

ANÁLISIS COMPUTACIONAL Y EXPERIMENTAL DE LAS VIBRACIONES DE UN PUENTE DE VIOLONCHELO

COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE VIBRATIONS OF A CELLO BRIDGE

Maximiliano Carnelutto, Pablo E. Paupy, Lucas P. Manera, Dario Huggenberger, Jose M. Folgueiras y Javier L. Raffo

Grupo de Mecánica Computacional - Grupo de Vibraciones Mecánicas, Facultad Regional Delta, Universidad Tecnológica Nacional, San Martín 1171, 2804 Campana, Argentina, jraffo@frd.utn.edu.ar, ppaupy@frd.utn.edu.ar; <https://www.frd.utn.edu.ar/mecanica-computacional/>, <https://www.frd.utn.edu.ar/grupo-de-vibraciones-mecanicas/>

Palabras clave: Violonchelo, puente, vibraciones, deformaciones.

Resumen. Se propone estudiar la respuesta en frecuencia de un puente de violonchelo tipo francés con ensayos en laboratorio y modelos computacionales. Mediante el modelo computacional del puente se analiza la respuesta de los modos de vibrar debido a la masa aportada por los sensores. Se comparan los resultados obtenidos en las mediciones con los modelos numéricos. Se estudian los modos de vibrar y deformaciones relacionados con la densidad del material, la forma del puente, la tensión de las cuerdas y el anclaje a la tapa del violonchelo.

Keywords: Cello, bridge, vibrations, deformations.

Abstract. It is proposed to study the frequency response of a French-type cello bridge using laboratory testing and computational models. Using the computational model of the bridge, the response of the vibration response due to the mass provided by the sensors is analysed. The results obtained from the measurements are compared with the numerical models. The vibration modes and deformations related to the density of the material, the shape of the bridge, the tension of the strings and the anchoring to the cello top are studied.

1. INTRODUCCIÓN

La investigación del puente de un instrumento de tipo cordófono de cuerdas frotadas (violonchelo), denominado puente, que cumple la función de transmitir la energía vibratoria de las cuerdas a su caja de resonancia, permitirá comprender por qué la construcción de esta pieza ha permanecido prácticamente sin variaciones desde el siglo XVIII, pero sus antecesores, sobre todo en la edad media, han experimentado variaciones en sus formas y tamaños. En nuestros días todo parece indicar que esta pieza ha logrado establecerse en dos formatos bien definidos para el violonchelo, siendo estos el modelo de puente denominado francés y el denominado belga. El puente francés es el más popular entre los violonchelistas, aunque a partir del surgimiento del puente belga en el siglo XIX su popularidad fue creciendo, siendo en estos días una opción bastante buscada por los chelistas más exigentes (Carlson y Kilbride, 2019; Raymaekers, 2020).

Kabala *et al.* (2018), presenta un modelo de puente, basado en resortes que lo vinculan con el cuerpo del instrumento de tipo cordófono. El movimiento de la parte superior del puente está parcialmente limitado por la tensión de las cuerdas, lo que también es representado por medio de resortes.

Por otra parte, Lodetti *et al.* (2023), estudia la influencia de la forma de un puente de violonchelo en condiciones estáticas y dinámicas, utilizando el método de elementos finitos, por medio de analizar el desplazamiento y el análisis modal para diferentes formas de puente y condiciones de contorno.

Uno de los puntos de interés del trabajo, reviste en conocer cuál es la influencia de los sensores del tipo acelerómetros adheridos al puente en el comportamiento dinámico del mismo. Por lo que se ensayó la pieza con acelerómetros cuya masa aparenta ser despreciable respecto a la masa total del puente, pero es de interés poder estudiar cuál es la influencia de la adición de estas masas en diferentes posiciones del puente.

En el presente trabajo se pretende determinar la incidencia de esta pieza en la transmisión de la energía entre la cuerda y la caja de resonancia, a partir de analizar los efectos de la densidad del material, forma del puente, tensión de las cuerdas y el anclaje a la tapa, sobre los modos de vibrar, mediante un análisis experimental comparado con el método de Elementos Finitos con diferentes condiciones de carga y de contorno.

2. MEDICIONES EXPERIMENTALES

2.1. Montaje del instrumento

Las mediciones se han realizado en su totalidad con el puente montado sobre el instrumento y con las cuerdas afinadas (tensadas) en sus valores nominales con una afinación de referencia de A3 220Hz.

Todas las cuerdas fueron amortiguadas mediante sordinas de goma que se entrelazan entre las cuatro cuerdas del instrumento para disminuir la incidencia de sus vibraciones en las mediciones tomadas. Las cuerdas se amortiguaron tanto del lado cordal como del lado del tasto.

El violonchelo se fija en la mesa de medición mediante un sistema de montaje especialmente diseñado para sujetarlo desde sus puntos más resistentes de la caja resonante y priorizando no afectar la resonancia de la caja ni dañar la superficie del instrumento, tal como se puede ver en la Figura 1.



Figura 1: Montaje del instrumento.

Una vez fijado el instrumento, se utiliza la misma estructura de fijación para agregar un sistema de inyección de aire a presión. La excitación se realizó mediante la aplicación de aire a presión en los bordes laterales del puente, en puntos bien definidos, con una presión de aire constante de 3kg/cm^2 . Este método es utilizado en la generación de ondas elásticas y calibración de sensores, y lo hemos incorporado como prueba de excitación en este método con resultados favorables ([Norma E976-00 ASTM International](#)).

Esta excitación introduce una perturbación al sistema en forma de ruido blanco que luego, a través de la Transformada Rápida de Fourier de la señal nos permite obtener espectros en potencia (PSD). Estos espectros ayudan a caracterizar resonancias en los puntos medidos. La determinación de cuáles de estas resonancias pueden deberse exclusivamente a la estructura del puente es establecida por comparación con modelos teóricos en elementos finitos.

2.2. Elección de los puntos de excitación y medición

La dirección en X para la excitación se ha elegido por la razón de que, especialmente en la parte superior del puente, las fuerzas provenientes de la cuerda están en la dirección X en mayor proporción que en Y. Tal como se puede ver en la Figura 2.

Téngase en cuenta que la excitación normal de la cuerda por fricción con el arco provoca fundamentalmente desplazamientos en la dirección X conjuntamente con esfuerzos rotacionales en el punto de contacto entre la cuerda y el puente, y en la dirección Y descansa mayormente la componente vertical de la carga estática de la tensión de la cuerda.

Por otro lado, la excitación en el sentido Y implica mayor complejidad y es posible realizarla sólo en la parte superior del puente, lo que hemos descartado por inconveniente y de escaso interés en el estudio.

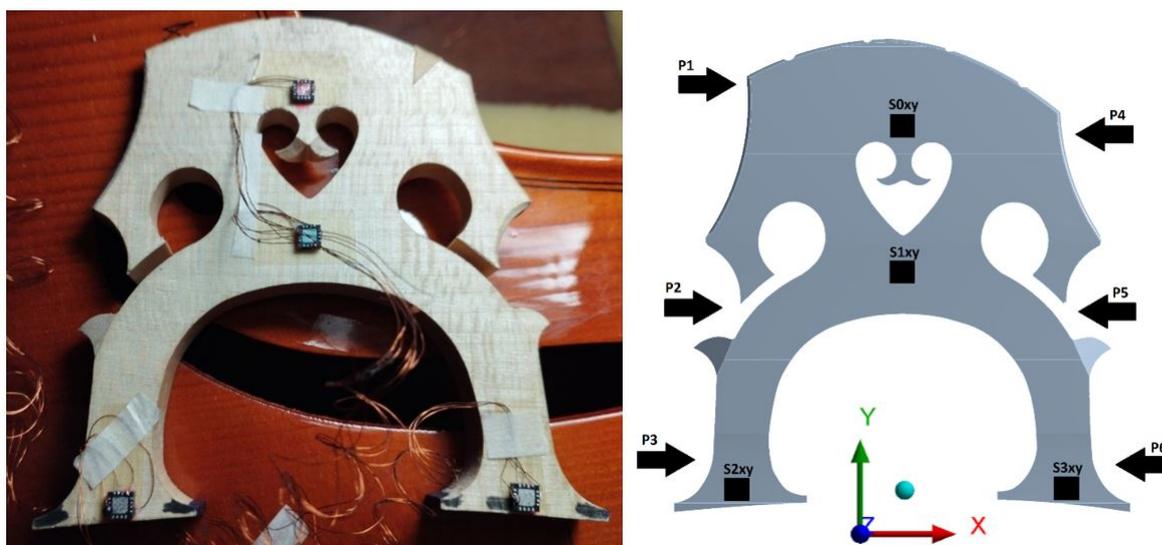


Figura 2: Puente francés PT4F - Experimental y modelado. Ubicación de sensores y puntos de excitación.

Los puntos de excitación indicados son los P1 a P6 de la Figura 2, siendo P1 el más cercano a la cuerda grave (nota C2, 65.4Hz) y el punto P4 el más cercano a la cuerda aguda (nota A3, 220Hz).

Los puntos P3 y P6 son puntos de interés especialmente en la dirección Y debido a que es justamente este movimiento el que consideramos fundamental para la transmisión de la energía vibrante en el funcionamiento natural del instrumento.

Cabe mencionar que, excitando en estos puntos, hay una mayor respuesta de resonancias propias de la caja del instrumento debido a que la excitación se encuentra muy cercana a las aberturas de la caja ("f"), dando lugar a turbulencias de aire en esta zona, razón por la cual se manifiesta de una manera muy considerable la frecuencia de resonancia fundamental A0 de la caja del instrumento, o frecuencia de Helmholtz, en 100Hz (Fletcher y Rossing, 1998).

Se tomaron mediciones de vibraciones mecánicas en cuatro puntos, considerados fundamentales, para caracterizar las vibraciones mecánicas del elemento en estudio. En estos puntos se han colocado microsensors de tipo MEMS (Hollocher *et al.*, 2019; Bryzek *et al.*, 2006; D'Alessandro *et al.*, 2017) para tomar señales de aceleración en las direcciones X e Y en forma simultánea en cada uno de ellos. La dirección Y se considera positiva en sentido perpendicular a la tapa del instrumento desde el fondo hacia la tapa, y la dirección X se asume positiva en sentido de la cuerda C2 (65.4 Hz) hacia A3 (220 Hz) paralelamente al plano de la tapa del instrumento.

El sensor S0 se colocó en el centro geométrico longitudinal del puente justo por encima del corazón. Este sensor es el más cercano a las cuerdas y equidista de cada cuerda de manera de no favorecer la excitación de ninguna de ellas cuando se estudia el comportamiento mediante la excitación de la cuerda. La ubicación del sensor S1 se ha elegido en lo que entendemos es la posición más cercana al baricentro de la pieza. La ubicación del sensor está en el punto medio en la dirección Y de la línea que une el punto más bajo de la caladura del corazón (centro geométrico en X) con el punto máximo del arco de las patas. Para la ubicación de los sensores S2 y S3 se eligieron los puntos de las patas más cercanos a la tapa por tratarse de lo que podemos considerar la salida del sistema formado por el puente y las cuerdas.

Quedan así distribuidos los sensores siendo S0 el más cercano a la entrada de la excitación, el S1 como el punto central donde esperamos menor movimiento o, mejor aún, la transición

entre los movimientos de X a Y, y, finalmente, S2 y S3 como los puntos de salida del sistema en la transferencia de energía a la tapa del instrumento.

2.3. Resultados experimentales

De los ensayos de laboratorio se observa que en el sensor S0 la intensidad de la señal es mayor en la dirección X que en la dirección Y. En el sensor S1 los resultados son más balanceados; por lo general excitando en el punto P1 y P4 se observa que inclusive en este punto las señales son mayores en la dirección Y que en X. Por último, respecto a la intensidad de las señales se observa que en los sensores S2 y S3 las intensidades son mucho mayores en la dirección Y que en X.

En la figura 3 se presentan espectros en frecuencia normalizados para los sensores S2 y S3 donde se manifiesta las diferencias en intensidades mencionadas.

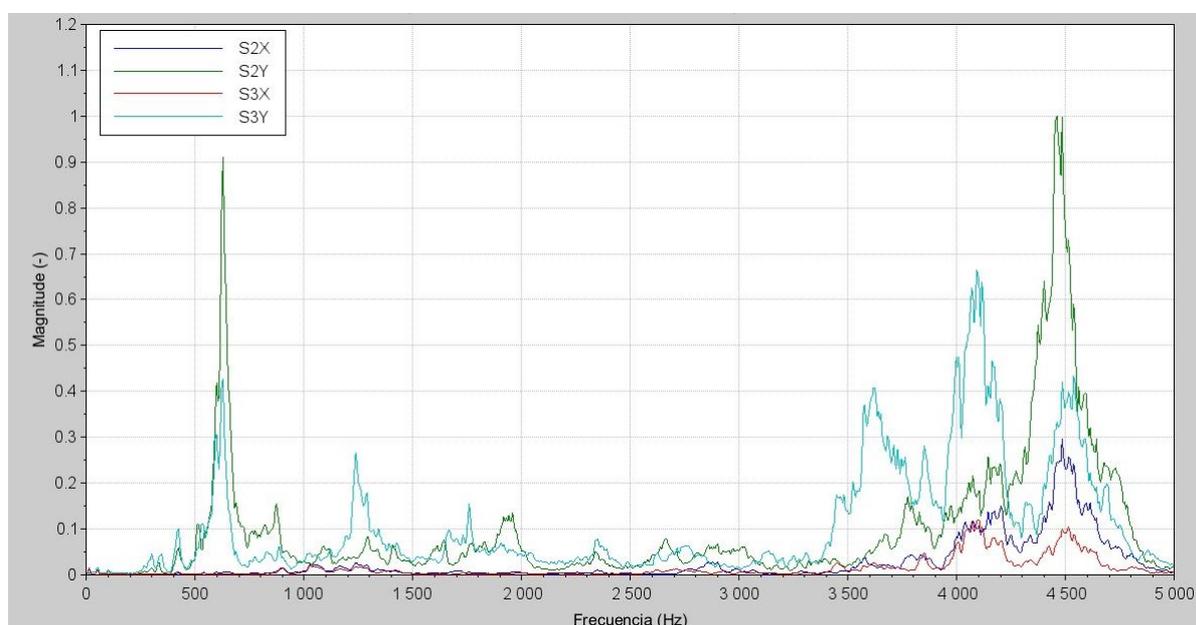


Figura 3: Espectro en potencia (PSD) Señales S2X Azul, S2Y Verde, S3X Rojo, S3Y Cyan. Ruido blanco en P1.

Para poder distinguir mejor las frecuencias características se ha procedido a realizar un análisis de espectro en potencia (PSD) y se han normalizado los valores respecto al máximo observado para distinguir los posibles picos de frecuencias características.

Es interesante observar que, si bien hay picos bien definidos, no podemos asegurar cuáles de ellos puedan pertenecer al puente en sí mismo y cuáles pueden provenir de otras partes constitutivas del sistema en estudio.

Por esto es por lo que la comparación con los resultados obtenidos por elementos finitos es muy importante y determinante para identificar mejor los picos que pertenecen a las características vibracionales del puente en sí propio.

Por último, mostraremos en la Figura 4 los resultados de las señales obtenidas en S2Y y S3Y cuando las excitaciones se producen mediante la boquilla de aire a presión en el punto P3. En este punto puede observarse claramente la componente en 100Hz, que está directamente vinculada a la resonancia de Helmholtz de la caja de resonancia del instrumento.

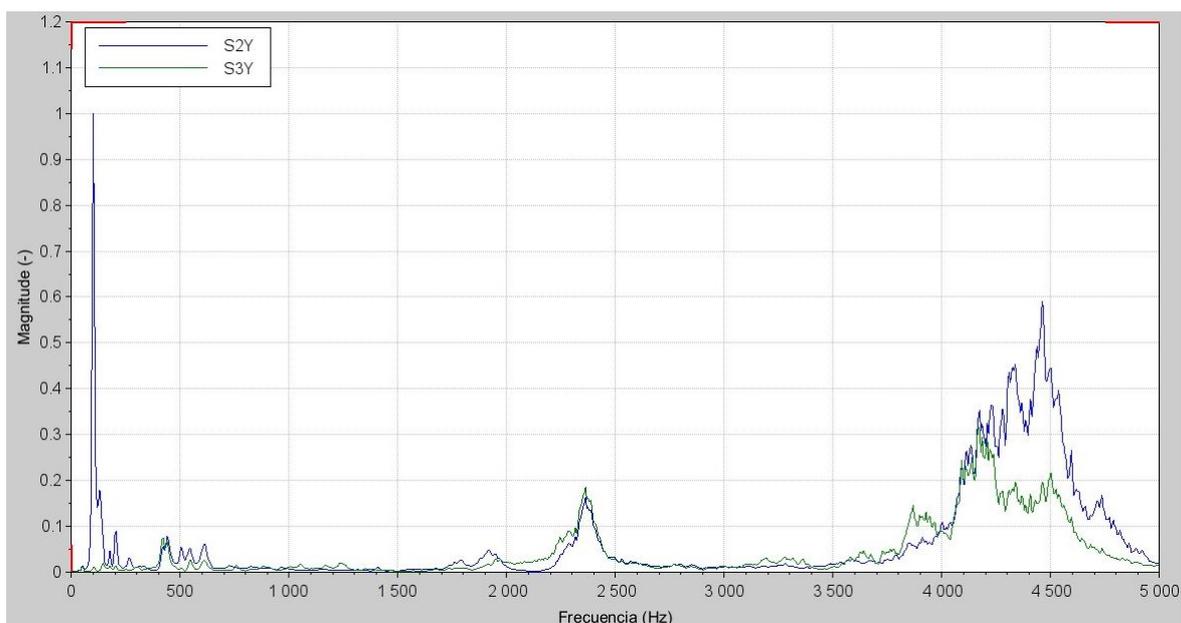


Figura 4: Espectro en potencia (PSD) Señales S2X Azul, S2Y Verde, S3X Rojo, S3Y Cyan. Ruido blanco en P3.

3. MODELO COMPUTACIONAL

3.1. Descripción del modelo

En la figura 5, se presentan el modelo computacional correspondiente al puente francés, y las propiedades de material anisótropo: módulo de Young $E_x = 10GPa$, $E_y = 2GPa$, $E_z = 1,2GPa$, módulo de corte $G_{xy} = 1,6GPa$, $G_{yz} = 0,72GPa$, $G_{zx} = 1,6GPa$, y coeficiente de Poisson $\mu_{xy} = 0,38$, $\mu_{yz} = 0,47$, $\mu_{zx} = 0,48$.

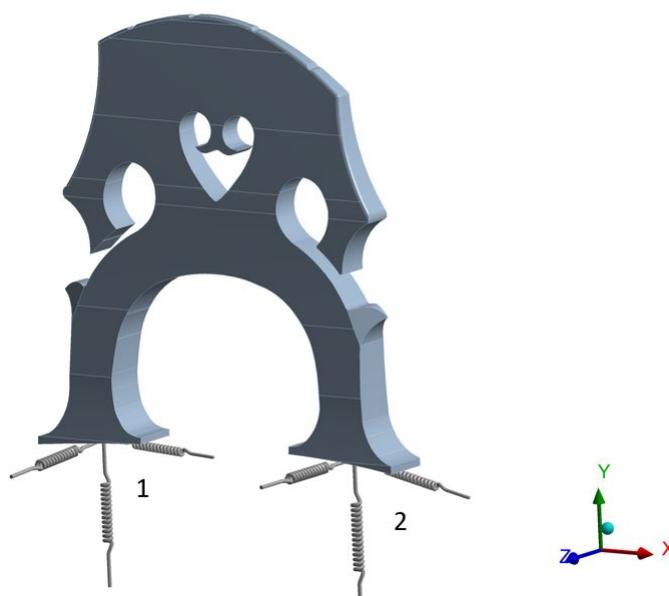


Figura 5: Modelo de puente francés para FEM.

3.2. Resultados numéricos

Se presentan resultados numéricos del método de elementos finitos para el puente, con y sin la masa correspondiente a los sensores comentados, para el material descrito anteriormente y se comparan con otros autores.

En la tabla 1 se muestran las frecuencias correspondientes a los primeros diez modos de vibración del puente tipo Francés, considerando una densidad $\rho = 700\text{kg}/\text{m}^3$, y condiciones de borde asociadas a resortes traslacionales, en la base del puente, con los siguientes valores: $k_x^{1=2} = 1,8 \times 10^6 \text{N}/\text{m}$, $k_y^{1=2} = 0,1 \times 10^6 \text{N}/\text{m}$ y $k_z^{1=2} = 7,7 \times 10^6 \text{N}/\text{m}$.

Modo	Ref.	Modelo de ref.	Modelo sin masa de sensor	Modelo con masa de sensor
1	160	160	168	167
2	309	309	330	330
3	968	969	1061	1060
4	1090	1092	1122	1110
5	1507	1508	1788	1786
6	2149	2152	2003	2000
7	2535	2540	2782	2780
8	3087	3087	3751	3746
9	3246	3248	4089	4085
10	3592	3593	4095	4090

Tabla 1: Comparación de frecuencia [Hz] de los primeros 10 modos con [Lodetti et al. \(2023\)](#), modelo con y sin masas.

La tabla 2 nos indica los diez modos principales arrojados por la simulación por FEM, para el modelo propio del puente Francés, con una densidad de $\rho = 758\text{kg}/\text{m}^3$ (experimental), y las siguientes condiciones de borde, $k_x^1 = 69\text{kN}/\text{m}$ y $k_x^2 = 125\text{kN}/\text{m}$ (experimentales), mientras que para las direcciones restantes, se utilizaron los valores mencionados anteriormente. Estos valores incluyen los mínimos corrimientos debido a la incidencia de la masa de los sensores de 0.06g.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia [Hz]	441	749	1675	1921	1988	2118	4112	4279	4378	4557

Tabla 2: Primeros diez modos principales por FEM.

4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

De las mediciones experimentales se ha logrado determinar que el mejor resultado en cuanto a claridad del espectro en frecuencia se ha obtenido al realizar el espectro en potencia cruzado (CPSD) entre los canales S0X y S3Y. Esta herramienta surgida del procesamiento en frecuencia de las señales de aceleración contenidas, son de por si elocuentes en el estudio que más nos interesa en el ensayo de esta estructura, que es su comportamiento en el dominio de la frecuencia.

Se han determinado tres zonas de estudio para la comparación de los ensayos experimentales con los resultados obtenidos por el método de Elementos Finitos. En cada zona observamos aproximadamente el mismo número de modos. En la zona 1 tenemos un modo en 441Hz muy poco visible en gráfico de la CPSD obtenido de las mediciones experimentales, otro modo en 749Hz que puede ser relacionado con el pico observado en 600Hz en la CPSD y uno en 1675Hz que puede asociarse al de 1660Hz de la CPSD.

Dentro de la zona 2 se observan en ensayo teórico por elementos finitos tres modos muy cercanos en frecuencia el 4,5 y 6 que se encuentran entre 1921Hz y 2118Hz. En las mediciones experimentales estos modos pueden asociarse al pico que se manifiesta centrado en 2000Hz, o al pico centrado en aproximadamente 2300Hz o posiblemente a ambos. Esta indeterminación es necesario trabajarla con mayor cantidad de mediciones ya que es posible que alguno de estas participaciones en frecuencia se deba a otros componentes del instrumento y no específicamente al puente.

Por último, hemos definido la zona 3 como la de mayor importancia en cuanto a cantidad de modos acumulados y reflejados en la simulación respecto a la forma de la CPSD obtenida de mediciones experimentales. La preponderancia de altas frecuencias en esta zona nos permite inferir que el modelo en elementos finitos tiene un grado de correlación muy elevado con el elemento físico real.

Cabe mencionar que en el estudio experimental se comienza a ver una preponderancia de altas frecuencias ya desde los 3000Hz razón por la cual hemos marcado la zona 3 en el gráfico desde esta frecuencia.

La figura 6 muestra las frecuencias destacadas que hemos mencionado en los párrafos precedentes. Se han determinado asimismo las zonas donde se clasificaron los resultados obtenidos mediante las simulaciones computacionales en Elementos Finitos y si bien el espectro es muy sensible al punto donde se excita la estructura (puente) se pueden observar las coincidencias en la presencia de componentes espectrales coincidentes con las zonas establecidas. Por ejemplo, en este caso particular, se observa mucha mayor coincidencia en las zonas de alta frecuencia que en las bajas. También se observa nuevamente la presencia de dos picos espectrales en lo que llamamos zona 2 que merecen mayor estudio de laboratorio y computacional para poder determinar cuál de ellos es el vinculado al puente y cual es producto de otra vibración estructural reflejada en el puente pero no vinculada a sus modos propios.

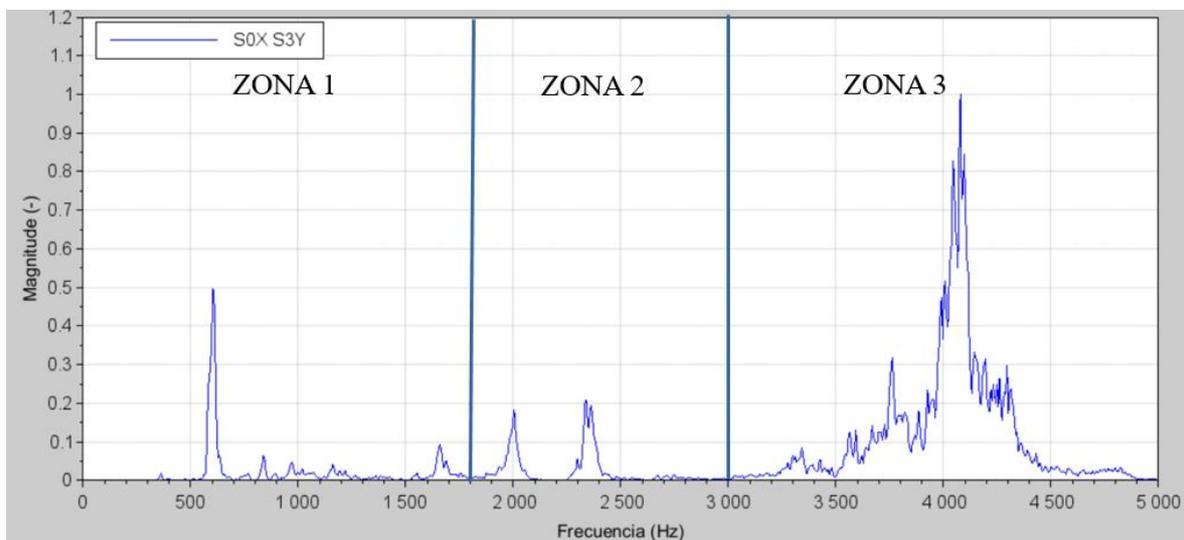


Figura 6: Espectro en potencia cruzado (CPSD) Señal S0X-S3Y. Ruido blanco en P5.

En la tabla 3 podemos ver la comparación de los diez primeros modos obtenidos por el Método de Elementos Finitos (FEA) con los obtenidos experimentalmente por medio de ruido blanco.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia FEA [Hz]	441	749	1675	1921	1988	2118	4112	4279	4378	4557
Picos CPSD [Hz]	360	603	1655	2003	2338	2361	4043	4078	4096	4295
Zona	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3

Tabla 3: Comparación entre los diez primeros modos principales por FEM y gráfica experimental.

5. CONCLUSIONES

El ensayo experimental mediante excitaciones por flujo de aire ha arrojado valores esperables de intensidad en las señales adquiridas.

Se han obtenido picos en frecuencia que pueden estar vinculados a los modos de vibración del puente. Se han observado picos en el espectro que claramente están vinculados con las resonancias acústicas de la caja.

Los estudios realizados por Elementos finitos han arrojado valores que si bien no pueden vincularse estrictamente con los picos espectrales obtenidos de los ensayos de laboratorio se observa que existe una notable coincidencia en un rango muy aceptable dentro de zonas bien definidas.

Es oportuno realizar otros ensayos como Test de Impacto y análisis de señales como correlaciones cruzados y función transferencia para lograr una mejor determinación de las frecuencias características.

REFERENCIAS

- Bryzek J., Roundy S., Bircumshaw B., Chung C., Castellino K., Stetter J.R., y Vestel M. Marvelous mems. *IEEE Circuits and Devices Magazine*, 22(2):8–28, 2006.
- Carlson M. y Kilbride G. Statistical analysis of violin, viola and cello bridges. *J. Violin Soc. Am.*, XXVIII, 2019.
- D’Alessandro A., Vitale G., Scudero S., D’Anna R., Costanza A., Fagiolini A., y Greco L. Characterization of mems accelerometer self-noise by means of psd and allan variance analysis. *7th IEEE International workshop on advances in sensors and interfaces (IWASI)*, páginas 159–164, 2017.
- Fletcher N. y Rossing T. The physics of musical instruments. *Springer Science Business Media*, 1998.
- Hollocher D., Zhang X., Sparks A., Bart S., Sawyer W. N.P., y Yang K. A very low cost, 3-axis, mems accelerometer for consumer applications. *SENSORS, IEEE*, páginas 953–957, 2019.
- Kabala A., Niewczyk B., y Gapinski B. Violin bridge vibrations – fem. *Vibrations in Physical Systems*, 2018.
- Lodetti L., Gonzales S., Antonacci F., y Sarti A. Stiffening cello bridges with design. *Applied Science*, 2023. doi:http://dx.doi.org/10.3390/app13020928.
- Norma E976-00 ASTM International. *Standard Guide for Determining the Reproducibility of Acoustic Emission Sensor Response*, 2000.
- Raymaekers W. Bridge shapes of the violin and other bowed instruments, 1400–1900: the origin and evolution of their design. *Early Music*, 48:225–250, 2020. doi:https://doi.org/10.1093/em/caaa027.