

INFLUENCIA DEL REFUERZO CON FIBRA DE CARBONO EN LA EFICIENCIA DE RECOLECCIÓN DE ENERGÍA PIEZOELECTRICA EN VIGAS DELGADAS IMPRESAS EN 3D

INFLUENCE OF CARBON FIBER REINFORCEMENT ON PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTING EFFICIENCY IN 3D PRINTED THIN BEAMS

Santiago Bagger^a, Santiago Krenz^a, Mariano Febbo^{b,c} y Sebastián Machado^{a,b}

^a *Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP), Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca (CIC), 11 de Abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina, smachado@frbb.utn.edu.ar, <http://www.frbb.utn.edu.ar>*

^b *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

^c *Instituto de Física del Sur (IFISUR), Departamento de Física, Universidad Nacional del Sur (UNS), Avda. Alem 1253, B8000CPB- Bahía Blanca, Argentina, mfebbo@uns.edu.ar,*

Palabras Clave: impresión 3D, PLA, fibra de carbono, recolector de energía.

Resumen. Este trabajo analiza el efecto del refuerzo con fibra de carbono en estructuras piezoeléctricas impresas en 3D sobre la eficiencia de la recolección de energía. Se fabrican vigas tipo cantilever mediante impresión FDM (modelado por deposición fundida), utilizando filamentos de PLA puro y PLA con fibra de carbono, y se estudian distintas orientaciones de impresión (0° y 90°). Durante la extrusión, se incorporan fibras de carbono muy cortas y dispersas en el polímero. Se desarrolla un modelo matemático basado en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli para predecir la respuesta dinámica del sistema y estimar la energía recolectada en condiciones resonantes. La caracterización experimental se realiza mediante ensayos de vibración forzada, midiendo la frecuencia de resonancia y la tensión generada por elementos piezoeléctricos adheridos. Se observa el incremento en la rigidez del prototipo cuando se utiliza la fibra de carbono impresa en dirección longitudinal. Los resultados experimentales permiten validar el enfoque propuesto, con miras al desarrollo de recolectores de energía más eficientes para sensores autónomos.

Keywords: 3D printing, PLA, carbon fiber, energy harvester.

Abstract. This work analyzes the effect of carbon fiber reinforcement on energy harvesting efficiency in 3D-printed piezoelectric structures. Cantilever beams are fabricated using FDM (fused deposition modeling) printing, using pure PLA filaments and PLA with carbon fiber, and different printing orientations (0° and 90°) are studied. During extrusion, very short, dispersed carbon fibers are incorporated into the polymer. A mathematical model based on Euler-Bernoulli beam theory is developed to predict the dynamic response of the system and estimate the harvested energy under resonant conditions. Experimental characterization is performed through forced vibration tests, measuring the resonant frequency and the strain generated by adhered piezoelectric elements. An increase in prototype stiffness is observed when using longitudinally printed carbon fiber. The

experimental results validate the proposed approach, aiming to develop more efficient energy harvesters for autonomous sensors.

1 INTRODUCCIÓN

El crecimiento de los dispositivos electrónicos portátiles y de los sistemas autónomos de sensado ha impulsado el desarrollo de tecnologías de recolección de energía capaces de sustituir o complementar el uso de baterías convencionales (Fu et. al. 2021). Entre las distintas alternativas, los recolectores basados en materiales piezoeléctricos se destacan por su capacidad de convertir vibraciones mecánicas ambientales en energía eléctrica, ofreciendo una solución atractiva para aplicaciones en entornos donde el reemplazo o recarga de baterías resulta costoso o inviable (Anton et. al. 2007). Sin embargo, la eficiencia de estos dispositivos depende fuertemente de la geometría estructural, las propiedades mecánicas de los materiales utilizados y las condiciones de excitación (Beeby et. al. 2006).

Diversos estudios han abordado la optimización de recolectores piezoeléctricos con el fin de incrementar la densidad de potencia y mejorar la adaptación a condiciones de vibración reales. Tradicionalmente, las investigaciones se han enfocado en el diseño geométrico de vigas cantilever, en la sintonización de la frecuencia de resonancia y en el uso de configuraciones multi-haz o no lineales para ampliar el ancho de banda de operación (Roundy et. al., 2003; Priya and Inman, 2009; Elvin and Erturk, 2013). Asimismo, se han desarrollado modelos analíticos basados en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli y en métodos de elementos finitos para predecir la respuesta dinámica y la potencia generada por estos sistemas (Erturk and Inman, 2008; Erturk et. al. 2009).

En los últimos años, la manufactura aditiva se ha consolidado como una alternativa prometedora para la fabricación de estructuras piezoeléctricas. Se ha demostrado que la impresión 3D no solo reduce los costos y tiempos de producción, sino que también habilita la exploración de arquitecturas complejas y de materiales híbridos (Hamza el. al, 2025). En particular, el uso de polímeros reforzados con fibras cortas o continuas ha mostrado mejoras significativas en propiedades mecánicas como rigidez, resistencia y estabilidad térmica (Halil et. al. 2021). Estas características resultan especialmente relevantes en dispositivos piezoeléctricos, donde la rigidez estructural condiciona la frecuencia de resonancia y, por lo tanto, la eficiencia de recolección energética. Si bien existen trabajos que analizan el comportamiento mecánico de polímeros reforzados impresos en 3D, pocos estudios han explorado de manera sistemática su impacto en la generación de energía piezoeléctrica. La orientación de las fibras y el patrón de impresión son factores determinantes que pueden modificar la anisotropía del material y la respuesta dinámica del dispositivo. En este sentido, este trabajo se centra en analizar el efecto del refuerzo con fibra de carbono en estructuras impresas en 3D tipo viga en voladizo, empleando PLA puro y PLA reforzado, y considerando distintas orientaciones de impresión. El objetivo es estudiar cómo la rigidez inducida por la fibra de carbono influye en la eficiencia de conversión energética de sistemas piezoeléctricos, combinando modelado matemático y validación experimental. Se utilizará un modelo unidimensional y experimentos para determinar las constantes de los materiales, de forma que puedan utilizarse luego en un modelo tridimensional de elementos finitos (COMSOL) con el objetivo de predecir la generación de energía del recolector propuesto. En este trabajo se utilizan buzzers piezoeléctricos para construir recolectores de energía. Su principal ventaja reside en su bajo costo comparado con piezoeléctricos comerciales (de fibras compuestas y de láminas de cerámica) que pueden rondar varios órdenes de magnitud de diferencia. La utilización de buzzers como generadores de energía no es nueva (Bassari et al 2016).

El artículo está organizado de la siguiente manera. Después de la introducción, se presenta un modelo matemático unidimensional de un recolector de energía basado en una viga

cantiléver en la Sección 2, diseñado para resonar a la frecuencia propuesta. Junto con ello, también se presenta el modelado tridimensional de la viga piezoeléctrica con el buzzer utilizando el programa COMSOL. La Sección 3 trata en una primera parte sobre la identificación de parámetros que serán luego utilizados en el modelo 3D y en una segunda se presenta un nuevo tipo de recolector basado en un buzzer. A continuación, se muestran los resultados numéricos y experimentales de la generación de energía eléctrica para el nuevo tipo de recolector. Finalmente, la Sección 4 presenta las conclusiones sobre las ventajas del recolector propuesto.

2 DESCRIPCION DEL RECOLECTOR DE ENERGIA

El modelo de recolección de energía consiste en la clásica viga cantiléver donde la estructura se encuentra en la condición empotrada-libre. La misma consiste principalmente en una viga portante de material PLA (Ácido Poliláctico) con una disco de material piezoeléctrico PZT 5H ubicada en la región cercana al empotramiento. Mediante la deformación del material PZT se transforma la energía mecánica en energía eléctrica como se puede observar en la [Figura 1](#). Además, se incorpora una masa puntual en el extremo libre con el fin de incrementar la deformación de la viga cuando se encuentra en un estado dinámico de resonancia.

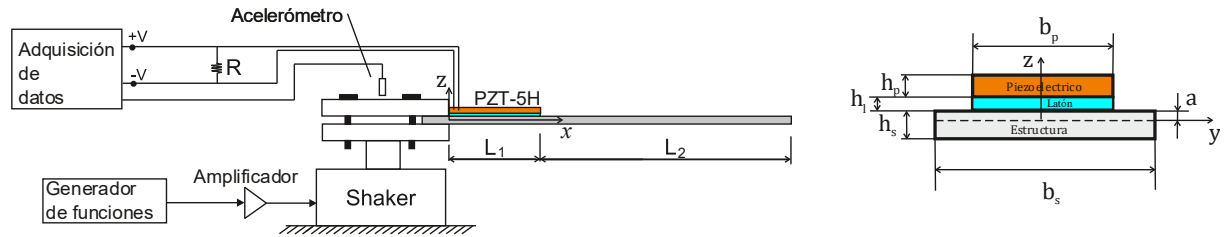


Figura 1: Esquema del sistema de recolección de energía

En la [Figura 1](#) se muestra que la longitud de la viga compuesta es $L_1 + L_2$, donde la lámina piezocerámica se encuentra sobre la longitud L_1 y en el extremo libre de la viga se coloca una masa M_t . Todo el sistema es excitado por la base mediante la función determinista $g(t)$ que intenta imitar la fuente de excitación de la cual se pretende recolectar energía. El modelo matemático del recolector de energía se basa en la teoría de vigas de Bernoulli-Euler las hipótesis cinemáticas quedan expresadas en el vector de desplazamiento como:

$$\mathbf{u}(x,t) = \begin{pmatrix} -z \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} & 0 & w(x,t) + g(t) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Es posible asumir una discretización espacial del desplazamiento transversal $w(x,t)$ de la viga representada como una suma finita de N desplazamientos temporales generalizados $q_i(t)$ y funciones de forma modal $\phi_i(x)$:

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) q_i(t) \quad (2)$$

Para considerar el cambio geométrico del material piezoeléctrico, se propone un sistema discontinuo para definir la función de forma $\phi_i(x)$:

$$\phi_i(x) = \sum_{n=1}^2 \phi_{i,n}(x) H_n(x) \quad (3)$$

La densidad de entalpia de la estructura del PLA y el piezoeléctrico es denotada por los subíndices s y p para cada material, respectivamente.

$$H_s = \frac{1}{2} c_{11}^s S_1^2 \quad (4)$$

$$H_p = \frac{1}{2} c_{11}^p S_1^2 - e_{31} S_1 E_3 - \frac{1}{2} \varepsilon_{33} E_3^2 \quad (5)$$

Donde S_l representa la deformación en la dirección 1, c_{11}^p , e_{31} , ε_{33} constantes elásticas (módulo de Young), piezoelectricas y de permitividad correspondientemente. Nótese que las direcciones 1, 2 y 3 resultan ser las direcciones longitudinales de la viga (x), transversal (y) y vertical (z) de la Figura 1.

$$S_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x} = -z q(t) \phi''(x) \quad (6)$$

En cuanto al modelo eléctrico E_3 , se considera el campo eléctrico lineal y uniforme a través del espesor del piezoelectrico, $E_3(t) = -\frac{v(t)}{h_p}$

Para definir el *lagrangiano* se obtiene la energía total almacenada por el piezoelectrico de la siguiente manera:

$$U_p = \int_{V_p} H_p dV_p = \int_{V_p} \frac{1}{2} c_{11}^p z^2 q^2(t) \phi''^2(x) + e_{31} z q(t) \phi''(x) E_3 - \frac{1}{2} \varepsilon_{33} E_3^2 dV_p \quad (7)$$

La energía almacenada por la subestructura, considerando que será únicamente producto de la deformación elástica, puede ser expresada como:

$$U_s = \int_{V_s} H_s dV_s = \int_{V_s} \frac{1}{2} c_{11}^s z^2 q^2(t) \phi''^2(x) dV_s \quad (8)$$

Las energías cinéticas del piezoelectrico y de la estructura son definidas como:

$$T_p = \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho_p \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + g(t) \right)^2 dV_p \quad (9)$$

$$T_s = \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + g(t) \right)^2 dV_s \quad (10)$$

Las ecuaciones de *Euler-Lagrange* pueden ser resueltas tanto para el voltaje como para el desplazamiento si adicionalmente se considera el trabajo no conservativo de las cargas eléctricas $W_e = q_e(t)v(t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial W_e}{\partial q} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{v}} \right) - \frac{\partial L}{\partial v} + \frac{\partial W_e}{\partial v} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Las cuales resolviendo se obtienen las ecuaciones diferenciales ordinarias de movimiento:

$$\begin{aligned}\ddot{q}_j + 2\zeta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j - \theta_j v &= \Gamma_j \ddot{g} \\ C\dot{v} + R^{-1}v + \theta_j \dot{q}_j &= 0\end{aligned}\quad (12)$$

Donde q_j representa los desplazamientos temporales generalizados y v el voltaje a través del elemento piezoeléctrico. Además, R es la resistencia de la carga, C la capacidad del piezoeléctrico, ζ_j el amortiguamiento modal asociado, ω_j frecuencia natural del sistema, θ_j el acoplamiento electromecánico y Γ_j el acoplamiento modal. Procediendo a normalizar los modos $\phi_j(x)$ con respecto a la masa, se definen las siguientes relaciones:

$$\rho A_1 \int_0^{L_1} \phi_{j,1}(x) \phi_{n,1}(x) dx + \rho A_2 \int_{L_1}^{L_1+L_2} \phi_{j,2}(x) \phi_{n,2}(x) dx + \phi_{j,2}(L_1+L_2) M_t \phi_{n,2}(L_1+L_2) = \begin{cases} 0 & \text{for } j \neq n. \\ 1 & \text{for } j = n. \end{cases} \quad (13)$$

La viga es discretizada en dos tramos para considerar el cambio seccional introducido por el material piezoeléctrico. Los términos de la Ec. (12) son definidos de la siguiente manera:

$$\omega_j^2 = EI_1 \int_0^{L_1} (\phi_{j,1}''(x))^2 dx + EI_2 \int_{L_1}^{L_1+L_2} (\phi_{j,2}''(x))^2 dx, \quad (14)$$

$$\theta_j = \frac{1}{4} \frac{d_{31}}{E_p} b_p (2a + h_p) \phi_{j,1}'(L_1), \quad (15)$$

$$\Gamma_j = a_c \left[\rho A_1 \int_0^{L_1} \phi_{j,1}(x) dx + \rho A_2 \int_{L_1}^{L_1+L_2} \phi_{j,2}(x) dx + M_t \phi_{j,2}(L_1+L_2) \right], \quad (16)$$

donde d_{31} es la constante piezoeléctrica, a_c la amplitud de aceleración en G y las características seccionales son calculadas mediante:

$$EI_1 = E_p b_p \left[\frac{(a + h_l + h_p)^3}{3} - \frac{(a + h_l)^3}{3} \right] + E_l b_l \left[\frac{(a + h_l)^3}{3} - \frac{a^3}{3} \right] + E_s b_s \left[\frac{a^3}{3} - \frac{(a - h_s)^3}{3} \right] \quad (17)$$

$$a = \frac{b_s E_s h_s^2 - b_p E_p h_p^2 - b_l E_l h_l^2 - 2b_p E_p h_l h_p}{2b_p E_p h_p + 2b_l E_l h_l + 2b_s E_s h_s} \quad (18)$$

Aplicando el método de balance armónico a las Ecs. (12) se obtiene la siguiente expresión para el voltaje:

$$V = \frac{\Gamma_j \theta_j R \Omega}{\sqrt{(\omega_j^2 - \Omega^2 - 2CR\zeta_j \omega_j \Omega^2)^2 + [2\Omega \omega_j \zeta_j + R\Omega(\theta_j^2 + C\omega_j^2 - C\Omega^2)]^2}} \quad (19)$$

3 MATERIAL DE LA VIGA

Para analizar el efecto del refuerzo con fibra de carbono en dispositivos recolectores de energía piezoeléctricos, consideramos cuatro vigas fabricadas a partir de impresión FDM (modelado por deposición fundida), utilizando filamentos de PLA puro y PLA con fibra de carbono. Además, se estudian distintas orientaciones de impresión (0° y 90°). Las vigas son de 1 mm de espesor y se utilizan cinco capas de 0.2 mm de deposición en su conformado. En todos los casos las vigas tienen un ancho de 27 mm y un largo de 94.7 mm. Vamos a utilizar la siguiente notación para referirnos a los distintos modelos de vigas:

Vigas 1 y 2: PLA con fibras de carbono, impresas en direcciones transversal y longitudinal, respectivamente.

Vigas 3 y 4: PLA sin fibras de carbono, impresas en direcciones transversal y longitudinal, respectivamente.

En la [Figura 2](#) se muestra una foto de la impresora 3D adaptada para la impresión con fibra de carbono, con dos vigas impresas en diferentes orientaciones. No es posible definir un módulo de elasticidad en función de la orientación, ya que las fibras de carbono no están incorporadas en el material PLA como hilos continuos, sino como fibras cortas y dispersas en la matriz polimérica. Normalmente se emplean fibras de carbono de entre 50–200 μm de longitud y diámetros del orden de 5–10 μm . Durante la extrusión del filamento, esas fibras se mezclan mecánicamente con el PLA fundido y quedan embebidas de manera aleatoria. Por lo tanto, se realiza un ensayo estático para determinar un módulo de elasticidad equivalente para cada viga. Se considera la condición cantiléver con una masa de 4,7 g en el extremo libre para determinar la deflexión máxima y calcular el módulo de elasticidad de la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{F L^3}{3E I} \quad (20)$$

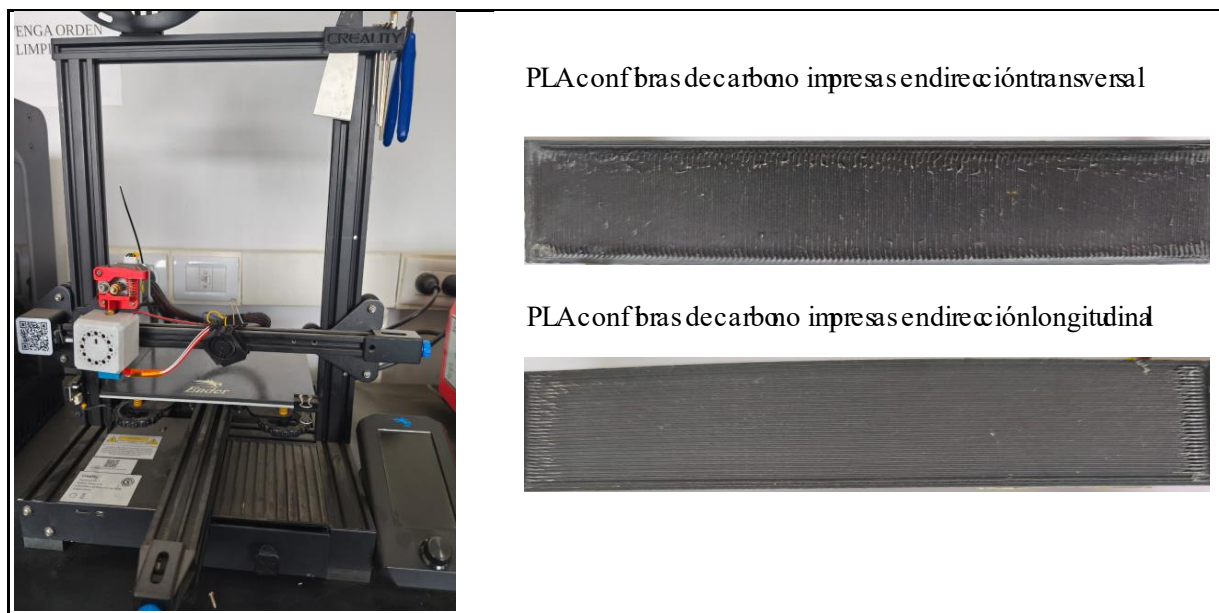


Figura 2: Foto de la impresora 3D y de las vigas 1 y 2 impresas en dos direcciones.

Luego, se calcula la frecuencia natural de cada viga, considerando los valores de rigidez mediante la ecuación de una viga cantiléver sin masa en la punta. De la [Tabla 1](#), se observa que la viga 2 presenta la mayor frecuencia natural con 27.3 Hz. La diferencia en los valores de densidad entre ambos materiales se debe a cómo se incorporan las fibras de carbono; en la impresión se introduce aire (microporos) y disminuye la fracción de PLA sólido.

| | Viga 1 | Viga 2 | Viga 3 | Viga 4 |
|---|---------|---------|---------|---------|
| Deflexión, δ [mm] | 3.05 | 2.20 | 2.30 | 2.20 |
| Young, E_s [GPa] | 1.90201 | 2.63688 | 2.52223 | 2.63688 |
| Densidad, ρ_s [kg/m ³] | 1140 | | 1175 | |
| Frecuencia, [Hz] | 23.267 | 27.395 | 26.3906 | 26.9839 |

Tabla 1: Resultados del ensayo experimental estático.

4 RECOLECTOR DE ENERGÍA

A partir de la definición de las constantes mecánicas del material de las vigas, es posible diseñar un recolector de energía utilizando el modelo unidimensional presentado. El modelo recolector de energía consiste en una viga empotrada en un extremo y, en el extremo libre, se coloca una masa para aumentar la generación de energía. Sobre la zona cercana al empotramiento se coloca una lámina piezoeléctrica para generar energía en la zona de mayor deformación. Los parches piezoeléctricos adoptados (buzzer) son en todos los casos PZT-5H, siendo de un espesor del material piezoeléctrico de 0.1 mm y se encuentran solidarios a la superficie de latón de 0.1 mm. En los ensayos experimentales, la viga se monta sobre un shaker Labworks ET-132 (ver [Figura 3](#)), donde la aceleración en la base se genera mediante un generador arbitrario de ondas Rigol DG 4062 y, posteriormente, se ajusta mediante un amplificador de potencia. La respuesta es medida por un acelerómetro PCB Piezotronics con una sensibilidad de 98.7 mV/g. La señal de salida es adquirida por una placa National Instruments NI 9234 y postprocesada mediante un código generado en Matlab. Los ensayos consisten en determinar el voltaje generado por el material piezoeléctrico cuando es sometido a diferentes frecuencias de excitación, con una señal senoidal y considerando una amplitud de aceleración constante de 0.095 G. La resistencia de carga utilizada es de 320 k Ω para todos los casos. A partir de la configuración del sistema presentada anteriormente, se definen los parámetros geométricos y físicos del dispositivo, ver [Tabla 2](#).

| Acero (viga portante) | | Elemento Piezoeléctrico | | Latón | |
|-----------------------|---------|-------------------------|------------------------|------------------|------------------------|
| L_1 | 27 mm | Young, E_p | 67 GPa | Young, E | 106 GPa |
| L_2 | 67.7 mm | Densidad, ρ_p | 8550 kg/m ³ | Densidad, ρ | 7500 kg/m ³ |
| b_s (ancho) | 27 mm | Piezoelec. d_{31} | -125 pm/V | L | 27 mm |
| h_s (espesor) | 1 mm | Capacitancia | 52 nF | b_l (ancho) | 27 mm |
| M_t | 9.2 gr | diámetro | 22 mm | h (espesor) | 0.1 mm |
| | | h_p (espesor) | 0.1 mm | | |

Tabla 2: Parámetros geométricos y físicos del dispositivo propuesto.

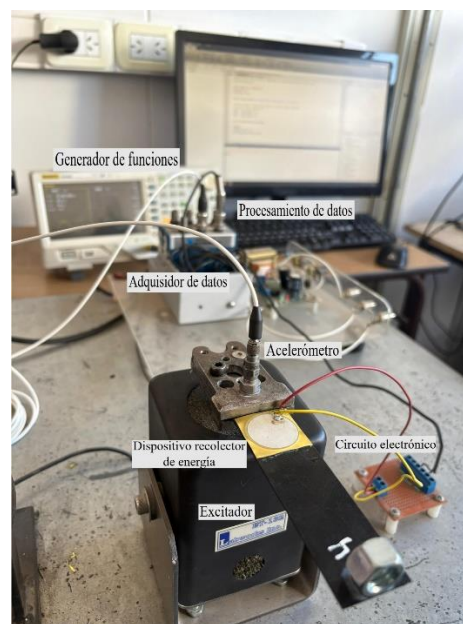


Figura 3: Esquema del ensayo experimental.

5 RESULTADOS

En las Figuras 4 y 5 se presenta la respuesta en frecuencia de generación de voltaje obtenida experimentalmente y con el modelo viga unidimensional (Eq. 19), obtenida para las vigas con y sin fibra de carbono, respectivamente. Se realiza un barrido de excitación forzada entre 7 y 12 Hz. Se observa una buena concordancia entre los resultados experimentales y la respuesta simulada, tanto en resonancia como fuera de ella.

En esta etapa se seleccionan los coeficientes de amortiguamiento de cada viga. En este caso, el valor de amortiguamiento modal es ajustado con la amplitud de generación de voltaje en resonancia, el cual resulta ser de $\zeta = 0,018$ para la Viga 1, $\zeta = 0,015$ para la Viga 2, $\zeta = 0,014$ para la Viga 3 y $\zeta = 0,009$ para la Viga 4. En el caso de la viga, se considera un material homogéneo con un módulo de elasticidad equivalente. Con los valores definidos, es posible calibrar un modelo tridimensional de elementos finitos (COMSOL) para utilizar estos materiales en diferentes geometrías del recolector de energía. En el caso del modelo tridimensional, el material piezoeléctrico es ortótropo y es necesario definir las matrices que consideren sus propiedades eléctricas y mecánicas. Por lo tanto, la selección de los coeficientes que conforman la matriz de permitividad relativa ϵ^s (o constante dieléctrica) y la matriz de rigidez C^E (definida a campo eléctrico constante) corresponden a valores conocidos para el material PZT 5H (Yang et. al. 2018).

$$\epsilon^s = \begin{bmatrix} 1680 & 0 & 0 \\ 0 & 1680 & 0 \\ 0 & 0 & 1402 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C^E = \begin{bmatrix} 8.23 & 3.60 & 3.29 & 0 & 0 & 0 \\ 3.60 & 8.23 & 3.29 & 0 & 0 & 0 \\ 3.29 & 3.29 & 7.10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.48 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.32 \end{bmatrix} \left[10^{10} Pa \right] \quad (22)$$

La matriz de acoplamiento electromecánico $e = d C^E$, que se incorpora en COMSOL Multiphysics.

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 5.16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.16 & 0 & 0 \\ -3.7 & -3.7 & 15.71 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left[\frac{C}{m^2} \right] \quad (23)$$

El amortiguamiento modal identificado en el paso anterior es considerado en el modelo 3D utilizando modelo de amortiguamiento proporcional de Rayleigh, definiendo una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez de la siguiente forma:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (24)$$

Los coeficientes α y β se calculan mediante la siguiente expresión (He and Fu 2001):

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\omega_0} & \frac{\omega_0}{2} \\ \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \zeta \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (25)$$

siendo ω_0 y ω_1 las frecuencias naturales no amortiguadas del primer y segundo modo (ver Tabla 3). De esta manera, en función de los valores de frecuencia se determinan los valores introducidos en COMSOL para α y β (ver Tabla 3).

| | Viga 1 | Viga 2 | Viga 3 | Viga 4 |
|-----------------|------------|-------------|------------|------------|
| ω_0 [Hz] | 8.230 | 10.245 | 9.000 | 9.508 |
| ω_1 [Hz] | 43.800 | 52.869 | 49.311 | 51.132 |
| α | 1.56714 | 1.52837 | 1.39517 | 0.916238 |
| β | 0.00011009 | 0.000078194 | 0.00007463 | 0.00004694 |

Tabla 3: Valores de frecuencias y amortiguamiento para cada viga.

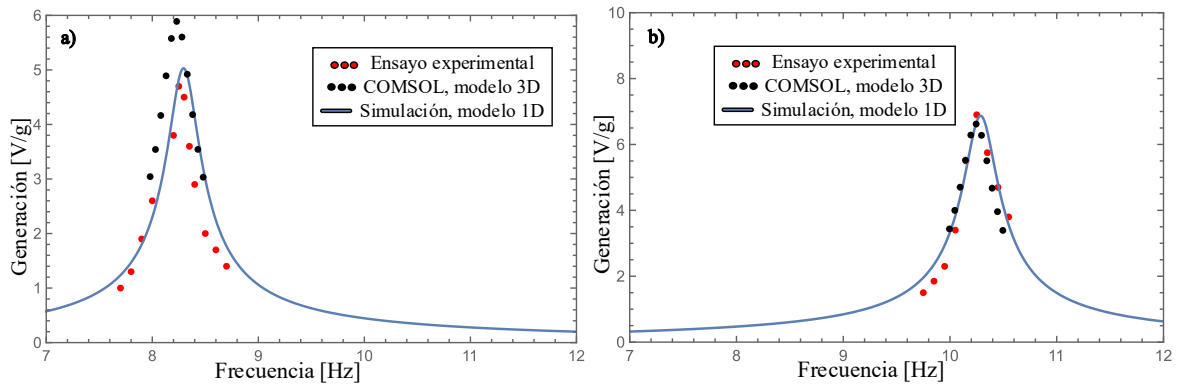


Figura 4: Respuesta en frecuencia de voltaje para vigas con fibras de carbono, impresión con orientación a) Transversal, b) Longitudinal.

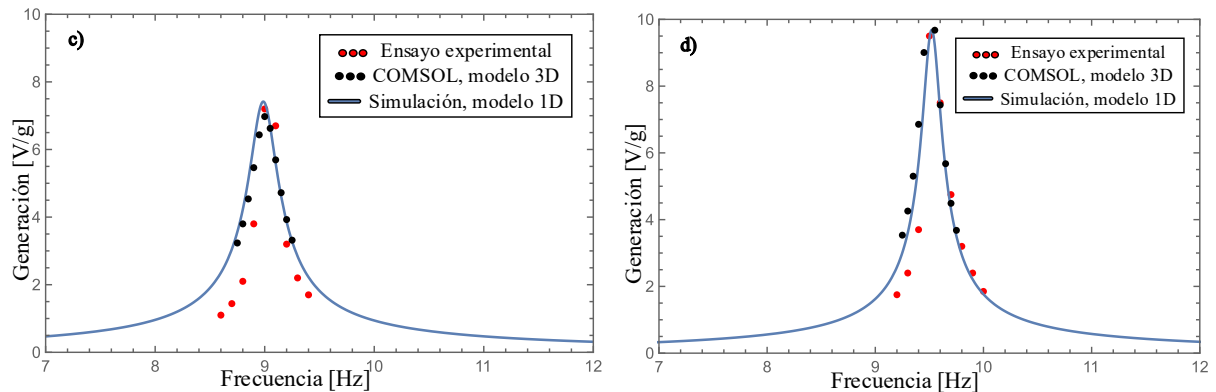


Figura 5: Respuesta en frecuencia de voltaje del modelo viga y experimental, impresión con orientación a) Transversal, b) Longitudinal.

La respuesta dinámica de generación de voltaje obtenida con la simulación numérica del modelo tridimensional desarrollado en COMSOL Multiphysics es comparada en las Figuras 4 y 5, con los valores experimentales y numéricos 1D. Se observa que el modelo 3D ajusta perfectamente con el modelo 1D salvo en la Figura 4a, donde el modelo 3D sobreestima la generación de voltaje en resonancia. En el caso de las fibras de carbono, la generación es menor en la orientación longitudinal (Fig. 4b) que en la viga de PLA (Fig. 5b), y este comportamiento se debe a la mayor deformación de esta última. Sin embargo, la viga reforzada presenta una mayor frecuencia natural, lo que permite, a igual frecuencia de excitación, incrementar la masa en el extremo libre y así aumentar la generación de energía.

6 CONCLUSIONES

Este estudio analizó la influencia del refuerzo con fibra de carbono en la eficiencia de captación de energía de vigas piezoeléctricas impresas en 3D. Los resultados confirmaron que las fibras orientadas longitudinalmente aumentan significativamente la rigidez, lo que, a su vez, modifica la frecuencia de resonancia e influye en la eficiencia general de la conversión de energía. Las mediciones experimentales coincidieron con los modelos analíticos y numéricos, lo que validó la metodología empleada y destacó el potencial de la fabricación con refuerzo de carbono para optimizar las estructuras piezoeléctricas. El refuerzo con fibras de carbono muestra un mejor efecto cuando la orientación es longitudinal, lo que se traduce en una frecuencia más alta. De esta manera, el refuerzo de carbono incrementa la rigidez de la estructura, aumenta su capacidad de deformación y permite incorporar una mayor masa para su sintonización en un escenario vibratorio definido (una excitación particular).

7 REFERENCIAS

- Anton SR, Sodano HA. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). *Smart Materials and Structures*; 16, 2007. doi:10.1088/0964-1726/16/3/R01.
- Beeby SP, Tudor MJ, White NM. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. *Measurement Science and Technology*; 17, 2006. doi:10.1088/0957-0233/17/12/R01.
- Basari A.A, Hashimoto S., Homma B., Okada H., Okuno H., Kumagai S. Design and optimization of a wide band impact mode piezoelectric power generator, *Ceramics International* 42(2016)6962–6968.
- Elvin, N. and Erturk, A. (2013) *Advances in Energy Harvesting Methods*. Springer Science & Business Media, Berlin. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5705-3>
- Erturk, A., and Inman, D. J. (June 11, 2008). A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters. *ASME. J. Vib. Acoust.* August 2008; 130(4): 041002. <https://doi.org/10.1115/1.2890402>
- Erturk A., Hoffmann J., and Inman D. J., A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 94, no. 25, p. 254102, 2009. <https://doi.org/10.1063/1.3159815>
- Fu H., Mei X., Yurchenko D., Zhou S., Theodossiades S., Nakano K., Yeatman E.M., Rotational energy harvesting for self-powered sensing, *Joule* 5 (5) (2021) 1074–1118, <https://doi.org/10.1016/j.joule.2021.03.006>.
- Halil L. Tekinalp, Vlastimil Kunc, Gregorio M. Velez-Garcia, Chad E. Duty, Lonnie J. Love, Nabeel Maqsood, Marius Rimašauskas, Characterization of carbon fiber reinforced PLA composites manufactured by fused deposition modeling, *Composites Part C: Open Access*, Volume 4, 2021, 100112, <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2021.100112>.
- Hamza, M.; Kanwal, Q.; Hussain, M.I.; Khan, K.; Asghar, A.; Liu, Z.; Liu, C.; Chen, Z. Recent progress in 3D printed piezoelectric materials for biomedical applications. *Mater. Sci. Eng. R: Rep.* 2025, 164, <https://doi.org/10.1016/j.mser.2025.100962>.
- He J, Fu Z-F. *Modal Analysis*. Butterworth-Heinemann, 2001.
- Priya, S. and Inman, D.J. (2009) *Energy Harvesting Technologies*. Springer, New York. <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-76464-1>
- Roundy, S., Wright, P.K. and Rabaey, J. (2003) A Study of low Level Vibrations as a Power Source for Wireless Sensor Nodes. *Computer Communications*, 26, 1131-1144.
- Yang Y, Li L, Guo Y, Xu BX, T Yang. Improved vibration-based energy harvesting by annular mass configuration of piezoelectric circular diaphragms, *Smart Mater. Struct.* 27 (2018) 035004.