

IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DINÁMICOS DE UN SISTEMA DE VIGAS PREFABRICADAS MEDIANTE REGISTRO DE VIBRACIONES

IDENTIFICATION OF DYNAMIC PARAMETERS OF A PRECAST BEAM SYSTEM BY VIBRATION RECORDING

Germán Lucero^a, Juan P. Ascheri^a, Oscar Möller^a

^a*Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Facultad Cs.Ex., Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina, gerlucerotuc@gmail.com*

Palabras clave: Dinámica estructural, Identificación de sistemas, Modelo físico, Parámetros dinámicos.

Resumen: En ensayos de identificación de parámetros dinámicos de estructuras es necesario generalmente determinar frecuencias naturales y formas modales detalladas utilizando un número limitado de sensores. Una estrategia consiste en realizar múltiples configuraciones de medición, donde cada uno cubre una parte de la estructura. Las formas modales identificadas en cada configuración se ensamblan posteriormente para obtener los modos de vibración de toda la estructura. En este trabajo se estudia una viga prefabricada de hormigón de 16 m de luz excitada con impactos controlados registrando la aceleración a lo largo del tiempo durante la etapa de vibración libre. Las mediciones se realizan con 3 acelerómetros. Se identifican las propiedades dinámicas con métodos en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Posteriormente se ensamblan las componentes de cada configuración de medición obteniendo las formas modales de toda la estructura. Se pone en discusión en este trabajo las formas modales identificadas y combinaciones aleatorias entre distintos impactos contrastándolo con el índice MAC.

Keywords: Structural dynamics, System identification, Physical model, Dynamic parameters.

Abstract: In tests to identify the dynamic parameters of structures, it is generally necessary to determine natural frequencies and detailed mode shapes using a limited number of sensors. One strategy is to implement multiple measurement configurations, each covering a portion of the structure. The mode shapes identified in each configuration are subsequently assembled to obtain the vibration modes of the entire structure. In this work, a 16-m-span precast concrete beam excited by controlled impacts is studied, recording the acceleration over time during the free vibration phase. Measurements are made with three accelerometers. Dynamic properties are identified using time- and frequency-domain methods. The components of each measurement configuration are subsequently assembled, obtaining the mode shapes of the entire structure. This work discusses the identified mode shapes and random combinations between different impacts, comparing them with the MAC index.

1. INTRODUCCIÓN

La estimación de las propiedades dinámicas suele estar condicionada por la cantidad limitada de sensores, por lo que se requieren estrategias para su correcta determinación. Una estrategia común consiste en definir una cantidad suficiente de conjuntos de medición, denominados *setups*, cada uno cubriendo una parte de la estructura mientras se comparte algunos grados de libertad en común (Au, S. et Zhang, L. 2012). De esta manera, variando la posición de los sensores, es posible cubrir los puntos de interés de la estructura.

En este contexto, pueden distinguirse dos aspectos, por un lado, la identificación de frecuencias naturales y relaciones de amortiguamiento, y por otro, la estimación de las formas modales. Los primeros, frecuencias y amortiguamiento, pueden determinarse a partir de cada medición. En cambio, la obtención de las formas modales requiere primero calcular las formas parciales pertenecientes a cada grupo de medición, cada una con una escala propia. Esto impide su combinación directa, dando lugar a técnicas de ensamblaje para reconstruir la forma modal global.

Existen varias técnicas de ensamblaje en la literatura para la estimación del vector modal, ensamblaje de formas modales post-identificación (Au et al., 2012, Cara et al., 2014, Yan et al., 2015), técnicas de unión pre-identificación (Mevel, L. et al., 2002; Döhler, M. et al., 2010). Hizal, C (2021) propone un método en donde se escalan los registros de cada setup a fin de obtener un único conjunto de medición global. Peeters (2000) utiliza un enfoque de mínimos cuadrados para escalar cada conjunto de medición. El resultado del ensamblaje es la forma modal completa de toda la estructura.

En este trabajo se registra la respuesta en el tiempo de la aceleración en varios puntos de una viga, ver Figura 1, con tres acelerómetros de bajo costo a partir de una excitación dinámica. Con las mediciones se identifican frecuencias naturales, las relaciones de amortiguamiento y los modos de vibración. Se utilizan métodos en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Se analiza el proceso de ensamblaje entre los *setups* contrastándolo con el criterio del índice MAC (Modal Assurance Criterion).

2. ENSAYO EXPERIMENTAL

El ensayo consiste en evaluar las propiedades dinámicas de una viga de 16 m de luz con una sección transversal relevada según Figura 2. La excitación dinámica es generada mediante un golpe debido a la caída libre de un caño metálico de 4 kg desde una altura 0.5 m. Se definen 44 puntos ubicados en 4 ejes de medición (azul continuo, azul trazo, hacia el este, rojo trazo y rojo continuo, hacia el oeste) como se observa en la Figura 3, en los cuales se registran las respuestas aceleración-tiempo con tres acelerómetros. Además, se fijan 4 puntos de referencia, los nodos 10, 21, 22 y 35 para el posterior ensamblado de los resultados y obtener formas modales de toda la estructura. Debido a la cantidad de sensores se establecen 23 configuraciones de medición, según Tabla 1.

En cada configuración se realizan 10 impactos. El procesamiento de las señales comienza 0.1 segundos después del impacto, momento en que se considera el inicio de la vibración libre. Los acelerómetros se ubican en los diferentes puntos de la viga para medir la respuesta en las tres direcciones principales, X, Y, Z. Cada vez que se modifica la ubicación de los sensores, se conserva al menos uno en un punto de referencia. Entonces, para el setup 1, se mide en los nodos 10 (punto de referencia), 1 y 2, y se realizan 10 impactos. Luego se continua con el setup 2, y se registran en los nodos 10, 4 y 3, y se hacen 10 impactos. Este procedimiento se repite hasta cubrir las 23 configuraciones de medición. Cada golpe está separado suficientemente para evitar la superposición de vibraciones y garantizar una correcta identificación modal.

La sincronización del instrumental que se utiliza puede leerse en Lucero et al. (2024).

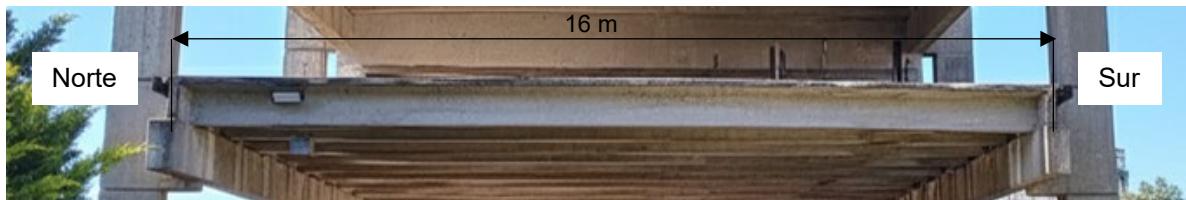


Figura 1: Vista lateral de viga

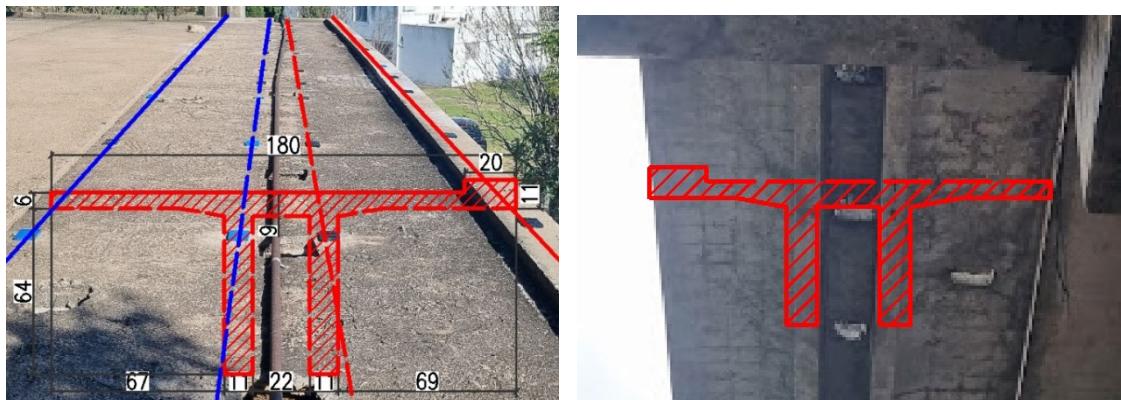


Figura 2: Vista superior e inferior de viga – Ejes de medición

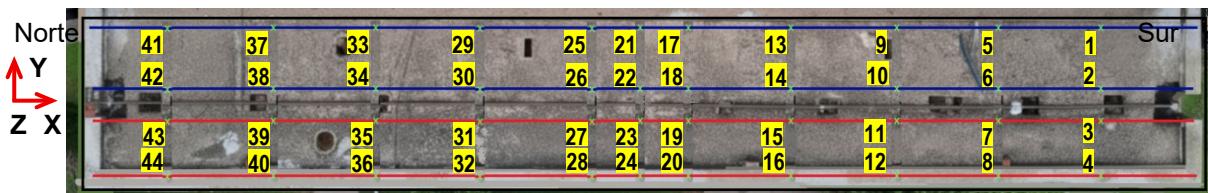


Figura 3: Vista en planta – Nodos – Ejes de medición

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
1	10	1	2
2	10	4	3
3	10	5	6
4	10	8	7
5	10	9	7
6	10	12	11
7	10	13	14
8	10	16	15

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
9	10	17	18
10	10	20	19
11	10	21	22
12	35	21	22
13	35	24	23
14	35	25	26
15	35	28	27
16	35	29	30

Setup	Acel 1	Acel 2	Acel 3
17	35	32	31
18	35	33	34
19	35	36	34
20	35	37	38
21	35	40	39
22	35	41	42
23	35	44	43

Tabla 1: Configuraciones de medición – Setups

3. CONJUNTOS DE DATOS

Para sistematizar el análisis de las aceleraciones se construyen conjuntos de datos, lo que permite organizar la información medida y garantizar la comparación, siguiendo dos criterios.

El primer criterio consiste en formar 10 conjuntos R_i a partir del i -ésimo impacto registrado en cada uno de los N setups. Es decir, R_i , contiene las aceleraciones que surgen del impacto número i de la configuración de medición j correspondiente. Formalmente:

$$R_i = \{p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,j}, \dots, p_{i,N}\} \quad i = 1 \text{ a } 10, j = 1 \text{ a } N = 23 \quad (1)$$

donde $p_{i,j}$ contiene los tres vectores con los registros de aceleración de los nodos correspondientes al setup j generados por impacto i .

En la Figura 4, se muestra la grabación típica de las aceleraciones registradas en los tres nodos pertenecientes a un setup j generadas por las 10 excitaciones dinámicas. Se resalta y amplía en este caso los registros de los tres nodos del impacto número 5, $p_{5,j}$. Con estos conjuntos se determinan las frecuencias, relaciones de amortiguamiento y formas modales.

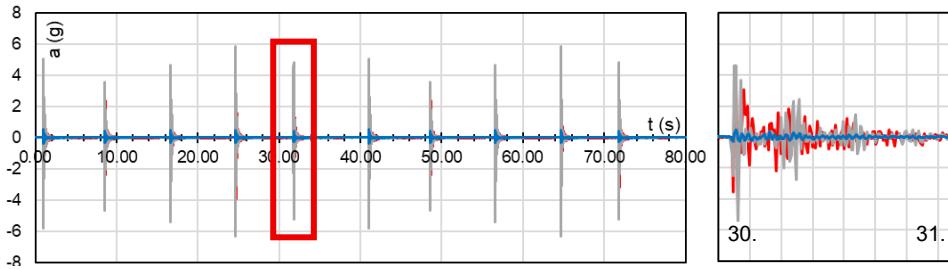


Figura 4: Grabación típica en la configuración j y ampliación de un impacto en 3 nodos en dirección Z.

El segundo criterio consiste en generar combinaciones aleatorias de los impactos. En este caso, se construyen $K = 50$ conjuntos, en los que a cada uno de las 23 configuraciones, se le asigna un número del golpe aleatorio de 1 a 10. De este modo, cada conjunto R_k resulta:

$$R_k = \{p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,j}, \dots, p_{k,N}\} \quad k = 1 \text{ a } 50, j = 1 \text{ a } N = 23 \quad (2)$$

Donde $p_{k,j}$ representa el número del impacto para la combinación k , setup j , indicada en la matriz de la Tabla 2. Por ejemplo, para la combinación 2, el conjunto $R_2 = \{p_{2,1}, p_{2,2}, \dots, p_{2,23}\}$ resulta $R_2 = \{p_3, p_9, \dots, p_1\}$. Con las 50 combinaciones se determinan formas modales.

Setup j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
Comb 1	4	10	2	4	8	6	2	9	1	1	4	9	7	10	8	9	2	7	9	5	1	5	4	
Comb 2	3	9	1	6	1	2	2	3	8	7	3	9	3	4	2	4	8	9	7	1	4	9	1	
...	
Comb k	$k, 1$	$k, 2$	$k, 3$	k, j	k, N
...
Comb 49	9	7	8	10	8	10	4	7	10	9	9	7	7	7	6	10	10	6	2	9	3	3	4	
Comb 50	2	3	9	1	7	2	2	2	4	8	7	8	7	2	7	1	5	2	10	1	2	6	10	

Tabla 2: Combinaciones aleatorias

4. ANÁLISIS MODAL

4.1. Métodos de identificación

Se utilizan los métodos de identificación en el dominio del tiempo, *Stochastic Subspace Identification* (SSI) (Van Overschee, P. et al., 1996; Peeters, B., 2000; O'Connell, B. et al., 2024, Cho, K. et al., 2023), y en el dominio de la frecuencia, *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD) (Brincker, R. et al., 2001; Mostafaei, H. et al., 2024; Okur, et al., 2025).

Con SSI, se construye el modelo en espacio de estados a partir de las respuestas medidas, y a partir de los autovalores s_i de la matriz de estados continua \mathbf{A}_c se obtienen las frecuencias no amortiguadas y las relaciones de amortiguamiento. Si Ψ es un autovector de la matriz \mathbf{A}_c , las formas modales Φ se calculan proyectando mediante la matriz de salida \mathbf{C}_c .

$$\omega_i = |s_i|, \quad \xi_i = \frac{-\operatorname{Re}(s_i)}{\omega_i}, \quad \Phi = \mathbf{C}_c \Psi \quad (3)$$

Con EFDD, las frecuencias naturales, las relaciones de amortiguamiento y las formas modales se obtienen a partir de la descomposición en valores singulares de la matriz de densidad espectral \mathbf{G}_{yy} . El primer vector singular se asocia a la forma modal dominante, la frecuencia amortiguada a partir del pico de la función del valor singular, y el amortiguamiento se estima mediante la transformada inversa de Fourier de la función del valor singular asociada.

$$\mathbf{G}_{yy}(\omega) = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{U}^H \quad (4)$$

4.2. Ensamblaje para las formas modales

Existen diferentes técnicas de ensamblaje como se menciona en la introducción. Se utilizan las expresiones de Peeters para el ensamblado. Cada setup i posee una forma modal \mathbf{a}_i , la cual se divide en $\mathbf{a}_i = \{\mathbf{a}'_i \quad \mathbf{a}''_i\}^T$ con \mathbf{a}'_i y \mathbf{a}''_i componentes modales de los puntos en común y de los puntos no comunes respectivamente. El factor de escala $\hat{\alpha}_{k,i}$ se obtiene como

$$\hat{\alpha}_{k,i} = \frac{\mathbf{a}'_k^T \mathbf{a}'_i}{\mathbf{a}'_i^T \mathbf{a}'_i} \quad (5)$$

La forma global \mathbf{a} se obtiene concatenando las partes escaladas, con N cantidad de setups y k es el setup de referencia.

$$\mathbf{a} = \hat{\alpha}_{k,i} \mathbf{a}_i \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad \text{para } i = k \rightarrow \hat{\alpha}_{k,k} = 1 \quad (6)$$

4.3. Modal Assurance Criterion (MAC)

Se utiliza el Criterio de Aseguramiento Modal (MAC) para determinar si los modos están correlacionados, entre el experimental y el numérico. Su valor es acotado entre 0 y 1, siendo 1 indicativo de formas consistentes y 0 indica que los modos no son consistentes. Se calcula con la expresión (7).

$$MAC(A, X) = \frac{|\mathbf{a}_X^T \mathbf{a}_A|^2}{(\mathbf{a}_X^T \mathbf{a}_X)(\mathbf{a}_A^T \mathbf{a}_A)} \quad (7)$$

Donde $\mathbf{a}_X, \mathbf{a}_A$ son los modos experimentales y analíticos respectivamente. Generalmente se acepta que un índice MAC mayor a 0.9 refleja que los modos comparados están bien correlacionados.

Se elabora un modelo de elementos finitos, según Figura 5 con las secciones relevadas para ser utilizado en la determinación del índice MAC. Los ejes del modelo son: X, en dirección longitudinal a la viga, Y en dirección transversal y Z en dirección vertical. El modelo está elaborado con elementos de placa.

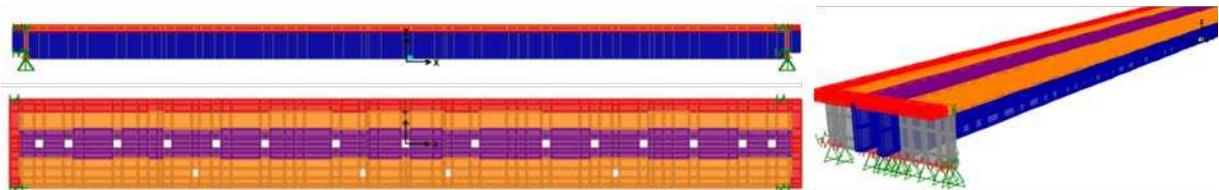


Figura 5: Modelo de elementos finitos

5. FRECUENCIAS NATURALES Y RELACIONES DE AMORTIGUAMIENTO

Se determinan las frecuencias naturales y relaciones de amortiguamiento con los conjuntos de datos R_i . Por cada configuración de medición se obtiene un conjunto de frecuencias naturales

y sus relaciones de amortiguamiento, por lo que, considerando los 23 setups, los 10 impactos y los 3 ejes, X, Y, Z, se identifican 690 valores identificados por cada modo de vibración.

En Figura 6 se muestra un diagrama de estabilización y el promedio de los 3 primeros valores singulares del conjunto de datos R_2 . Las líneas de trazo vertical indican las frecuencias promedio obtenidas a partir de los diez impactos registrados. Con SSI, se observan frecuencias que se estabilizan de manera consistente para la mayoría de los modos, sin embargo, en los modos 7 y 8 no se observa una estabilización clara. Con EFDD, los resultados son similares, una buena identificación de los picos a excepción de los modos 7 y 8.

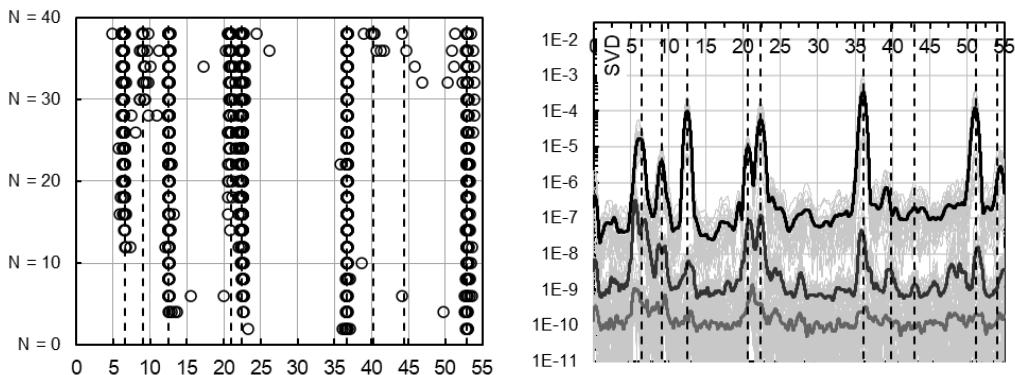


Figura 6: Diagrama de Estabilización y Valores singulares de un conjunto de datos R_1 .

En Tabla 3 se indican los promedios de las 690 frecuencias y relaciones de amortiguamiento. Se observa que las frecuencias con SSI son ligeramente superiores a las obtenidas con EFDD. Las diferencias son mayores cuando se comparan las relaciones de amortiguamiento. Con SSI el amortiguamiento tiende a ser cercano al 1.5% para todos los modos, mientras que con EFDD tiende a ser 0.5% a partir del modo 3.

Modo	SSI		EFDD	
	Prom		Prom	
	f (Hz)	ξ (%)	f (Hz)	ξ (%)
1	6.562	2.41	6.463	2.00
2	9.016	1.80	9.068	1.31
3	12.50	1.75	12.53	0.78
4	21.00	1.68	20.68	0.70
5	22.44	1.18	22.40	0.84
6	36.66	1.49	36.08	0.31
7	40.23	1.66	40.36	0.72
8	44.45	1.53	42.94	0.48
9	52.86	1.59	51.11	0.25
10	56.72	1.63	54.00	0.46

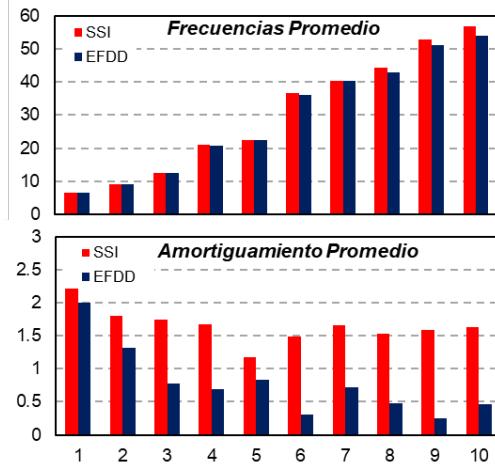


Tabla 3: Frecuencias naturales no amortiguadas en Hz y relaciones de amortiguamiento en %.

6. FORMAS MODALES

6.1. Conjunto de datos secuenciales R_i

Con los 10 conjuntos R_i se obtienen 10 formas modales con la técnica de EFDD. En Figura 7 se muestran el promedio de algunos modos de vibración.

La figura de la izquierda es una vista en planta, mientras que la derecha es una vista en vertical. Las componentes que se utilizan son las del eje Z (vertical) y eje Y (transversal). No se utilizan las componentes en X, longitudinal a la viga, ya que no brindan información significativa.

El código de colores es: Rojo continuo y de trazo, sobre el borde y el nervio de viga hacia el oeste. Azul de trazo y continuo, sobre el nervio y borde de la viga hacia el este, ver Figura 2.

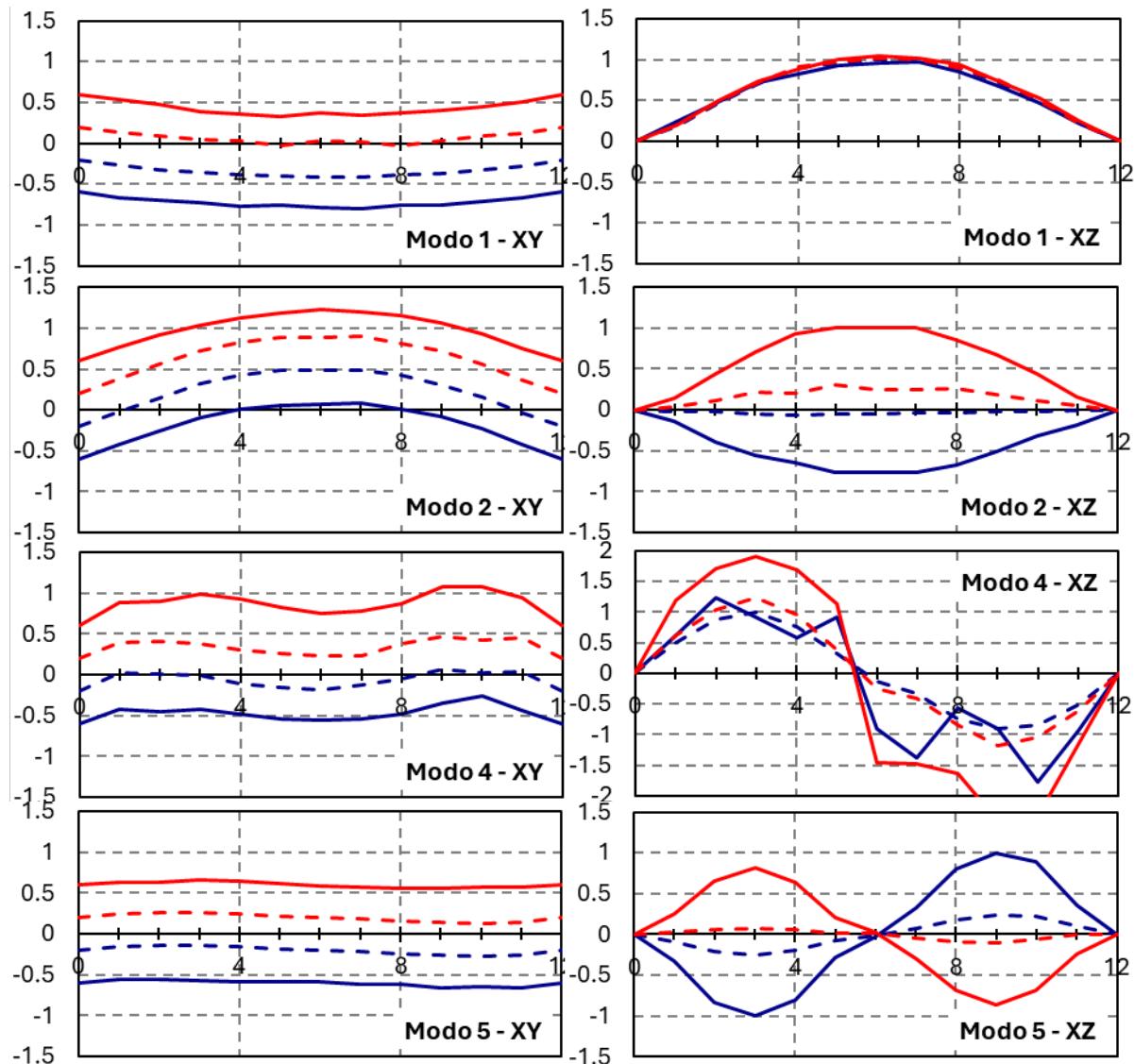


Figura 7: Promedio de las componentes de los Modos 1, 2, 5, 6.

Estas formas promedio son comparadas con tres índices MAC por modo de vibración.

- MAC global (88 componentes): combina 44 componentes en dirección Z y 44 en Y, usando el promedio de las componentes de los 10 impactos en cada punto.
- MAC en Z (44 componentes): con el promedio de los 10 impactos en dirección Z.
- MAC en Y (44 componentes): con el promedio de los 10 impactos en dirección Y.

El código de colores es: Verde: MAC > 0.9, Gris: 0.6 < MAC < 0.9 y Rojo: MAC < 0.6.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Promedio	0.977	0.984	0.986	0.787	0.975	0.824	0.086	0.697	0.905	0.597
Prom Z	0.992	0.983	0.994	0.818	0.994	0.927	0.405	0.773	0.934	0.631
Prom Y	0.965	0.995	0.991	0.014	0.855	0.237	0.505	0.509	0.080	0.277

Tabla 4: MAC entre el modelo numérico y el promedio de las componentes modales de 10 impactos

Al analizar las 88 componentes y las 44 correspondientes a la dirección Z, los modos 1, 2, 3, 5 y 9 presentan una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales, con

valores generalmente superiores a 0.95. El modo 4 presenta una buena forma sobre el nervio (líneas de trazo) pero en el borde de la viga (líneas continuas) la resolución es deficiente, probablemente debido a la variación de rigidez local. Al calcular el índice MAC considerando solamente los nodos sobre el nervio (22 componentes) se alcanza un valor de 0.977.

En la dirección transversal (Y) los modos 1, 2, 3 y 5 también muestran una buena correlación, mientras que los restantes tienen componentes de baja magnitud, lo que genera relaciones poco representativas entre los valores. Por ello, al considerar las 88 componentes en conjunto, el índice MAC tienda a disminuir.

Los modos 7 y 8 presentan valores relativamente bajos en el MAC. Esto se debe a que son modos cercanos en frecuencia lo que dificulta su identificación experimental.

6.2. Conjunto de datos aleatorios R_k

Con las combinaciones realizadas se obtienen 50 formas modales. Se representan algunos modos en Figura 8. El código de colores es el mismo que usado que en el anterior análisis.

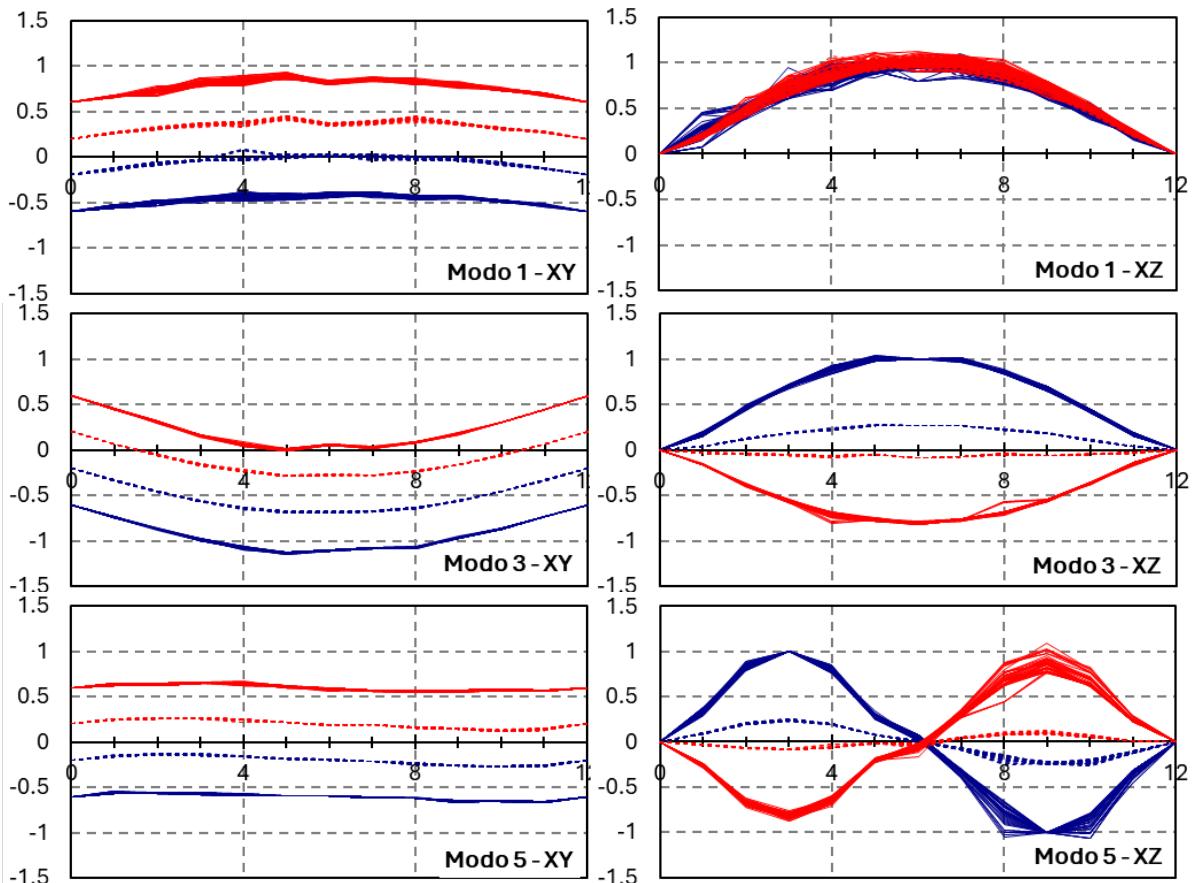


Figura 8: Formas modales de 50 combinaciones de modo 1, 3 y 5.

Cualitativamente se observan una buena concordancia entre todos los casos. Este resultado sugiere que, en caso de que alguna medición presente fallas o inconvenientes, puede ser reemplazada por otra correspondiente a la misma configuración sin afectar la identificación modal.

De manera similar, el coeficiente MAC muestra resultados semejantes tanto entre los diez impactos sucesivos como en las 50 combinaciones generadas aleatoriamente.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Promedio	0.969	0.986	0.983	0.762	0.973	0.714	0.082	0.624	0.936	0.652
Prom Z	0.992	0.977	0.992	0.790	0.994	0.887	0.295	0.707	0.965	0.691
Prom Y	0.965	0.994	0.990	0.017	0.852	0.229	0.494	0.417	0.173	0.268

Tabla 5: MAC entre el modelo numérico y el promedio de las componentes modales de 50 simulaciones

6.3. Comparaciones entre R_i y R_k

En Tabla 6 se presenta el error relativo entre los índices MAC de ambos conjuntos. Se observa que en los modos 1 a 5 las diferencias son mínimas entre ambos análisis. En los modos 7 y 8 las diferencias son mucho más amplias, mientras que en los modos 9 y 10 las diferencias vuelven a ser menores

El código de colores es el siguiente. En verde, la diferencia es menor al 5%. En gris, diferencia entre un 5 y 10%. En rojo, superior a 10%.

Modo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
88 YZ	0.8%	0.1%	0.2%	3.3%	0.3%	15.4%	5.1%	11.7%	3.3%	8.4%
44 Z	0.0%	0.6%	0.2%	3.5%	0.1%	4.6%	37.6%	9.3%	3.1%	8.6%
44 Y	0.0%	0.0%	0.0%	17.0%	0.3%	3.6%	2.3%	22.1%	53.8%	3.3%

Tabla 6: Relación entre los índices MAC

Las variaciones mayores se concentran en los modos de frecuencia cercana (modos 7 y 8). Con el método SSI no se observaron estabilizaciones claras en esas frecuencias, y con EFDD los valores singulares presentaron niveles bajos de energía, siendo posible que fueron modos no correctamente excitados. Por el contrario, los modos más separados entre sí tuvieron una respuesta aceptable.

7. CONCLUSIONES

Este trabajo analiza el proceso de identificación de parámetros dinámicos de una viga prefabricada de 16 m de luz de hormigón. Se definen 23 setups y se mide la respuesta en la etapa de vibración libre a partir de la acción de un impacto de corta duración.

Las frecuencias naturales identificadas por los métodos en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo resultan muy semejantes, aunque con valores levemente superiores en los modos altos con SSI hasta un 3%. Con las relaciones de amortiguamiento las diferencias son mayores.

En cuanto a los modos de vibración, en sus dos análisis, es decir considerando los 10 impactos secuenciales o generando 50 combinaciones aleatorias de los impactos, los resultados son muy similares respecto a la técnica de ensamblaje utilizada. Esto se confirma con el alto valor del índice MAC, en varios casos, superiores a 0.95 y errores relativos muy bajos para algunos modos.

Además, la combinación aleatoria de los impactos permite suponer que, ante una excitación defectuosa o identificación incorrecta, se puede sustituir ese registro por otro perteneciente al conjunto de los impactos del mismo setup.

Hay algunos modos que no dan buenos resultados, pero probablemente sea debido a que son modos cercanos y poseen una superposición de información dinámica. Además, no es posible asegurar que en todos los modos tengan componentes razonablemente grandes en los puntos en común definidos. Como estrategia inmediata para el último comentario, es recomendable usar un mayor número de puntos de referencia al mínimo necesario.

En líneas generales, las técnicas utilizadas son confiables en la caracterización dinámica de estructuras a escala real, incluso con el limitante de la cantidad de sensores reducidos.

Como trabajo futuro, resulta conveniente mejorar la identificación y separación de la información dinámica entre modos cercanos, optimizar el proceso en la elección de puntos en común entre los setups y en la utilización de otras técnicas de ensamblaje.

REFERENCIAS

Au, S.K., Zhang, F.L. Fast Bayesian Ambient Modal Identification Incorporating Multiple Setups. *J. Eng. Mech.* 138 – pp. 800–815, 2012

Brincker, R., Ventura, C. E. & Andersen, P. Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition. *Society for Experimental Mechanics*, Vol. 19 – pp. 698-703, 2001.

Brincker, R., Ventura, C. *Introduction to operational modal analysis*. John Wiley & Sons, Ltd, 2015.

Brincker, R., Zhang, L., & Andersen, P. Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition. *Smart Materials and Structures*. Vol.10 – pp. 441–445, 2000.

Cara, F.J., Juan, J., Alarcón, E. Estimating the modal parameters from multiple measurement setups using a joint state space model. *Mech. Syst. Signal Process.* 43 – pp. 171–191, 2014.

Döhler, M., Andersen, P., Mevel, L. Data Merging for Multi-Setup Operational Modal Analysis with Data-Driven SSI, *28th Int. Modal Anal. Conf. Fr. Eur.* HAL CCSD, Jacksonville, Florida USA, 2010

Hizal, C. (2021). “Frequency domain data merging in operational modal analysis based on least squares approach”. *Measurement*. Vol. 170, 108742.

Lucero, G., Möller, O. & Ascheri, J. Identificación de propiedades dinámicas de un modelo físico reducido en un puente losa mediante registro de vibraciones. *Mecánica Computacional*. Vol 41 Núm 9, 2024.

Mevel, L., Basseville, M., Benveniste, A., Goursat, M. Merging sensor data from multiple measurement set-ups for non-stationary subspace-based modal analysis. *J. Sound Vib.* 249 – pp. 719–741, 2002.

Peeters, B. *System Identification and Damage Detection in Civil Engineering*. Katholieke Universiteit Leuven – Faculteit Toegepaste Wetenschappen, 2000.

Peeters, B., De Roeck, G. Reference-Based Stochastic Subspace Identification For output-Only Modal Analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 13(6) – pp. 855-878, 1999.

Yan, W., Papadimitriou, C., Katafygiotis, L.S., Chronopoulos, D. An analytical perspective on Bayesian uncertainty quantification and propagation in mode shape assembly. *Mech. Syst. Signal Process.* 135, 106376, 2020

Van Overschee, P., De Moor, B. *Subspace identification for linear systems – Theory – Implementation – Applications*. Katholieke Universiteit Leuven, 1996.

O’ Connell, B. & Rogers, T. A robust probabilist approach to stochastic subspace identification. *J. Sound Vib.* 581 – 118381, 2024

Cho, K. & Cho, J.-R. Stochastic Subspace Identification-Based Automated Operational Modal Analysis Considering Modal Uncertainty. *Appl. Sci.* 13, 12274, 2023.

Mostafaei, H. Modal Identification Techniques for Concrete Dams: A Comprehensive Review and Application. *Sci* 6(3), 40, 2024.

Okur, F., Altunisik, A. & Okur, E. Development and Validation of New Methodology for Automated Operational Modal Analysis Using Modal Domain Range. *Structural Control and Health Monitoring*, Article ID 6267884, 2025.