiza junto con la pendiente. De este modo, $k_s^{opt}(H) = f(H) \times k_s$.

La optimización multidimensional realizada utiliza el método L -BFGS- B , desarrollado originalmente por varios autores en base al método BFGS, optimizando el uso de memoria e incluyendo la posibilidad de poner restricciones simples a los parámetros de optimización (en este caso, S y f) (Byrd et al, 1995). Este método se implementó a través de la librería Scipy de Python (scipy.org). Los resultados se grafican en la Figura 3 junto a las rectas de regresión lineal. La discretización utilizada, tanto en dirección vertical como horizontal, es $\Delta_{yz} = 4cm$.

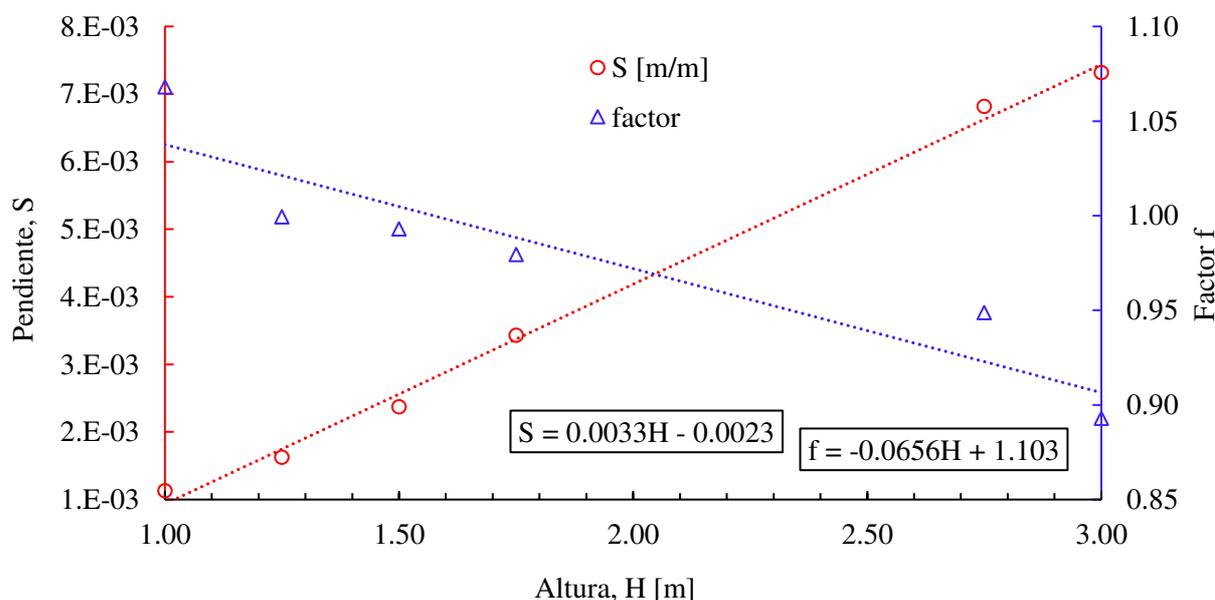


Figura 3: variación del factor rugosidad-pendiente en la sección.

7.2 Resultados

En la Figura 4 se muestra un perfil de velocidades superficiales modelado para $H = 1.75m$ junto a los perfiles de LSPIV para la profundidad $H \pm 0.2m$. Adicionalmente, en la parte superior derecha puede verse la distribución de velocidades en toda la sección (curvas de contorno o isovelas).

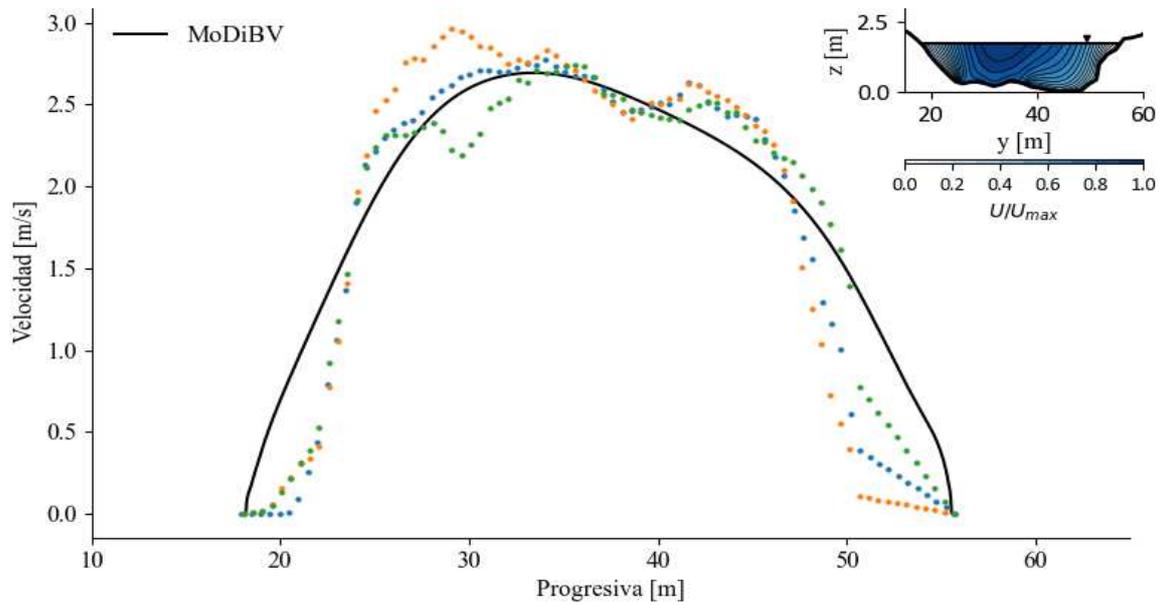


Figura 4: perfil de velocidades superficiales obtenido por modelación junto a los puntos de LSPIV y la distribución bidimensional de velocidades en la sección (isotacas).

Se observa un buen ajuste global del perfil modelado a los puntos medidos teniendo en cuenta que la calibración de los parámetros del modelo se realizó de forma automatizada y que en la sección de estudio se presenta un fenómeno de flujo ondulante propio de las condiciones hidráulicas suscitadas en flujos cuyo número de Froude se encuentra dentro rango cercano a 1 (Chanson & Montes, 1995). Este flujo ondulante distorsiona los perfiles produciendo pequeños picos que aparecen y desaparecen según las condiciones de flujo (tirante, pendiente de energía, etc.) lo cual hace imposible su reproducción completa con un modelo de estas características. No obstante, se ha observado que la afectación sobre la determinación de los caudales es mínima, por lo tanto, es posible estimar la relación altura-caudal para esta sección (Figura 5).

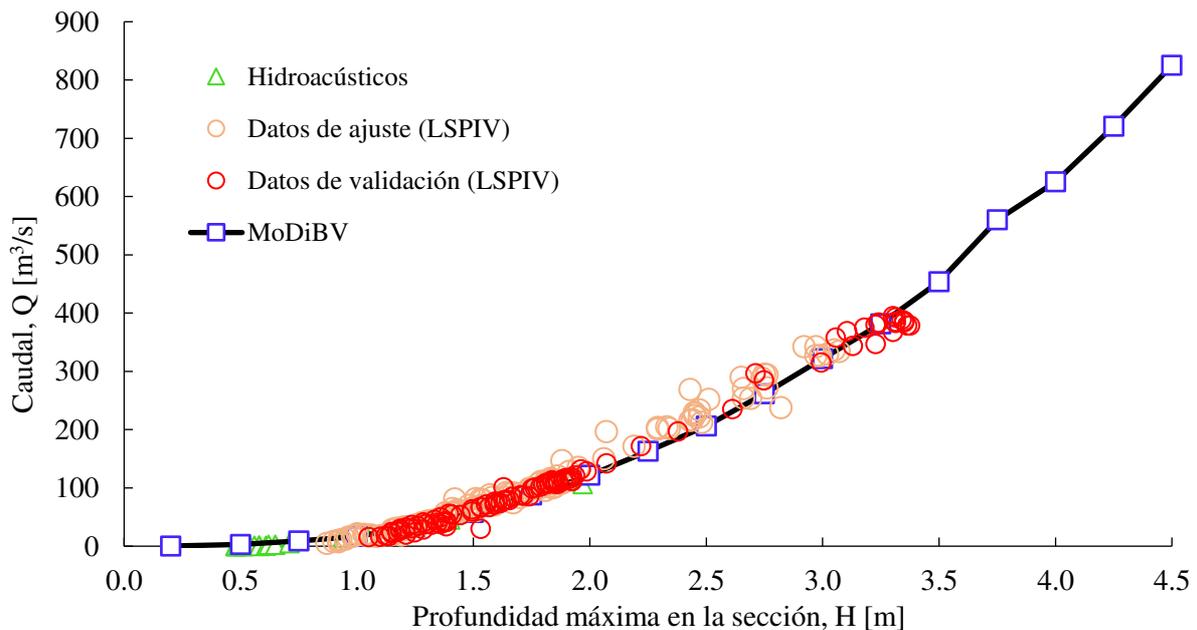


Figura 5: curva H-Q obtenida con MoDiBV junto a los datos de aforo.

8. CONCLUSIONES

Los resultados del presente trabajo permitirán desarrollar una metodología de utilización del programa MoDiBV en conjunto con aforos basados en imágenes (LSPIV) que permiten calibrar los parámetros de forma automatizada y obtener una curva altura-caudal alimentada de información empírica.

Es importante destacar que esta curva incluye niveles de agua que se corresponden con condiciones de crecidas, algo restrictivo y prácticamente imposible de conseguir mediante otras técnicas de aforo tradicionales. Sumado a esto, el modelo ya calibrado permite visualizar las distribuciones de velocidades en toda la sección para todos los niveles de agua que se requieran.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Byrd R., Liu P., Nocedal J., Zhu C., A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 10.1137/0916069, 1995.
- Chanson, H., Montes, J.S. Characteristics of Undular Hydraulic Jumps. *Experimental Apparatus and Flow Patterns. Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 2. pp. 129-144, 1995. CRC Press Taylor & Francis Group, 2018.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P., *Métodos Numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill, 2011.
- Dey, S. *Fluvial Hydrodynamics*. Springer Berlin, Heidelberg, 2014.
- Knight D., Hazlewood C., Lamb R., Samuels P., Shiono K., *Practical Channel Hydraulics: Roughness, Conveyance and Afflux*.
- Patalano, A., *Desarrollo e implementación en gran escala de técnicas de velocimetría por imágenes para caracterizar flujos de agua con superficie libre*. Córdoba, 2017.
- Patalano, A., Massó L., Tarrab L., Joaquín C., Schöninger R., Martos Aragón A., Rigatuso A., García C. M., Rodríguez A., Estaciones de monitoreo de caudal por imágenes: desarrollo e implementación en la provincia de Córdoba. *Publicación para vii simposio sobre métodos experimentales en hidráulica, hidrología e hidrometeorología*, Córdoba, 2023.
- Press W., Teukolsky S., Vetterling W. Flannery B., *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2007.
- Schöninger, R., *Modelación de velocidades en flujos con superficie libre – Implementación computacional*. Práctica Profesional Supervisada, Córdoba, 2024.
- Schöninger, R., Weber, J., Tarrab, L., Massó, L., Patalano A. and Rodríguez, A., aplicación de un modelo numérico basado en las ecuaciones RANS para la estimación de la distribución de la velocidad en canales – caso tramo urbano arroyo la cañada. *Publicación para el XXVII congreso nacional del agua*. Buenos Aires, 2023.
- Swamee, P., Generalized Inner Region Velocity Distribution Equation. *Journal of Hydraulic Engineering-asce*, 1993.
- Thielicke, W. and Stamhuis, E.J. PIVlab—Towards User-Friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MATLAB. *Journal of Open Research Software*, 2, e30, 2014.
- Tucci, C., *Hidrologia: ciência e aplicação*. Universidade UFRGS, 2001.
- Weber, J. F., & Martijena, S. Modelación numérica de la distribución transversal de velocidades en canales - caso trapecial. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, 2008.