

DISEÑO ÓPTIMO DE RESONADORES LOCALES PARA EL CONTROL DE VIBRACIONES FLEXO TORSIONALES DE EDIFICIOS ALTOS SOMETIDOS A ACCIONES SÍSMICAS: EDIFICIO LOCALMENTE RESONANTE

OPTIMAL DESIGN OF LOCAL RESONATORS FOR THE CONTROL OF FLEXO-TORSIONAL VIBRATIONS IN TALL BUILDINGS SUBJECTED TO SEISMIC ACTIONS: LOCALLY RESONANT BUILDING RESONATORS

Patricia N. Dominguez^{a,b}, Víctor H. Cortínez^{a,b,c} y Laura González de Paz^b

^a Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada CIMTA, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina, vcortine@hotmail.com

^b Universidad Nacional del Sur, Departamento de Ingeniería, Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar

^c Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET

Palabras clave: edificios asimétricos, atenuación de vibraciones, vigas localmente resonantes, optimización.

Resumen. Se presenta un enfoque para el diseño óptimo de un sistema de resonadores, distribuidos a lo largo de la altura, para el control de vibraciones laterales en edificios de planta asimétrica sometidos a carga sísmica. El modelo estructural del edificio con resonadores distribuidos se basa en una generalización de la teoría de Vlasov. Se obtiene un modelo reducido del sistema a partir de un análisis modal del edificio sin resonadores. Con dicho modelo simplificado se determina la función de respuesta compleja ante una aceleración basal armónica de módulo unitario. Esto permite obtener el desplazamiento cuadrático medio de la respuesta, conociendo la densidad de potencia espectral del sismo de diseño. Los parámetros óptimos del sistema de resonadores se determinan de manera tal de minimizar tal indicador. Se presenta la formulación teórica del modelo así como ejemplos numéricos.

Keywords: asymmetric tall buildings, vibration attenuation, locally resonant beams, optimization.

Abstract. This work presents an approach for the optimal design of a system of resonators, distributed along the height, aimed at controlling lateral vibrations in asymmetric-plan buildings subjected to seismic loading. The structural model of the building with distributed resonators is based on a generalization of Vlasov's theory. A reduced-order model of the system is obtained from the modal analysis of the building without resonators. Using this simplified model, the complex response function is determined under a unit-amplitude harmonic base acceleration. This allows evaluation of the mean square displacement response, given the power spectral density of the design earthquake. The optimal parameters of the resonator system are identified to minimize this response indicator. The formulation is presented along with numerical examples illustrating the proposed methodology.

1 INTRODUCCIÓN

En el diseño estructural de edificios altos, el análisis de las vibraciones laterales inducidas por acciones horizontales, como las de origen eólico o sísmico, resulta de suma importancia. Consecuentemente, se han investigado e implementado diversos sistemas de control, entre los cuales destacan los sistemas de aislamiento de base, los dispositivos de disipación de energía y los resonadores, también denominados amortiguadores de masa sintonizada (Vellar et al., 2019). Estos últimos son relativamente sencillos de instalar en estructuras existentes y han demostrado eficacia en múltiples aplicaciones reales (Lin et al., 1999). De hecho, se han empleado en numerosos edificios y torres a nivel mundial, como el 601 Lexington Avenue en Nueva York, la John Hancock Tower en Boston, la Crystal Tower en Osaka y la 101 Tower en Taipei, entre otros. Inicialmente, estos dispositivos, ubicados usualmente en el piso superior, se implementaron de manera aislada para mitigar efectos resonantes en una frecuencia específica; posteriormente, se comenzó a explorar su uso simultáneo para atenuar múltiples frecuencias y ampliar su efectividad.

Recientemente, se ha propuesto un nuevo concepto para el control pasivo de la dinámica lateral de edificios, basado en la instalación de un número significativo de resonadores distribuidos periódicamente a lo largo de toda la altura de la estructura (Fonseca Dal Poggetto et al., 2019). Este enfoque se relaciona con el de los materiales localmente resonantes, cuya investigación ha experimentado un notable auge en los últimos años (Dominguez et al., 2022a, 2017; Cortínez y Dominguez, 2022). Una ventaja de este concepto se relaciona con el empleo de resonadores de menor masa que permite reducir las fuerzas concentradas en cada piso. Asimismo, algunos investigadores han propuesto la idea de utilizar como masa de los resonadores a las propias losas del edificio, evitando así agregar masa adicional (Xiang y Nishitani, 2014; Mahmoud y Chulahwat, 2015) o resonadores formados por subestructuras abarcando algunos pisos (Yan et al., 2023). La utilización del concepto de metamateriales localmente resonantes ha sido utilizado también para la atenuación de turbinas eólicas fuera de costa (Machado y Dutkiewicz, 2025), de puentes (Casalotti et al., 2014, 2018) y también para la construcción de fundaciones localmente resonantes (Zhou et al., 2023).

Los autores han desarrollado recientemente un modelo estructural de un edificio alto de planta asimétrica con una distribución periódica de resonadores. El enfoque se basa en una generalización de la teoría de Vlasov, que permite considerar distintas tipologías estructurales habituales (pórticos, muros de corte y núcleos). Mediante dicho modelo (edificio localmente resonante) se analizaron las propiedades de atenuación y formación de bandgaps en la dinámica flexo-torsional ante cargas armónicas. En base a este modelo, en este trabajo se presenta una metodología de diseño óptimo del sistema de resonadores distribuidos para un edificio sometido a carga sísmica.

Se obtiene un modelo reducido del sistema a partir de un análisis modal del edificio sin resonadores. Con dicho modelo simplificado se determina la función de respuesta compleja ante una aceleración basal armónica de módulo unitario. A partir de la misma, considerando la teoría de vibraciones aleatorias, se obtiene el desplazamiento cuadrático medio de la respuesta, conociendo la densidad de potencia espectral del sismo de diseño. Los parámetros óptimos del sistema de resonadores se determinan de manera tal de minimizar tal indicador. Se presenta la formulación teórica del modelo así como ejemplos numéricos para ilustrar la metodología de diseño.

2 FORMULACIÓN TEÓRICA

2.1 Ecuaciones gobernantes para la dinámica lateral de un edificio asimétrico con resonadores distribuidos: edificio localmente resonante

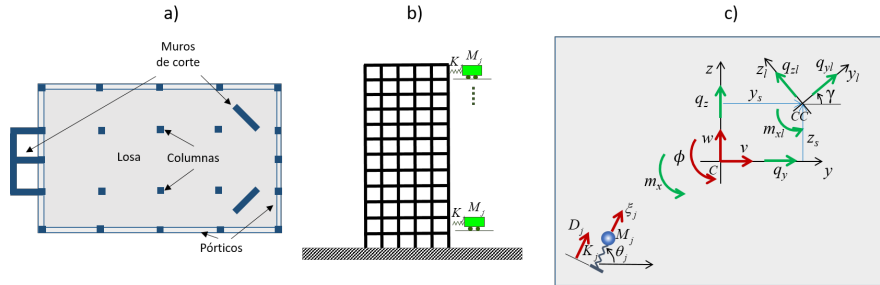


Figura 1: a) Planta genérica de un edificio, b) vista lateral de un edificio genérico, c) sistemas de coordenadas, cargas genéricas y resonadores.

Se considera un edificio constituido por pórticos, muros de corte y núcleos como se muestra en la [Figura 1a](#)). Se realizan las siguientes hipótesis: a) las losas son rígidas en su propio plano y poseen rigidez despreciable perpendicularmente al mismo, b) las losas están infinitamente próximas entre sí (altura del piso/altura del edificio $\ll 1$) y c) los materiales se comportan de manera elástica lineal. La cinemática se describe mediante un sistema de coordenadas global x, y, z con origen en el centro de masa C del edificio, y además se utiliza un sistema de coordenadas local x_i, y_i, z_i para cada subestructura (núcleo, muro de corte o pórtico) con origen en su correspondiente centro de corte, como se muestra en la [Figura 1c](#)). A partir de las hipótesis a) y b), se postula que las subestructuras se describen mediante desplazamientos horizontales dependientes de la coordenada vertical x : $v = v(x, t)$, $w = w(x, t)$, $\phi = \phi(x, t)$, donde v y w son los desplazamientos transversales correspondientes al centro de masa de la sección y ϕ es el giro torsional alrededor del eje x (pasante por el centro de gravedad de cada piso). Asimismo, existe un sistema de resonadores (amortiguadores de masa sintonizada) aplicados en cada uno de los pisos del edificio. Cada resonador consiste de una masa M_j conectada al edificio mediante un resorte de rigidez K_j , orientado en la dirección indicada por el ángulo θ_j ([Figura 1c](#)), emplazado en las coordenadas y_j, z_j en cada piso. La cinemática de cada uno de estos resonadores se describe mediante los desplazamientos $\xi_j(x_i)$ de la masa M_j ubicada en el piso i , del correspondiente desplazamiento D_j del punto de anclaje del resorte, ambos medidos en la dirección del resorte. La mecánica flexo-torsional de tal estructura puede escribirse mediante las ecuaciones ([Dominguez et al., 2022b](#)):

$$\mathbf{EI}_g \frac{\partial^4 \mathbf{u}}{\partial x^4} - \mathbf{GA}_g \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} - \mathbf{m} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{c} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{q}_{ext} - \frac{\partial^2 \xi_j}{\partial t^2} \mathbf{p}_j \quad (1)$$

$$\alpha_j \frac{\partial^2 \xi_j}{\partial t^2} + 2\eta_j \omega_j \alpha_j \frac{\partial \xi_j}{\partial t} + \alpha_j \omega_j^2 \xi_j = 2\eta_j \omega_j \alpha_j \frac{\partial D_j}{\partial t} + \alpha_j \omega_j^2 D_j \quad (2)$$

$$\mathbf{p}_j = [\cos \theta_j, \sin \theta_j, r_j]^T, \quad r_j = y_j \sin \theta_j - z_j \cos \theta_j, \quad (3a-c)$$

$$D_j = v(x, t) \cos \theta_j + w(x, t) \sin \theta_j + \phi(x, t) r_j$$

$$\mathbf{q}_{ext} = [q_y, q_z, m_x]^T \quad (4)$$

En las ecuaciones anteriores se han considerado los resonadores distribuidos de manera continua a lo largo de la altura. Aquí, $\mathbf{u} = [v, w, \phi]^T$, \mathbf{EI}_g y \mathbf{GA}_g corresponden a las matrices de rigidez flexo-torsional global y a la rigidez lateral de pórticos y torsional de Saint Venant (Dominguez et al., 2022b), \mathbf{m} corresponde a una matriz diagonal cuyos elementos no nulos son $m_{11} = m_{22} = m$ y $m_{33} = mR^2$, siendo m la masa por unidad de longitud del edificio y R^2 el radio de giro de cada piso con respecto a su centro de gravedad, $\mathbf{c} (= (cA/m)\mathbf{m})$ corresponde a la matriz de amortiguamiento (c es el coeficiente viscoso equivalente del amortiguamiento del edificio y A el área de la sección transversal del edificio), q_y y q_z son las componentes de la carga según los ejes y y z pasantes por el centro de masa de cada piso y m_x el correspondiente momento torsor por unidad de longitud con respecto al eje x pasante por el centroide. Asimismo, $\alpha_j = M_j / (mh_p)$ corresponde al cociente entre la masa total de los resonadores j y la del edificio, siendo h_p la altura de cada piso, $\omega_j = \sqrt{K_j / M_j}$ es la frecuencia del resonador local j y η_j el coeficiente de amortiguamiento del mismo.

La ecuación gobernante (1) debe complementarse con las correspondientes condiciones de borde (usualmente, empotramiento en la base: $\mathbf{u} = \partial \mathbf{u} / \partial x = 0$ y borde libre en el extremo superior: $\mathbf{EI}_g \partial^3 \mathbf{u} / \partial x^3 - \mathbf{GA}_g \partial \mathbf{u} / \partial x = \mathbf{EI}_g \partial^2 \mathbf{u} / \partial x^2 = 0$) y eventualmente con las condiciones iniciales apropiadas.

2.2 Modelo reducido: función de respuesta compleja

Se considera a continuación una excitación sísmica dada por una aceleración basal armónica unitaria $a = e^{i\omega t}$. Consecuentemente, las cargas inerciales por unidad de longitud sobre el edificio vienen dadas por:

$$\mathbf{q}_{ext} = \mathbf{q}_0 e^{i\omega t}, \quad \mathbf{q}_0 = [-m \cos \beta, -m \sin \beta, 0]^T \quad (5)$$

donde β es el ángulo de la acción sísmica respecto al eje y . Consecuentemente, la respuesta estacionaria armónica se puede expresar como:

$$v = V(x)e^{i\omega t}, \quad w = W(x)e^{i\omega t}, \quad \phi = \psi(x)e^{i\omega t}, \quad \xi_j = \bar{\xi}_j(x)e^{i\omega t} \quad (6)$$

Sustituyendo (6) en (3c) y luego en (2) puede obtenerse la amplitud del desplazamiento de los resonadores j -ésimos como:

$$\bar{\xi}_j = H_j \bar{D}_j(x), \quad H_j = \gamma_{Rj} + i\gamma_{Ij} \quad (7a, b)$$

donde:

$$\gamma_{Rj} = \frac{1 - (\omega / \omega_j)^2 + (2\eta_j \omega / \omega_j)^2}{\left(1 - (\omega / \omega_j)^2\right)^2 + (2\eta_j \omega / \omega_j)^2}, \quad \gamma_{Ij} = \frac{-2\eta_j (\omega / \omega_j)^3}{\left(1 - (\omega / \omega_j)^2\right)^2 + (2\eta_j \omega / \omega_j)^2} \quad (8a, b)$$

Para obtener un modelo reducido de la dinámica del edificio, se expande el desplazamiento lateral del mismo en términos de las formas de vibración de la estructura sin resonadores. Es decir:

$$V = \sum_n A_n V_n, \quad W = \sum_n A_n W_n, \quad \psi = \sum_n A_n \psi_n \quad (9)$$

donde A_n son constantes complejas y $\mathbf{U}_n = [V_n, W_n, \psi_n]^T$ son las formas modales del edificio sin resonadores. Es decir, verifican:

$$\mathbf{EI}_g \frac{d^4 \mathbf{U}_n}{dx^4} - \mathbf{GA}_g \frac{d^2 \mathbf{U}_n}{dx^2} - \mathbf{m} \omega_n^2 \mathbf{U}_n = 0 \quad (10)$$

Sustituyendo ahora (7) y (8) en (1), aplicando el método global de Galerkin, considerando (10) y las condiciones de ortogonalidad de \mathbf{U}_n que de esta última se derivan, se llega al siguiente sistema algebraico lineal:

$$\sum_n A_n \left(\delta_{mn} \left(\omega_m^2 + \frac{\omega_c A}{m} i \right) - M_{mn} \omega^2 \right) = \int_0^L (-m \cos(\beta) V_n + -m \sin(\beta) W_n) dx \quad (11)$$

donde:

$$\begin{aligned} M_{mn} = & \left(\left(1 + \sum_j \alpha_j H_j \cos^2 \theta_j \right) V_n + \sum_j \alpha_j H_j \cos \theta_j \sin \theta_j W_n + \sum_j \alpha_j H_j r_j \cos \theta_j \psi_n \right) V_m + \\ & \left(\sum_j \alpha_j H_j \cos \theta_j \sin \theta_j V_n + \left(1 + \sum_j \alpha_j H_j \sin^2 \theta_j \right) W_n + \sum_j \alpha_j H_j r_j \sin \theta_j \psi_n \right) W_m + \\ & \left(\sum_j \alpha_j H_j r_j \cos \theta_j V_n + \sum_j \alpha_j H_j r_j \sin \theta_j W_n + \left(\frac{I_c}{A} + \sum_j \alpha_j H_j r_j^2 \right) \psi_n \right) \psi_m \end{aligned} \quad (12)$$

Resolviendo (11) se obtienen las constantes A_n y entonces, a partir de (6), se determinan las funciones de respuesta complejas V, W, ψ .

3 DISEÑO DE RESONADORES

3.1 Indicador de diseño: desplazamiento medio cuadrático

Para representar el sismo que solicita a la estructura, siguiendo la teoría de vibraciones aleatorias, se utiliza su densidad espectral de potencia (PSD), $S(\omega)$. Luego, es posible obtener los valores medios cuadráticos de los desplazamientos (o también los cuadrados de los mismo) a partir de:

$$\begin{aligned} \bar{V}^2(x) &= \int_0^{\omega_f} |V(x, \omega)|^2 S(\omega) d\omega; \quad \bar{W}^2(x) = \int_0^{\omega_f} |W(x, \omega)|^2 S(\omega) d\omega; \\ \bar{\psi}^2(x) &= \int_0^{\omega_f} |\psi(x, \omega)|^2 S(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (13)$$

Usando estas expresiones pueden determinarse los valores medios cuadráticos de desplazamientos y esfuerzos en puntos de interés. Por ejemplo, si se adopta como indicador principal de diseño, el desplazamiento total del centro de gravedad en el extremo superior, se utiliza la expresión:

$$I_1 = \int_0^{\omega_f} \left(|V(L, \omega)|^2 + |W(L, \omega)|^2 \right) S(\omega) d\omega \quad (14)$$

El modelo reducido propuesto permite efectuar el cálculo de estas integrales muy rápidamente, comparado con el análisis de elementos finitos de la respuesta forzada del edificio. Los valores óptimos de los parámetros de los resonadores ω_j y η_j se adoptan como aquellos que minimizan I_1 :

$$\omega_j^{\text{opt}}, \eta_j^{\text{opt}} = \min(I_1(\omega_j, \eta_j)) \quad (15)$$

Por otra parte, los valores de las masas de los resonadores son predefinidos de manera tal de evitar sobrecargas importantes en el edificio.

3.2 Densidad espectral de potencia de diseño: función de Kanai-Tajimi corregida

Para modelar la forma del espectro de potencia de aceleraciones sísmicas considerando la interacción suelo–estructura, se utiliza la fórmula de Kanai–Tajimi con la posterior corrección de Clough–Penzien, a partir de la idea de que el terreno se comporta como un oscilador de un grado de libertad sometido a una excitación de ruido blanco de amplitud constante (Chen et al., 2022). De acuerdo a este modelo, la densidad espectral de potencia (PSD) se expresa como

$$S(\omega) = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \frac{\omega^4}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_f^2 \omega_f^2 \omega^2} \quad (16a-c)$$

$$S_0 = \frac{PGA^2}{\pi B}, \quad B \cong 4\zeta_g \omega_g$$

donde el primer factor corresponde a la fórmula original de Kanai-Tajimi que produce una amplificación en torno a la frecuencia natural del suelo y el segundo al aporte de Clough y Penzien que incorpora un filtrado adicional. En la expresión anterior, ω y ω_g (rad/s) son la frecuencia circular de excitación y la natural del suelo, respectivamente, ζ_g es el coeficiente de amortiguamiento del suelo y S_0 la densidad espectral constante del ruido blanco que excita el sistema (m^2/s^3). Asimismo, ω_f y ζ_f corresponden a la frecuencia y el amortiguamiento del filtro adicional. El valor de S_0 se elige para que el espectro represente la energía observada del movimiento del suelo. En (16b), se expresa en función de PGA, que corresponde a la aceleración máxima del suelo (m/s^2) y del ancho de banda efectivo (rad/s) B (16c).

4 EJEMPLO NUMÉRICO

A manera de ejemplo se considera la estructura de edificio asimétrico analizado por Meftah et al. (2007) cuya planta se muestra en la Figura 2. Se trata de un edificio de 75 m de altura (25 pisos) con espesores de paredes de corte de 0.3 m, espesor de la losa 0.15 m, masa por unidad de longitud $m=114365 \text{ kg/m}$ y módulos de elasticidad longitudinal $E=25 \text{ GPa}$ y transversal $G=10.42 \text{ GPa}$. Los valores de las características de rigidez pueden consultarse en la referencia citada. Las frecuencias naturales de la estructura son: $\omega_n = [1.647, 1.787, 4.616, 10.147, 11.109, 28.155, 28.609, 30.946, 54.593, 60.245]$. Se asume amortiguamiento estructural, $cA = 0.01 m \omega_2 \text{ kg / m / s}$.

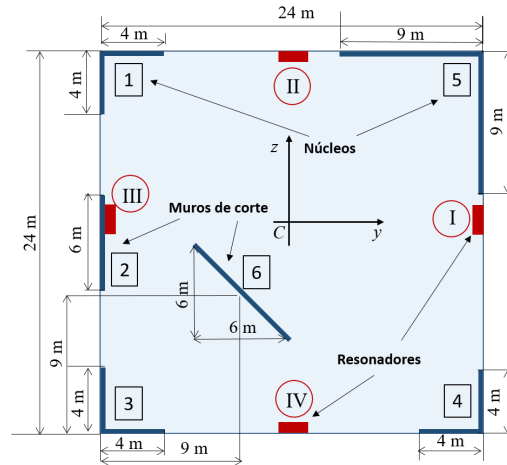


Figura 2: Planta del edificio estudiado.

Esta estructura fue estudiada con anterioridad por los autores (Dominguez et al., 2022b) utilizando una solución en elementos finitos de las ecuaciones (1-4). A los efectos de diseño, en este trabajo se utiliza un modelo reducido considerando 10 autofunciones, por lo cual se realiza la comparación de resultados obtenidos con ambos modelos. Para ello se utilizan los mismos datos del trabajo anterior (Dominguez et al., 2022b), esto es: $\mathbf{q}_{ext} = [1e6 \text{ N/m}, 1e6 \text{ N/m}, 1e6 \text{ Nm/m}]^T \cos(\omega t)$ y 4 resonadores distribuidos de manera uniforme en la altura con $\alpha_j = 0.125$, $\omega_j = 10.55 \text{ rad/s}$ y $\eta_j = 0.01$ para cada uno. Como se puede ver en la Figura 3, la correspondencia entre ambos modelos es muy buena.

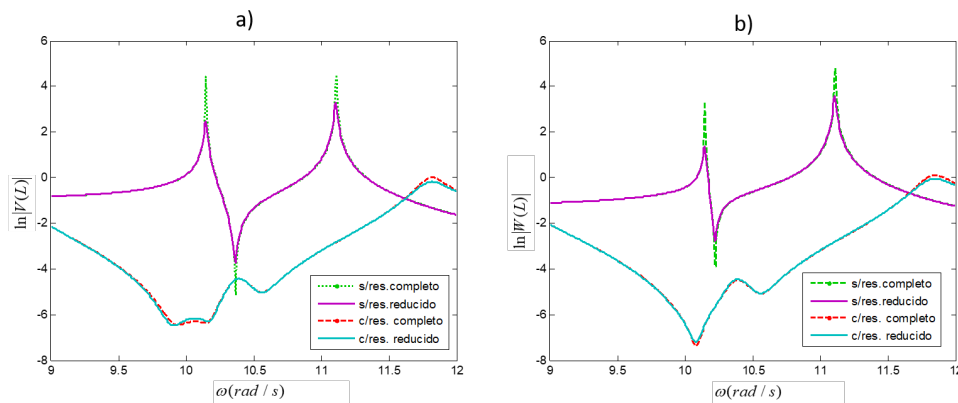


Figura 3: Comparación de respuesta forzada calculada mediante el modelo de elementos finitos y el modelo reducido.

Para estudiar el efecto de la carga sísmica considerada, se asume que el ángulo de incidencia del sismo es $\beta = \pi/3$. Para obtener la función de transferencia del suelo se adoptan los siguientes parámetros: $\text{PGA} = 0.2 \times 9.81 \text{ m/s}^2$, $\omega_g = 13.8 \text{ rad/s}$, $\zeta_g = 0.6$, $\omega_f = 1.38 \text{ rad/s}$, $\zeta_f = 0.6$. En la Figura 4a) se puede ver la curva de densidad de potencia espectral para tales valores. Como se puede apreciar, el pico máximo afectaría el segundo modo (frecuencias naturales cuarta y quinta).

Para estudiar el efecto de los resonadores se proponen, en principio 3 casos. En todos ellos, la masa total de los resonadores (en todo el edificio) corresponde a la mitad de la masa de la

estructura variando, en cada caso, la distribución de la misma a lo largo de la estructura. Los resonadores se dividen en 2 grupos y se colocan en cada piso, uno de cada grupo en cada una de las ubicaciones *I* a *IV* (Figura 2). En el Caso 1 se consideran 8 resonadores por piso, distribuidos de manera uniforme a lo largo de la altura, 4 con razón de masa $\alpha_1 = 0.1$ y 4 con $\alpha_2 = 0.025$. En el Caso 2, se colocan 4 resonadores, uno en cada ubicación *I* a *IV*, asignando al grupo 1 el 80% de la masa total de los resonadores distribuidos en los 10 m superiores de la altura ($\alpha_1 = 0.75$) y el resto con $\alpha_2 = 0.029$ distribuidos en los primeros 65m desde el suelo. En el Caso 3, esta proporción se invierte y entonces, $\alpha_1 = 0.1875$ y $\alpha_2 = 0.1154$. La búsqueda de la mejor configuración, para todos los casos, se realiza variando las frecuencias locales de los resonadores $0.8\omega_2 \leq \omega_{j1} \leq 1.2\omega_2$ y $0.8\omega_5 \leq \omega_{j2} \leq 1.2\omega_5$ para los grupos 1 y 2 respectivamente y el amortiguamiento $0.01 \leq \zeta_j \leq 0.09$ para ambos grupos.

Con el modelo simplificado desarrollado se obtienen tanto la respuesta dinámica de la estructura original como la de la estructura localmente resonante y a fin de evaluar la efectividad de los resonadores se utilizan el indicador I_1 (expresiones 14 y 15) y, considerando que el sismo afecta al segundo modo de vibración, otro indicador I_2 que responde a las mismas expresiones pero evaluadas a 46 m de altura. En la Tabla 2 se detallan los valores óptimos encontrados de frecuencias y amortiguamientos para los 3 casos propuestos. El cuarto caso no corresponde a una optimización, simplemente se modificó el Caso 3 disminuyendo el amortiguamiento de cada resonador para comparar el efecto del mismo.

	ω_{j1}	ω_{j2}	η_{j1}	η_{j2}
Caso 1	$0.9 \omega_2$	$0.95 \omega_5$	0.09	0.09
Caso 2	$0.9 \omega_2$	$1.0 \omega_5$	0.09	0.09
Caso 3	$0.9 \omega_2$	$0.8 \omega_5$	0.09	0.09
Caso 4	$0.9 \omega_2$	$0.8 \omega_5$	0.05	0.05

Tabla 2: Valores óptimos de frecuencias y amortiguamientos locales para los grupos 1 y 2 de resonadores

A modo de ejemplo, en la Figura 4b) se muestran los valores de los indicadores I_1 para el Caso 1 e I_2 para el Caso 2 en función del valor que multiplica a las frecuencias locales, ω_2 para el caso 1 y ω_5 para el caso 2, donde se puede observar los valores óptimos. Cabe aclarar que con ambos indicadores los valores óptimos son los mismos.

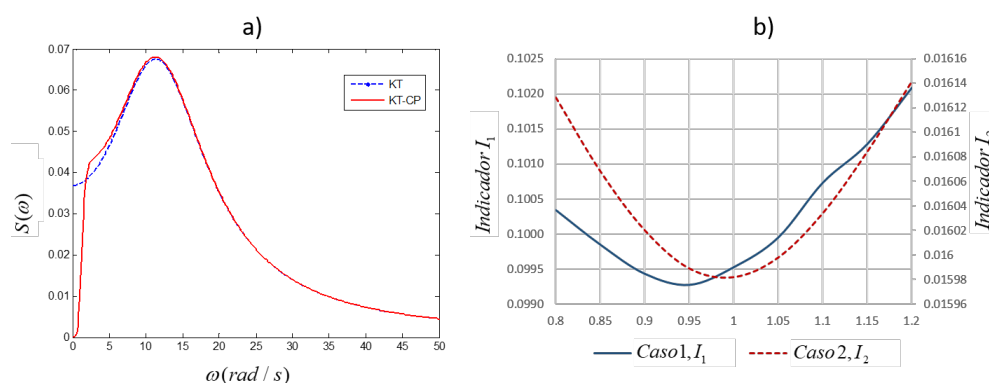


Figura 4: a) Densidad espectral de potencia según la fórmula de Kanai-Tajimi y con la corrección de Clough y Penzien, b) curvas de los indicadores utilizados en la optimización

En las Figuras 5a) y 5b) se grafican los valores del integrando de $I_1(\omega)$, $\left(|V(L, \omega)|^2 + |W(L, \omega)|^2\right) S(\omega)$ (14) para las configuraciones óptimas obtenidas en los casos estudiados. Debido a la diferencia de escala, para una mejor visualización, se muestran las primeras frecuencias en la Figura 5a) y las más altas en la Figura 5b). El Caso 1 se presenta como la mejor configuración ya que atenúa correctamente las frecuencias 1, 2, 4 y 5 con la ventaja de que la masa está distribuida de manera uniforme en la altura.

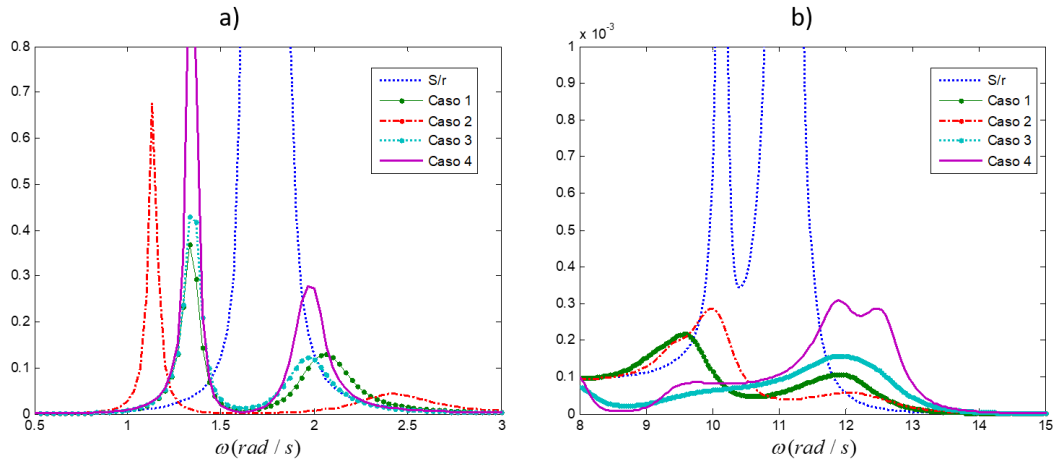


Figura 5: $S(\omega)\left(|V(L, \omega)|^2 + |W(L, \omega)|^2\right)$ para a) $0.5 \leq \omega \leq 3$ y b) $8 \leq \omega \leq 15$

Finalmente, en la Figura 6 se muestra una medida de desplazamientos $S(\omega)\left(|W(L, \omega)|^2\right)$ (en escala logarítmica) en el extremo superior del edificio (y en el centro de gravedad) en la dirección del eje z para todos los casos en el rango completo de las frecuencias consideradas. Como se puede apreciar todas las configuraciones logran eliminar la respuesta resonante.

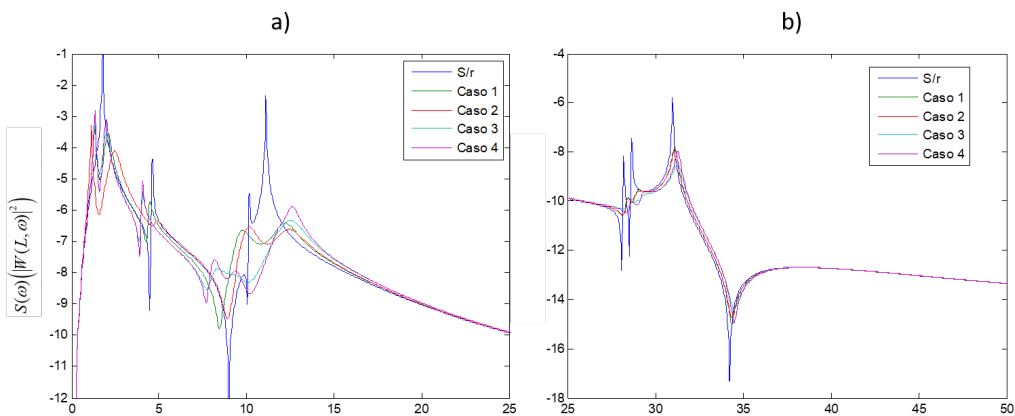


Figura 6: $S(\omega)\left(|W(L, \omega)|^2\right)$, a) $0 \leq \omega \leq 25$ y b) $25 \leq \omega \leq 50$

5 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado una metodología para diseñar las características de una distribución continua de resonadores a fin de atenuar las vibraciones laterales en edificios altos asimétricos

sometidos a acciones sísmicas. Tal enfoque se basa en un modelo reducido de la estructura para determinar la función de respuesta compleja y, a partir de la misma, obtener indicadores de diseño aleatorios tales como el valor medio cuadrático en los puntos de mayor amplitud de vibración esperada. Los valores adecuados para los parámetros del sistema de resonadores son aquellos que minimizan tal indicador. La metodología de diseño es muy eficiente desde el punto de vista computacional.

REFERENCIAS

- Casalotti, A., Arena, A. y Lacarbonara, W. Mitigation of post-flutter oscillations in suspension bridges by hysteretic tuned mass dampers. *Engineering Structures* 69, 62-71, 2014.
- Casalotti, A., El-Borgi, S. y Lacarbonara, W. Metamaterial beam with embedded nonlinear vibration absorbers. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 98, 32-42, 2018.
- Chen, B., Sun, G. y Li, H., Power spectral models of stationary earthquake-induced ground motion process considering site characteristics, *Emergency Management Science and Technology*, 2022.
- Cortínez, V. H. y Dominguez, P. N. Una teoría general para la estimación de bandgaps en la vibración flexo-torsional de vigas Vlasov. *Mecánica Computacional XXXIX*, 531-540, 2022.
- Dominguez, P. N., Cortínez, V. H. y Stoklas, C.I., Atenuación de vibraciones flexo-torsionales en edificios altos mediante una distribución periódica de resonadores, *Mecánica Computacional XXXIX*, 29-38, 2022.
- Dominguez, P. N., Cortínez, V. H. y Piovan, M. T., Attenuation bands for flexural–torsional vibrations of locally resonant Vlasov beams, *Thin-Walled Structures* 181, 110115, 2022.
- Fonseca Dal Poggetto, V., Serpa, A. y Arruda, J.R.F. Optimization of local resonators for the reduction of lateral vibrations of a skyscraper. *Journal of Sound and Vibration* 446, 57-72. 2019.
- Lin C. C., Ueng, J. M. y Huang, T. C. Seismic response reduction of irregular buildings using passive tuned mass dampers. *Engineering Structures* 22, 513-524, 1999.
- Machado, M.R. y Dutkiewicz, M., Enhancing vibration attenuation in offshore wind turbine with multiphysics mechanical metamaterials, *Energy Reports* 13, 1780-1801, 2025.
- Mahmoud, H. y Chulahwat, A., Response of building systems with suspended floor slabs under dynamic excitations, *Engineering Structures* 104, 155-173, 2015.
- Meftah, S. A., Tounsi, A. y El Abbas, A. B. A simplified approach for seismic calculation of a tall building braced by shear walls and thin-walled open section structures. *Engineering Structures* 29, 2576-2585, 2007.
- Vellar, L. S., Pastor Ontivero-Pérez, S., Fleck Fadel Miguel, L. y Fleck Fadel Miguel, L. Robust optimum design of multiple tuned mass dampers for vibration control in buildings subjected to seismic excitation. *Shock and Vibration (Hindawi)*, ID 9273714, 2019.
- Xiang, P. y Nishitani, A., Seismic vibration control of building structures with multiple tuned mass damper floors integrated, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 43, 909-925, 2014.
- Yan, X., Liu, J., Lin, W., Lan, G. y Mao, H., Dynamic response analysis of mega-sub isolated structures under multiaxial earthquakes, *Applied Sciences* 13, 8692, 2023.
- Zhou, W., Bi, K., Hao, H., Pham, T.M. y Chen, W., Development of locally resonant meta-basement for seismic induced vibration control of high-rise buildings, *Engineering Structures* 275, 115229, 2023.