

## **DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN PROPULSOR DE PLASMA PULSANTE ABLATIVO MEDIANTE TÉCNICAS PROBABILÍSTICAS**

### **DETERMINATION OF CHARACTERISTIC PARAMETER OF AN ABLATIVE PULSED PLASMA THRUSTER USING PROBABILISTIC TECHNIQUES**

**Matías A. Agüero<sup>1,a</sup>, Walter B. Castelló<sup>a</sup>, Sergio A. Elaskar<sup>b</sup>, Gianni Pellegrini<sup>c</sup> y Manuel M. Saravia<sup>d</sup>**

<sup>1</sup> matias.aguero.434@mi.unc.edu.ar

<sup>a</sup>Dept. de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sarsfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina. walter.castello@unc.edu.ar  
<http://fcefyne.unc.edu.ar/facultad/secretarias/academica/departamentos/estructuras/>

<sup>b</sup>Dept. de Ing. Aeroespacial, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales e Instituto de Estudios Avanzados, CONICET y Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sarsfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina. selaskar@unc.edu.ar  
<http://fcefyne.unc.edu.ar/facultad/secretarias/academica/departamentos/ingenieria-aeroespacial/>

<sup>c</sup>Freelancer Space Professional, Italy. pellegrini.gianni@gmail.com

<sup>d</sup>Department of Civil and Industrial Engineering, University of Pisa, 56122 Pisa, Italy.  
manuel.saravia@ing.unipi.it <https://www.dici.unipi.it/>

**Palabras clave:** Propulsión eléctrica, plasma, propulsor de plasma pulsante, Ultranest.

**Resumen.** La complejidad de los fenómenos físicos implicados en la generación y aceleración del plasma, dificultan la implementación de modelos predictivos de alta fidelidad. La estadística bayesiana ofrece un marco poderoso para la interpretación de datos, basándose en datos experimentales y en conocimientos previos disponibles. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos con una herramienta numérica basada en la estadística, la cual es aplicada al estudio del plasma que evoluciona en la cámara de aceleración de un propulsor de plasma pulsante ablativo de sección variable.

**Keywords:** Electric propulsion, plasma, pulsed plasma thruster, Ultranest.

**Abstract.** The complexity of the physical phenomena involved in plasma generation and acceleration makes it difficult to implement high-fidelity predictive models. Bayesian statistics offers a powerful framework for data interpretation, based on experimental data and available prior knowledge. This paper presents the results obtained with a numerical tool based on statistics, which is applied to the study of plasma evolving in the acceleration chamber of a variable-section ablative pulsed plasma thruster.

## 1 INTRODUCCIÓN

El plasma es un sistema formado por un gran número de partículas cargadas que interactúan entre sí. Una aproximación microscópica para el estudio de la dinámica del plasma es la teoría cinética, cuyo objetivo principal es explicar y predecir sus propiedades macroscópicas, adoptando, en general, la mecánica clásica para describir los movimientos de las partículas (Bittencourt, 2013). Adquirir conocimiento a partir de datos es una cuestión crítica y particular, debido a las complejidades involucradas al realizar mediciones directas de las propiedades fundamentales. Por lo tanto, estas mediciones suelen ser indirectas y dependen en gran medida del desarrollo teórico. La estadística bayesiana ofrece un marco poderoso para la interpretación de datos, requiere de la creación de un modelo de datos que tenga en cuenta las incógnitas y facilita la cuantificación natural de la incertidumbre, se busca realizar la mejor inferencia, basándose en datos experimentales y en los conocimientos previos disponibles (Sivia, 2006).

Un Propulsor de Plasma Pulsante Ablativo (APPT por sus siglas en inglés) pertenece al grupo de propulsión eléctrica, sus componentes principales se muestran en la Figura 1. La unidad auxiliar de potencia (UAP) permite cargar el banco de capacitores, mediante accionamiento externo, se realiza la descarga del mismo, la cual es orientada por la bujía que se encuentra ubicada en el catodo y próxima al Teflón, la descarga posee suficiente energía para ablacionar e ionizar el propelente, formando la lámina de plasma y estableciendo un circuito cerrado. La lámina de plasma es acelerada hacia la salida como consecuencia de la interacción entre el campo eléctrico y el campo magnético generado por la circulación de corriente y, en menor medida, por fuerzas gas-dinámicas.

El objetivo del trabajo es mostrar los resultados obtenidos al implementar una herramienta estadística a los datos de una campaña experimental de un APPT y a los datos obtenidos con la implementación de un modelo numérico que representa a este tipo de propulsor.

## 2 CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Durante la campaña experimental se utilizó un APPT con cámara de aceleración de ancho y altura variable, a medida que nos acercamos al extremo libre de los electrodos, la altura de la cámara aumenta y el ancho disminuye, con esta geometría se logra un incremento en las performances del APPT (Agüero, et al., 2025). La Figura 2 muestra dos fotos del APPT utilizado durante la campaña, en ambas el propulsor se encuentra montado dentro de la cámara de vacío, una es tomada antes del disparo y la otra es tomada durante el disparo. El objetivo principal de la campaña experimental fue caracterizar la performance del propulsor y medir el tiempo de vuelo mediante sondas de Langmuir. La campaña se puede dividir en tres etapas: Test1 a 1830 [V], Test2 a 2300 [V] y Test3 a 1830 [V] (Mancini, 2017). Para la confección del presente trabajo se utilizaron los datos correspondientes al Test1 y al Test3.

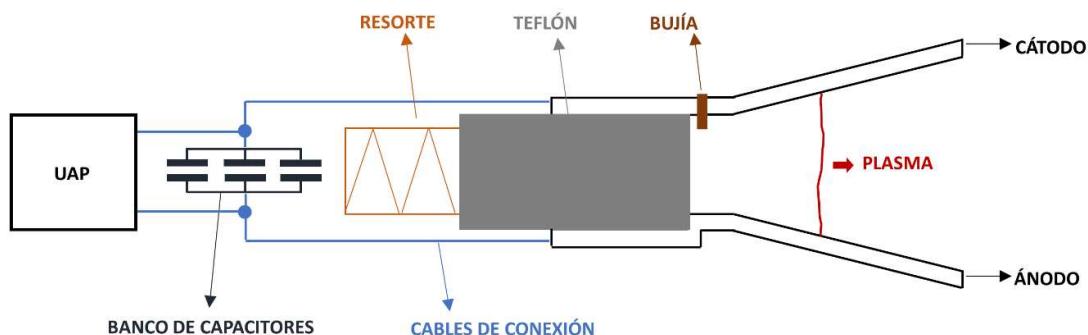


Figura 1: Esquema de un propulsor de plasma pulsante ablativo y sus partes principales.



Figura 2: APPT experimental montado dentro de la cámara de vacío. A la izquierda se muestra el propulsor instantes previos al disparo, a la derecha la foto es tomada durante el disparo del propulsor.

La cámara de vacío es de cilíndrica, de radio 0.5 [m] y longitud de 1[m], posee dos bombas, las cuales permiten obtener niveles de ultra alto vacío (UHV), del orden de  $10E(-7)$  [mbar]. El banco de capacitores posee una capacitancia total de 15 [ $\mu F$ ] y se cargó utilizando una fuente de alimentación de alta tensión capaz de proporcionar una corriente máxima de 30 [mA] y 15 [kV]. Se utilizó un tablero de seguridad para proteger todos los dispositivos utilizados durante la carga del banco de capacitores, para proteger al personal y para desacoplar todos los dispositivos electrónicos durante el disparo del propulsor (Pellegrini, 2012).

Para la medición del voltaje aplicado entre los electrodos durante la descarga se utilizó una sonda de alto voltaje *P5100A High-Voltage Probe*, la cual posee baja impedancia y se encuentra diseñada para aplicaciones de alta frecuencia. Para poder medir la corriente de alta intensidad y de alta frecuencia, fue utilizada una *Bobina de Rogowski*. Este tipo de sonda utiliza la ley de Ampere para relacionar la corriente con el campo magnético, intercepta la variación de intensidad de corriente que fluye por dentro de su campo, luego traduce esta corriente en un voltaje proporcional a la derivada de la corriente. El integrador más fácil que se puede realizar es el integrador pasivo, que en su configuración más simple está constituido por una resistencia y un condensador. La bobina utilizada tiene 47 vueltas, un diámetro interno de 18.4 [mm], el diámetro del cable es de 0.7 [mm], se enrolla en caucho de silicona con 3.2 [mm] de diámetro.

Con el objetivo de caracterizar el plasma producido durante el funcionamiento del propulsor, se utilizaron sondas de Langmuir. La configuración utilizada es la Triple sonda de Langmuir en modo corriente, en esta configuración son necesarios dos voltajes (potenciales eléctricos). Para el diseño de las sondas de Langmuir y su análisis de postproceso, se debe considerar, en primer lugar, que la lámina de plasma debe estar adherida completamente al electrodo, de tal manera que el área expuesta del electrodo es igual al área de la lámina de plasma. En segundo lugar, se supone que la lámina de plasma no posee colisiones. La tercera suposición es que la lámina es no magnetizable. Por último, la separación entre electrodos debe ser la suficiente para que no se interpongan entre sí. Con respecto a la longitud expuesta de los electrodos, la misma debe ser suficientemente grande para asegurar que una corriente medible pueda pasar por los electrodos cuando los mismos se coloquen dentro del plasma. La Figura 3 muestra la sonda de alto voltaje, la bobina de Rogowski y la sonda triple de Langmuir. La Figura 4 muestra los datos experimentales obtenidos con las diferentes sondas (sonda de alto voltaje, bobina Rogowski y sondas de Langmuir). Las mediciones correspondientes a la sonda de alto voltaje y a la bobina de Rogowski, fueron procesadas con el osciloscopio *Tektronix DPO-4104*. Las señales de corriente de las sondas de Langmuir son evaluadas por la sonda de corriente *Tektronix TCP202A* y son recibidas por el osciloscopio *Tektronix TPO-3034*. El sistema de ignición tiene tres componentes: la bujía, el módulo de ignición por descarga y la caja de relé.

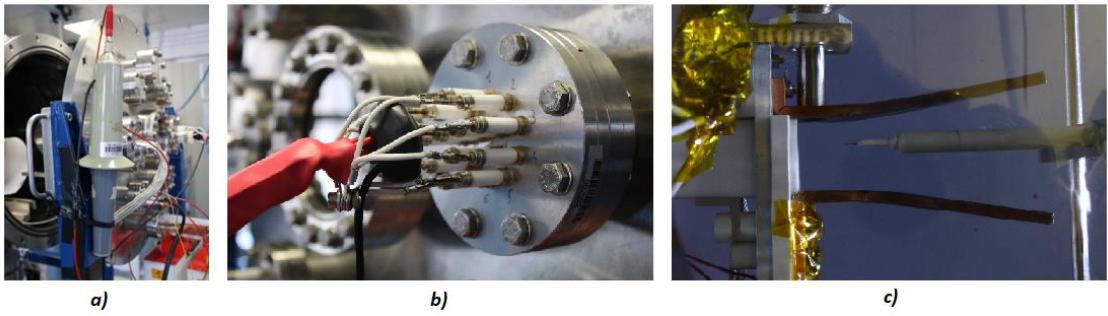


Figura 3: Instrumentos de medición. a) Sonda de alto voltaje, b) Bobina Rogowski y c) Sonda triple de Langmuir.

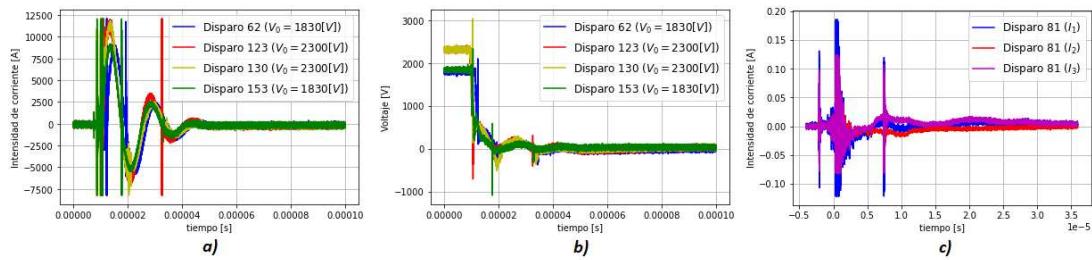


Figura 4: Datos experimentales de diferentes disparos: a) voltaje, b) intensidad de corriente y c) corrientes en sondas de Langmuir.

### 3 ECUACIONES DE GOBIERNO

El propulsor de plasma pulsante es representado por un modelo electromecánico unidimensional de parámetros variables. Para la propagación del plasma se considera un modelo de lámina de masa constante en el tiempo que se desplaza en una cámara de aceleración que se encuentra inicialmente vacía (Laperriere, 2005). Cuando la lámina de plasma se aleja de la superficie de teflón, la temperatura en la zona de la descarga aún es suficiente para ablacionar el material, pero no para ionizarlo (ablación tardía o LTA), esta masa adicional es acelerada por efectos gas-dinámicos (Yang, et al., 2011).

La ecuación de gobierno de la carga eléctrica  $q(t) = q$ , se obtiene a partir del empleo de la ecuación de Kirchoff aplicada a una malla eléctrica, compuesta por una resistencia de valor  $R_{tot}$ , una bobina con inductancia  $L_{tot}$  y un banco de capacitores de capacitancia  $C_0$  (circuito RLC serie de parámetros variables). Con la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, es posible obtener la ecuación diferencial que gobierna la posición de la lámina de plasma  $x(t) = x$ , las fuerzas consideradas son la electromagnética  $F_{EM}$  y la gas-dinámica  $F_{GD}$ . La ecuación de energía se utiliza para obtener la ecuación de gobierno de la temperatura  $T = T(t)$ , se considera la existencia de equilibrio termodinámico, gas perfecto y se desprecian los términos energéticos asociados a los efectos químicos y cinéticos, a las fuerzas másicas, viscosas y de Lorentz, y a la variación de la presión dentro de la lámina. Finalmente, para obtener la ecuación de gobierno de la densidad de electrones  $n_e(t) = n_e$ , se utiliza la ecuación de Saha, considerando un sistema en equilibrio termodinámico y al plasma compuesto por dos especies. Para obtener esta expresión se parte desde el término asociado a las colisiones de la ecuación de continuidad de la masa, asumiendo la existencia de un proceso de ionización-recombinación y que tiene lugar el principio de balance de detalle. El sistema de ecuaciones (1) a (8), es de segundo orden y se puede reescribir usando el concepto de espacio de estado.

$$V_0 = L_{tot} \ddot{q} + R_{tot} \dot{q} + \frac{1}{C_0} q \quad (1)$$

$$\dot{m} \dot{x}_s + m \ddot{x}_s = F_{EM} + F_{GD} \quad (2)$$

$$m \frac{D}{Dt} (c_p T) = q_J - q_{Rad} \quad (3)$$

$$K_C = \frac{2}{h_p^3} (2\pi m_e \kappa T)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_i^{int,C}}{f_n^{int,C}} \right) e^{-\frac{\epsilon_{i,C}}{\kappa T}}, \quad (4)$$

$$K_F = \frac{2}{h_p^3} (2\pi m_e \kappa T)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{f_i^{int,F}}{f_n^{int,F}} \right) e^{-\frac{\epsilon_{i,F}}{\kappa T}}, \quad (5)$$

$$n_e = n_i^C + n_i^F, \quad (6)$$

$$n_0^C = n_i^C + n_C, \quad (7)$$

$$n_0^F = n_i^F + n_F. \quad (8)$$

La inductancia total es la suma de la inductancia externa  $L_{ext}$  y de la inductancia de los electrodos  $L_{pe}$ . La inductancia externa es constante y considera la inductancia del banco de capacitores, de los cables y los conectores (externos al propulsor). La inductancia asociada a los electrodos se obtiene como relación entre el flujo magnético  $B_{ind,y}$  y la intensidad de corriente  $I(t) = \dot{q}$ :

$$L_{pe} = \frac{\iint_{Electrodos} B_{ind,y} dA}{\dot{q}}. \quad (9)$$

En general, la integral no es de fácil solución y depende fundamentalmente de la geometría de la cámara de aceleración ([Schönherr, et al., 2009](#)).

La resistencia eléctrica total, está compuesta por la resistencia externa  $R_{ext}$ , la resistencia de la lámina de plasma  $R_p$  (que depende de la geometría de la cámara de aceleración, de la temperatura y del tiempo de relajación) y por la resistencia debida a los electrodos  $R_{pe}$  (asociada a la geometría de la cámara y a la velocidad de la lámina de plasma). La resistencia externa es constante y considera la resistencia del banco de capacitores, de los cables y los conectores (externos al propulsor). Para la resistencia del plasma se asume plasma completamente ionizado y simplemente cargado, además, se asume que el espesor de la lámina de plasma puede estimarse como una profundidad de difusión magnética:

$$R_p = \frac{h}{w} \left[ \frac{\ln \left( \left( \frac{T_e^3}{n_e} \right)^{\frac{1}{2}} 1.24E(-7) \right)}{T_e^{\frac{3}{2}} 1.53E(-2)} \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\mu_0}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

$h = h_0 + \alpha_h x$  es la altura de la cámara de aceleración,  $w = w_0 + \alpha_w x$  es el ancho de la cámara de aceleración,  $T_e = T_e(t)$  es la temperatura de los electrones,  $\tau$  es el tiempo de relajación (tiempo en el cual las colisiones producen grandes alteraciones en la distribución de velocidad),  $\mu_0$  la permeabilidad magnética en el vacío. El cociente entre corchetes es la inversa de la conductividad de Spitzer  $\sigma_p$  (Spitzer, 1956).

La resistencia asociada a los electrodos, se encuentra dada por la derivada de la inductancia con respecto al tiempo  $R_{pe} = \frac{dL_{tot}}{dt}$ .

La fuerza electromagnética (fuerza de Lorentz), es la fuerza principal del sistema, aparece en el propulsor debido a la existencia de un campo magnético autoinducido y de la circulación de corriente, debido a la simetría de la cámara, la dirección de la fuerza coincide con el eje longitudinal del propulsor y la magnitud de esta fuerza está dada por:

$$F_L = \frac{1}{2} \frac{dL_{tot}}{dx} \dot{q}. \quad (11)$$

La fuerza gas-dinámica es de menor orden que la de Lorentz, se debe, fundamentalmente, a que cuando la lámina de plasma se aleja, la temperatura sólo puede ablacionar al propelente. Se encuentra considerando flujo quasi-estacionario, isoentrópico y que existe condición sónica en la cámara ( $M = 1$ ). Además, planteando las ecuaciones de la magnetohidrodinámica simple, es posible obtener una expresión para la masa ablacionada.

$$F_{GD} = \frac{\mu_0}{4.04U_{crit}} \frac{h}{w} \frac{\gamma \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} + \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}}{\gamma \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \sqrt{\frac{\gamma^2 + \gamma}{2}} R_{gas} T, \quad (12)$$

$U_{crit}$  es la velocidad crítica, obtenida a partir de igualar la energía cinética del plasma y la energía de ionización,  $\gamma$  es la relación de calores específicos y  $R_{gas}$  es la constante molar.

El producto entre el calor específico  $c_p$  y la temperatura es la energía térmica, el calor debido al efecto Joule es el producto entre la resistencia del plasma y el cuadrado de la intensidad de corriente  $q_J = R_p \dot{q}^2$ . Además, el calor desprendido por radiación  $q_{Rad}$ , es el producto entre la emisividad  $\varepsilon$ , el área de la lámina de plasma (producto del espesor y el ancho), la constante de Stefan-Boltzman  $\sigma$  y la cuarta potencia de la temperatura:

$$q_{Rad} = \varepsilon \sqrt{\frac{\tau}{\sigma_p \mu_0}} w \sigma T^4. \quad (13)$$

Las Ecuaciones (4) a (8), pueden reordenarse para obtener una ecuación implícita de la densidad de electrones (Jahn, 1968),  $K_\alpha = \frac{n_i^\alpha n_e}{n_\alpha}$  es la constante de equilibrio para la especie  $\alpha$ , también conocida como la ley de acción de masas,  $n_i^\alpha$  es la densidad de iones de la especie  $\alpha$ ,  $n_e$  es la densidad de electrones y  $n_\alpha$  es la densidad de partículas de la especie  $\alpha$ ,  $n_0^\alpha$  es la densidad inicial de la especie  $\alpha$ ,  $\frac{f_i^{int,\alpha}}{f_n^{int,\alpha}}$  es la relación entre funciones de partición internas del ion y del neutrón de la especie  $\alpha$ ,  $m_e$  es la masa del electrón,  $\kappa$  es la constante de Boltzmann,  $h_p$  es la constante de Planck,  $\epsilon_{i,\alpha}$  es la energía de ionización de la especie  $\alpha$  (con  $\alpha = C$  y  $F$ ).

## 4 ESTADÍSTICA BAYESIANA

El teorema de Bayes puede escribirse de la siguiente manera:

$$p(\theta|D, I) = \frac{p(D|\theta, I)}{p(D|I)} p(\theta|I), \quad (14)$$

$p(\theta|D, I)$  es la probabilidad a posteriori y representa nuestro estado de conocimiento sobre la verdad de las hipótesis, en otras palabras, es la probabilidad de que  $\theta$  sea verdadera dados los datos  $D$ ,  $I$  es la información que disponemos explícitamente (no contenida en  $\theta$  o  $D$ ),  $p(\theta|I)$ , representa el estado de conocimiento (o ignorancia) sobre la verdad de las hipótesis antes de analizar los datos actuales y es conocido como probabilidad a priori. El término del numerador  $p(D|\theta, I)$  es la verosimilitud (likelihood) y está influenciada, principalmente, por los datos experimentales, finalmente,  $p(D|I)$  es la evidencia y no depende explícitamente de las hipótesis (en los casos de inferencia de datos se la considera como una constante de normalización). Si se tiene un conjunto  $\{D_k\}$  de  $N$  datos, gracias al teorema de Bayes es posible considerar todos los datos colectivamente, es decir:

$$p(\theta|\{D_k\}, I) \propto \prod_k p(\{D_k\}|\theta, I) p(\theta|I). \quad (15)$$

En el caso de distribuciones posteriores sin simetría, el valor buscado puede situarse a la derecha o a la izquierda del valor correspondiente al máximo, en este caso el resultado de la inferencia se puede expresar mediante un intervalo de confianza.

En este trabajo se consideran tres parámetros libres, el tiempo de relajación ( $\tau$ ) y la emisividad ( $\varepsilon$ ) y la inductancia externa ( $L_{ext}$ ), por lo tanto, tendremos un vector de parámetros libres  $\vec{\theta} = [\tau, \varepsilon, L_{ext}]^T$ , a los cuales se les asumirá una distribución de probabilidad uniforme  $p(\tau|I)$ ,  $p(\varepsilon|I)$  y  $p(L_{ext}|I)$ . Los valores de los parámetros libres ingresan al modelo numérico del APPT, que se resuelve para obtener el vector de estado y los diferentes parámetros del propulsor. La verosimilitud es representada mediante una distribución Gaussiana multivariada  $p(\vec{D}|\vec{\theta}, I)$ , que se construye a partir de los parámetros del propulsor obtenidos con el modelo numérico (a partir de los valores de los parámetros libres) y de los datos experimentales (o sintéticos). Finalmente, por el teorema de Bayes, es posible obtener la distribución a posteriori  $p(\vec{\theta}|\vec{D}, I)$ . Para el armado de la verosimilitud, se utilizan los datos experimentales del voltaje, de la intensidad de corriente y de temperatura y densidad máximas.

## 5 ECUACIONES DE LANGMUIR

El método de las sondas de Langmuir para analizar las propiedades del plasma, en particular la temperatura y la densidad de electrones, es intrusivo y no remoto. Desde un punto de vista tecnológico, los electrodos deben estar cuidadosamente diseñados para no interferir con el plasma y para no ser destruidos por el mismo. En los APPT el tiempo operativo es corto y se utiliza la técnica de triple sonda de Langmuir, que permite mediciones simultáneas de la densidad de plasma y la temperatura de electrones (Saravia, et al., 2019). En este trabajo, se utiliza el método de triple sonda en modo corriente, se aplica dos potenciales y se miden las dos corrientes que fluyen por los electrodos polarizados,  $I_2$  e  $I_3$ . Con la segunda polarización de los electrodos, la sonda es menos sensible a las interferencias. Las ecuaciones que describen esta configuración de las sondas son:

$$\frac{I_3}{I_2} = \frac{1 - \exp\left(-\frac{e V_{12}}{kT_e}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{e V_{13}}{kT_e}\right)}, \quad (16)$$

$$n_e = \frac{1}{A_p} \frac{I_2 - I_1 \exp\left(-\frac{e V_{12}}{kT_e}\right)}{\exp\left(-\frac{e V_{13}}{kT_e}\right) - 1} \frac{1}{\exp\left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{T_e k}{m_{ion}}\right)^{\frac{1}{2}} e}. \quad (17)$$

La temperatura se obtiene resolviendo la Ecuación implícita (16), en general se utilizan técnicas numéricas para resolver esta expresión. Luego se utiliza la Ecuación (17) para calcular la densidad de electrones, además se considera que  $m_{ion} = \frac{m_C + 2m_F}{3}$  y que  $A_p$  es el área expuesta de la sonda. Las sondas utilizadas tienen longitud expuesta de 7 [mm], radio de 0.125 [mm] y distancia entre electrodos de 1 [mm]. Los electrodos son de tungsteno y se montan sobre una plataforma de alúmina, la conexión entre electrodos es de tungsteno. Los voltajes de polarización aplicados fueron  $V_{13} = 19$  [V] y  $V_{12} = 3$  [V].

## 6 RESULTADOS

Las ecuaciones en espacio de estado se resuelven simultánea y numéricamente, utilizando la función *odeint* de la biblioteca *SciPy* de Python. Fueron utilizados dos voltajes de carga inicial, coincidentes con los valores experimentales (1830 [V] y 2300 [V]), además, los valores utilizados para el tiempo de relajación, la emisividad y la inductancia externa, son constantes para ambos voltajes de carga ( $\tau_0 = 3.5$  [ns],  $\varepsilon_0 = 0.3$  y  $L_{ext,0} = 250$  [ $\mu$ F]). Al utilizar 1830 [V] como voltaje de carga del banco de capacitores, se obtiene  $I_{sp} = 739$  [s] (impulso específico),  $I_{bit} = 164$  [ $\mu$ Ns] (bit de impulso) y  $\eta = 2.6$  [%] (rendimiento). Utilizar 2300 [V], implica un incremento de aproximadamente 30% del voltaje de carga, lo que permite obtener incrementos de 57%, 70% y 78%, en el impulso específico, el bit de impulso y el rendimiento. Estos resultados se encuentran en el orden de los obtenidos por las tesis de referencia (Pellegrini, 2012). El modelo numérico, también permite realizar análisis de sensibilidad de los parámetros característicos con respecto a los parámetros libres (Agüero, et al., 2025).

El análisis estadístico se realiza utilizando como herramienta el paquete UltraNest (Buchner, 2021.). En la Figura 5 se muestran dos gráficos de esquina, cada uno de ellos contiene las distribuciones de probabilidad conjunta y las correspondientes distribuciones de probabilidad marginal, asociadas a los parámetros libres. Las distribuciones presentan buena estructura tanto al usar datos sintéticos, como al usar datos experimentales (Test1 y Test3). Con respecto a las mejores estimaciones, al utilizar datos sintéticos las mismas varían un pequeño valor (están del orden del 4%) con respecto a los parámetros de referencia, no obstante, al utilizar datos experimentales las mejores estimaciones de los parámetros libres si poseen variaciones considerables de sus respectivos valores ( $\tau = 3.85$  [ns],  $\varepsilon = 0.462$  y  $L_{ext} = 348.5$  [ $\mu$ H]). Las distribuciones de probabilidad previa de los parámetros libres son distribuciones uniformes, se obtienen a partir de los siguientes valores extremos (tanto para el análisis con datos sintéticos como experimentales):  $\tau = [2.2 ; 5.1]$  [ns],  $\varepsilon = [0.20 ; 0.85]$  y  $L_{ext} = [150 ; 400]$  [ $\mu$ F].

La Figura 6 presenta las curvas de caída de tensión, intensidad de corriente, impulso específico y rendimiento. Para la caída de tensión y la intensidad de corriente, se muestran los datos experimentales de algunos disparos, las curvas correspondientes a los valores medios, los cuantiles de una variación estándar y los cuantiles al 99%. En el caso del impulso específico y

del rendimiento, se muestran las curvas correspondientes a los valores medios, los cuantiles de una variación estándar y los cuantiles al 99%. La mejor estimación del impulso específico ( $I_{sp} = 701,61 [s]$ ) y la mejor estimación del rendimiento ( $\eta = 2,31 [\%]$ ), son menores que los valores de referencia (5% y 10%, aproximadamente), se debe a que el aumento de la emisividad (en términos de porcentaje) es mayor que el del tiempo de relajación y de la inductancia externa.

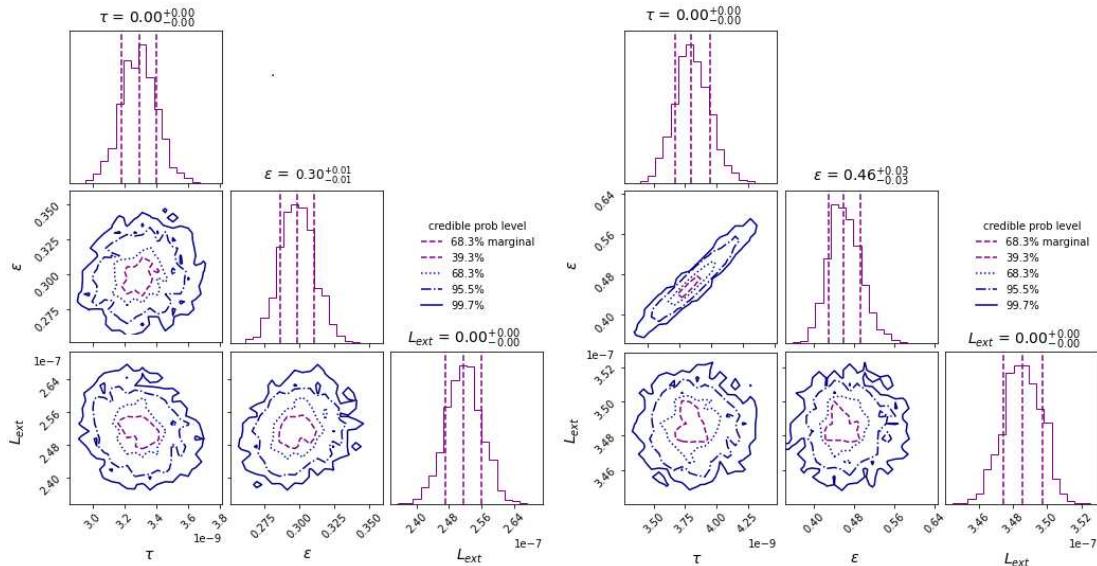


Figura 5: Distribuciones de probabilidad conjunta y de probabilidad marginal de los parámetros libres  $\tau$ ,  $\epsilon$  y  $L_{ext}$ : a) obtenidas con datos sintéticos, b) obtenidas con datos experimentales.

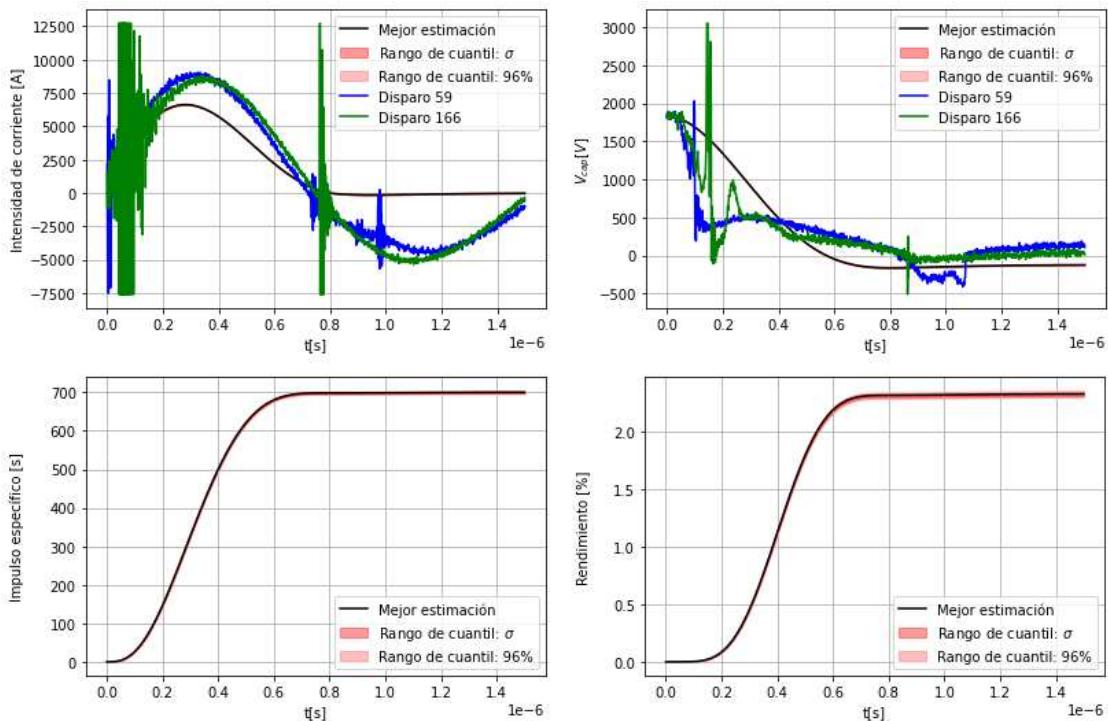


Figura 6: Superposición de curvas: a) intensidad de corriente, b) caída de tensión, c) impulso específico y d) rendimiento.

## 7 CONCLUSIONES

Se ha logrado implementar un modelo numérico para representar a un APPT de electrodos no paralelos, que poseen variación del alto y el ancho del canal. En este trabajo se utilizó una expresión simplificada para la inductancia asociada a los electrodos, por lo que se espera que la expresión completa de la inductancia o una resolución numérica del flujo magnético, ofrezca resultados con mayor precisión. Los valores del impulso específico, del bit de impulso y del rendimiento, encontrados con el modelo numérico se encuentran en el mismo orden, que los obtenidos en las tesis de referencia.

El análisis estadístico, utilizando datos sintéticos, permite validar la selección de los parámetros libres del modelo y muestra distribuciones de probabilidad con buena estructura y con estimadores muy próximos a los valores de referencia. Al utilizar datos experimentales, (disparos correspondientes al Test1 y al Test3), las distribuciones de probabilidad mantienen buena estructura. Los resultados obtenidos pueden ser mejorados, al introducir en el modelo numérico una función que considere la variación de las corrientes de las sondas de Langmuir, a medida que la lámina de plasma se acerca a ellas.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores realizan un agradecimiento formal a las siguientes instituciones: Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, Departamento de Ingeniería Civil e Industrial de la Universidad de Pisa, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y a la Organización Internacional Ítalo Latino Americana.

## REFERENCIAS

- Agüero, M. y otros, 2025. Análisis bayesiano aplicado a la determinación de parámetros físicos en propulsores de plasma pulsante. *XIII Congreso Argentino de Tecnología Espacial*.
- Bittencourt, J. A., 2013. *Fundamentals of plasma physics*. s.l.:Springer Science & Business Media.. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4030-1>
- Buchner, J., 2021.. *UltraNest--a robust, general purpose Bayesian inference engine*, arXiv preprint arXiv:2101.09604,. [En línea]. <https://doi.org/10.21105/joss.03001>
- Jahn, R. G., 1968. *Physics of Electric Propulsion*. New York: McGraw-Hill Book Co..
- Laperriere, D., 2005. *Electromechanical modeling and open-loop control of parallel-plate*. s.l.:Worcester Polytechnic Institute.
- Mancini, E., 2017. *On the analysis of Pulsed Plasma Thruster performance and plume characterization*. Tesi di Laurea. Pisa, Italia: s.n.
- Pellegrini, G., 2012. *Solid Propellant Pulsed Plasma Thrusters*. Pisa: s.n.
- Saravia, M., Giacobbe, A. & Andreussi, T., 2019. Bayesian analysis of triple Langmuir probe measurements for the characterization of Hall thruster plasmas. *Review of Scientific Instruments*, 20(2). <https://doi.org/10.1063/1.5079532>
- Schönherr, T., Nawaz, A., Herdrich, G. & Röser, H., 2009. Influence of electrode shape on performance of pulsed magnetoplasmodynamic thruster SIMP-LEX. *Journal of Propulsion and Power*, 25(2), pp. 380-386.  
<https://doi.org/10.2514/1.35568>
- Sivia, S., 2006. *Data analysis. A bayesian tutorial*.. Rutherford Appleton Laboratory and St. Catherine's College, Oxford: s.n. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198568315.002.0001>
- Spitzer, L., 1956. *Physics of fully ionized gases*.. s.l.:Interscience Publishers.
- Yang, L., Liu, X. Y., Wang, N. F. & Wu, Z. W., 2011. Analysis of teflon pulsed plasma thrusters using a modified slug parallel plate model. *47th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, p. 6077. <https://doi.org/10.2514/6.2011-6077>