Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XLI, pp. 333-341 C.I. Pairetti, M.A. Pucheta, M.A. Storti, C.M. Venier (Eds.) H. Castro, J. D'Elía, L. Battaglia, M. Coussirat, S. Sarraf, A. Scarabino (Issue eds.) Rosario, November 5-8, 2024

# MODIFICACIÓN DEL MODELO $k - \omega$ SST PARA LA OBTENCIÓN DEL PERFIL DE ENERGÍA CINÉTICA TURBULENTA. FLUJO EN PLACA PLANA

# MODIFICATION OF THE $k - \omega$ SST MODEL TO OBTAIN THE TURBULENT KINETIC ENERGY PROFILE. FLAT PLATE FLOW

Franco L. Cortes<sup>a,b</sup> y Santiago Márquez Damián<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC-CONICET/UNL), Predio Dr. Alberto Cassano, Colectora Ruta Nac. Nº 168, Km. 0, Paraje El Pozo, Santa Fe, Argentina, cortesfranco97@gmail.com, https://cimec.conicet.gov.ar

> <sup>b</sup>Universidad Tecnológica Nacional, FRSF, Lavaisse 610, Santa Fe, Argentina, http://www.frsf.utn.edu.ar/

Palabras clave: Placa Plana, Correcciones Viscosas, Perfil de energía cinética turbulenta

**Resumen.** El presente trabajo aborda la formulación del modelo de turbulencia  $k-\omega$  SST, incorporando las correcciones viscosas propuestas por Wilcox (Wilcox D.C, Turbulence Modeling for CFD, (1998)). El propósito principal es mejorar la aproximación al perfil de energía cinética turbulenta cerca de los bordes sólidos, manteniendo la independencia de la tasa de disipación específica respecto al valor del flujo libre. Como resultado las ecuaciones para la energía cinética turbulenta y la disipación específica obtenidas se asemejan al modelo  $k - \omega$  SST, incluyendo coeficientes variables en función de la relación entre los efectos turbulentos y viscosos. Esta integración permite incorporar las funciones de cierre de las correcciones viscosas en las funciones F1 y F2, contribuyendo así a una representación más precisa del comportamiento turbulento cerca de las superficies sólidas.

Keywords: Flat Plate, Viscous Corrections, Turbulent Kinetic Energy Profile

Abstract. The present work addresses the formulation of the  $k - \omega$  SST turbulence model, incorporating the viscous corrections proposed by Wilcox (Wilcox D.C, Turbulence Modeling for CFD, (1998)). The main purpose is to improve the approximation of the turbulent kinetic energy profile near solid boundaries while maintaining the independence of the specific dissipation rate from the free-stream value. As a result, the equations for turbulent kinetic energy and specific dissipation obtained resemble the  $k - \omega$  SST model, including variable coefficients as a function of the relationship between turbulent and viscous effects. This integration allows the incorporation of the viscous correction closure functions into the F1 and F2 functions, thereby contributing to a more accurate representation of turbulent behavior near solid surfaces.





### 1. INTRODUCCIÓN

En los flujos turbulentos, se distinguen varias regiones con diferentes características. En las zonas de alto número de Reynolds, los efectos de inercia dominan sobre los viscosos, y el flujo presenta una estructura caótica y de gran energía. Sin embargo, cerca de las superficies sólidas, se encuentra una región donde los efectos viscosos se vuelven predominantes debido a la baja velocidad relativa del fluido, lo que genera un número de Reynolds local bajo. En esta zona, la capa límite viscosa juega un papel crucial, ya que la turbulencia se amortigua y los gradientes de velocidad son más pronunciados, lo que da lugar a una transición hacia un comportamiento laminar.

Dentro de los modelos de turbulencia que se utilizan en la actualidad existen aquellos que incluyen correcciones viscosas así como los que no tienen en cuenta estos efectos. Los modelos sin correcciones viscosas no pueden calcular adecuadamente el perfil de velocidades, como las variables turbulentas en la capa laminar tales como la energía cinética turbulenta (k), la frecuencia específica de disipación ( $\omega$ ) o tasa de disipación de energía ( $\epsilon$ ), necesitando leyes de pared para modelar correctamente dichas variables turbulentas al igual que la velocidad en la capa límite. En contraste, los modelos con correcciones viscosas permiten determinar y desarrollar el perfil de velocidades incluyendo la capa límite sin necesidad de aplicar estas leyes de pared así como en algunos casos las variables turbulentas dependiendo del tipo de correcciones que se aplican. Wilcox (1998) evalúa diferentes modelos con correcciones para bajo número de Reynolds, entre ellos Jones y Launder (1972), Launder y Sharma (1974), Lam y Bremhorst (1981) y Chien (1982) los cuales son modelos  $k - \epsilon$  con correcciones viscosas adaptadas para mejorar el calculo del perfil de velocidades en la capa laminar pero ninguno de ellos es capaz de capturar el perfil de energía cinética turbulenta. Wilcox indica que es desaconsejable utilizar las correcciones para bajo número de Reynolds en los modelos  $k - \epsilon$  debido a que el cálculo de los parámetros adimensionales  $Re_y = \sqrt{ky}/\nu$  e  $y^+ = u_\tau y/\nu$  puede generar dificultades en geometrías complejas donde una celda tenga dependencia con mas de un borde sólido, como la unión entre el ala y el fuselaje, debido a que no se resuelve unívocamente el cálculo de la distancia normal a la superficie y. Wilcox resalta en su trabajo que es recomendable que dichas funciones de amortiguamiento dependan únicamente de  $Re_{\tau}$  (Reynolds turbulento) debido que esta variable relaciona los efectos inerciales con los viscosos eliminando cualquier dependencia geométrica. Todos los modelos  $k - \epsilon$  mencionados anteriormente y evaluados por Wilcox no se aproximan correctamente al perfil de k lo que resalta que las correcciones realizadas en estos modelos se enfocan en capturar el perfil de velocidades debido a su buena concordancia con los datos experimentales.

En base a los resultados obtenidos con los modelos  $k - \epsilon$  con correcciones viscosas, Wilcox (1998) postula el modelo  $k - \omega$  que permite una mejor representación para flujos cerca de superficies sólidas y en situaciones con gradientes de presión adversos. Para mejorar la precisión en estas regiones críticas, el modelo  $k-\omega$  introduce la variable  $\omega$  que está relacionada con la tasa de disipación de energía en la turbulencia. Esta formulación permite un tratamiento más exacto del flujo turbulento en las inmediaciones de las paredes, donde los efectos de la viscosidad son más pronunciados. El modelo  $k - \omega$  es particularmente robusto en la predicción de flujos en condiciones de bajo número de Reynolds. Wilcox demuestra que el modelo  $k - \omega$  predice con buena resolución el perfil de velocidad sin necesidad de utilizar correcciones de bajo numero de Reynolds, pero al igual que los modelos  $k - \epsilon$ , este modelo subestima el pico de energía turbulenta en un 40 % para flujos en canal y en un 25 % para flujos en tubo. A pesar de esto el modelo  $k - \omega$  es capaz de obtener el perfil de velocidades correctamente logrando desarrollar

la capa límite sin necesidad de correcciones viscosas, lo que es imposible lograr con modelos  $k - \epsilon$  convencionales en mismas condiciones.

El modelo  $k - \omega$  SST de Menter (1994) hereda la capacidades del modelo  $k - \omega$  utilizándolo en zonas cercanas a la pared mientras que el modelo  $k - \epsilon$  se aplica en la zona flujo desarrollado. Esta combinación surge por que la solución del modelo  $k - \omega$  depende del valor de flujo libre de la tasa de disipación ( $\omega$ ), un parámetro difícil de definir. Por lo que al utilizar el modelo  $k - \epsilon$ en la zonas de flujo turbulento se elimina esta dependencia de  $\omega$  del flujo libre. Este modelo ofrece robustez incluso para aplicaciones complejas, evitando las desventajas del modelo  $k - \omega$ (dependencia de  $\omega$  en el flujo libre) y del modelo  $k - \epsilon$  (incapacidad para capturar adecuadamente el desarrollo de la capa limite). Estas ventajas y desventajas han sido discutidas con más detalle en Cortes y Damián (2023).

Por otra parte, la mayoría de los modelos de dos ecuaciones, incluido el  $k - \omega$ , requieren un amortiguamiento viscoso para mejorar su precisión del calculo de la capa límite. Según Wilcox (1998), las diferencias entre las versiones de alto y bajo número de Reynolds del modelo  $k - \omega$  son casi imperceptibles en términos del perfil de velocidad y el coeficiente de fricción, lo cual es razonable dado que las modificaciones para bajo número de Reynolds se limitan a la subcapa viscosa. Al incluir correcciones de bajo número de Reynolds se puede captar correctamente el perfil de energía cinética turbulenta lo cual es esencial para el modelado de la subcapa viscosa, mejorando la representación del flujo en esta capa, que es esencial en aplicaciones con flujo laminar o transicional.

Estas correcciones mejoran el modelado de la turbulencia en las zonas donde se generan las inestabilidades del flujo. El hecho de no calcular correctamente el perfil de k atenta contra la formulación del propio modelo ya que en los modelos basados en k esta es la única variable física real utilizada. Cabe destacar que estas correcciones abren el camino para abordar un nuevo problema que es la transición laminar-turbulenta en flujos, fenómeno fuertemente influido por la escala de longitud, la energía cinética e intensidad turbulentas de flujo libre, entre otros. Hasta donde los autores han podido encontrar dentro del estado del arte, la única corrección documentada para el modelo  $k - \omega$  SST que incluye una formulación que permite calcular el fenómeno de transición de un flujo laminar a turbulento es el modelo  $k - \omega$  SSTLM (Menter et al., 2006) que es una extensión del modelo  $k - \omega$  SST tradicional, específicamente diseñado para mejorar la predicción de la transición laminar-turbulenta. Su propósito principal es abordar una limitación clave de los modelos de turbulencia convencionales, que suelen asumir que el flujo es completamente turbulento desde el inicio, lo que lleva a errores en la simulación de fenómenos donde la transición del flujo es importante, como en perfiles aerodinámicos y turbinas. Este modelo está basado en una combinación de dos ecuaciones adicionales que se suman al modelo  $k - \omega$  SST tradicional. En primer una ecuación para la Intermitencia ( $\gamma$ ), que se encarga de activar o desactivar el mecanismo de producción de turbulencia, permitiendo que el flujo transite de laminar a turbulento de manera más precisa. La intermitencia es una variable clave que describe el estado de transición, con valores cercanos a cero en el flujo laminar y valores cercanos a uno en el flujo turbulento. La segunda ecuación corresponde al número de Reynolds local basada en el espesor de cantidad de movimiento de transición ( $Re_{\theta}$ ). El número de Reynolds crítico en la transición se determina en función de las condiciones de contorno, como la presión y la curvatura del flujo. Esta ecuación se utiliza para identificar cuándo y dónde comienza la transición de flujo laminar a turbulento. El modelo  $k - \omega$  SSTLM a pesar de estar diseñado para capturar este difícil fenómeno, presenta un error considerable al momento de calcular perfil de k.

En este trabajo se ha modificado el modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST aplicando las correc-

ciones para bajo numero de Reynolds presentadas por Wilcox (1998) para el modelo  $k - \omega$  en el modelo  $k - \omega$  SST, dando lugar al una formulación  $k - \omega$  SST Low Reynolds. Para ello primero se procedió a la unificación de la escritura de ambos modelos para lograr combinarlos en forma continua. La modificación se basa en la necesidad de capturar con mayor precisión los efectos viscosos en la región cercana a la pared, donde la turbulencia es fuertemente influida por la viscosidad del fluido. Para ello, se han incorporado las correcciones viscosas propuestas por Wilcox (1998) al modelo  $k - \omega$  SST. Estas correcciones ajustan la predicción de la energía cinética turbulenta en la región cercana a la pared, mejorando la concordancia entre los resultados simulados y los datos experimentales sin incrementar significativamente la complejidad computacional del modelo.

# 2. MODELOS DE TURBULENCIA

Las ecuaciones que gobiernan los modelos turbulentos utilizados en este trabajo, Modelo turbulento  $k - \omega$  para bajo número de Reynolds y  $k - \omega$  Shear Stress Transport (SST), se encuentran presentadas y desarrolladas en Cortes y Damián (2023).

# **2.1.** $k - \omega$ SST con correctiones viscosas

La idea principal es formular un modelo  $k - \omega$  SST aplicando las correcciones viscosas del modelo  $k - \omega$  de Wilcox (1998) para lograr obtener el pico máximo de la energía cinética turbulenta en las cercanías de los bordes solidos sin la dependencia de  $\omega$  en el flujo libre. El desarrollo para realizar el acoplamiento entre los dos modelos es similar al descripto por Menter (1994), logrando que las ecuaciones para la energía cinética turbulenta y la tasa de disipación especifica resulten iguales que para el modelo  $k - \omega$  SST, para lo cual es necesario redefinir el calculo de los coeficientes del modelo. Dicha combinación se presenta a continuación, resaltando las diferencias con el modelo  $k - \omega$  SST.

#### Ecuación para el balance de energía cinética turbulenta:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}k = P - \beta^* \omega k + \vec{\nabla} \cdot (D_k \vec{\nabla}k) + S_k \tag{1}$$

Ecuación para la tasa de disipación:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla}\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} P - \beta\omega^2 + \vec{\nabla} \cdot (D_\omega \vec{\nabla}\omega) + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \vec{\nabla}k \cdot \vec{\nabla}\omega + S_\omega$$
(2)

$$P = \min\left[\boldsymbol{\tau}_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k\omega\right] \qquad \boldsymbol{\tau}_{ij} = \nu_t \left(2\boldsymbol{S}_{ij} - \frac{2}{3}\vec{\nabla}\vec{U}\cdot\boldsymbol{I}\right) - \frac{2}{3}k\boldsymbol{I} \qquad (3)$$

$$D_k = (\nu + \nu_t \sigma_k) \quad D_\omega = (\nu + \nu_t \sigma_\omega) \tag{4}$$

#### Ecuación para la viscosidad turbulenta:

$$\nu_t = a_1 \frac{\alpha^* k}{\max(a_1 \omega, b_1 F_2 \boldsymbol{S}_{ij})} \tag{5}$$

La principal diferencia es que,  $\alpha^*$  es igual a la unidad para la zona de flujo desarrollado y varía su valor al notar la presencia de un borde sólido disminuyendo a valores razonables con el objetivo de reducir la viscosidad turbulenta.

# Coeficientes de cierre y relaciones auxiliares

$$F_{1} = \tanh\left[\min\left[\max\left[\frac{\sqrt{k}}{\beta^{*}\omega y}, \frac{500\nu}{y^{2}\omega}\right], \frac{4\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^{2}}\right]^{4}\right]$$
(6)

$$CD_{k\omega} = \max\left[2\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\vec{\nabla}k\cdot\vec{\nabla}\omega, 10^{-10}\right]$$
(7)

$$F_2 = \tanh\left[\max\left[\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right]^2\right]$$
(8)

# Parámetros del modelo

$$\sigma_{k2} = 1 \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856 \quad \beta_2 = 0,0828 \quad \alpha_2 = 0,44 \tag{9}$$

$$\beta_2^* = 0.09 \quad a_1 = 0.31 \quad b_1 = 1 \quad c_1 = 10$$
 (10)

Los parámetros designados con el subíndice 1 pertenecen al modelo  $k - \omega$  mientras que el subíndice 2 al modelo  $k - \epsilon$ . Los parámetros utilizados en el modelo se obtienen como  $\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1)$ 

# Coeficientes y funciones de amortiguamiento del modelo $k-\omega$ SST corregido

$$\sigma_{k1} = 0.85 \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5 \quad \beta_0 = 0.075 \quad \alpha_1 = \frac{5}{9}$$
 (11)

$$\beta_1 = \beta_0 f_\beta \tag{12}$$

$$\beta_0 = \frac{9}{125} \quad f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega} \quad \chi_\omega = \left|\frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_0^*\omega)^3}\right| \tag{13}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \qquad \boldsymbol{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \tag{14}$$

$$\beta_0^* = \frac{9}{100} \quad f_\beta^* = \begin{cases} 1 & \text{si}\chi_k \le 0\\ \frac{1+680\chi_k^2}{(1+400\chi_k^2)} & \text{si}\chi_k > 0 \end{cases} \quad \chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \vec{\nabla} k \cdot \vec{\nabla} \omega \tag{15}$$

#### Correcciones para bajo numero de Reynolds

 $\alpha_1^* = 1$ 

 $\alpha_1 = \frac{13}{25}$ 

$k-\omega$ SST original	$k-\omega$ SST con corrección para bajo nu-
	mero de Reynolds

(16)

(17)

(18)

$$\alpha_1^* = \frac{\alpha_0^* + Re_\tau/R_k}{1 + Re_\tau/R_k}$$

$$\alpha_{1} = \frac{13}{25} \frac{\alpha_{0} + Re_{\tau}/R_{\omega}}{1 + Re_{\tau}/R_{\omega}} \left(\alpha^{*}\right)^{-1}$$
(20)

(19)

$$\beta_1^* = \frac{9}{100} \frac{4/15 + (Re_\tau/R_\beta)^4}{1 + (Re_\tau/R_\beta)^4} f_{\beta^*} \qquad (21)$$

 $\beta_1^*=\beta_0^*$ 

#### Parámetros adicionales

$$R_{\beta} = 8 \quad R_{k} = 6 \quad R_{\omega} = 2,95 \quad \alpha_{0}^{*} = \frac{\beta_{0}}{3} \quad \alpha_{0} = \frac{1}{9} \quad Re_{\tau} = \frac{k}{\omega\nu}$$
(22)

donde  $\vec{U}$  es la velocidad media, p la presión,  $\mu$  la viscosidad dinámica molecular,  $\mu_t$  la viscosidad dinámica turbulenta,  $\tau_{ij}$  tensor de esfuerzos de Reynolds específicos,  $S_k$  y  $S_{\omega}$  son términos fuente internos para k y  $\omega$  respectivamente.

Las correcciones propuestas que se incorporan al modelo  $k - \omega$  SST se presenta en las Ecs. (19), (20) y (21). Estos parámetros dejan de ser constantes (Ecs. (16), (17) y (18)) para variar en función del valor  $Re_{\tau}$ . Los tres coeficientes adicionales  $R_{\beta}$ ,  $R_k$  y  $R_{\omega}$  controlan la velocidad con la que los  $\alpha_1$ ,  $\alpha_1^*$  y  $\beta_1^*$  se aproximan a los valores de flujo desarrollado. Wilcox (1998) determinó estas cantidades utilizando métodos de perturbación para analizar la subcapa viscosa y encontró que fijando valores de  $R_{\beta}$  y  $R_k$ , hay un único  $R_{\omega}$  que reproduce el valor de la ley de pared sobre los contornos dado por el modelo sin modificaciones viscosas. Para pequeños valores de  $R_{\beta}$  el valor máximo de k cerca de la superficie se aproxima al valor que se obtenía con el modelo sin correcciones viscosas. A medida que aumenta  $R_{\beta}$ , aumenta el valor máximo de k cerca de la superficie son las encargadas modelar los efectos en la subcapa laminar, permitiendo calcular el pico de k así como el perfil de velocidades en esta zona.

#### 2.2. Código utilizado

Para el desarrollo de este trabajo se utilizó la suite de Mecánica de Fluidos Computacional OpenFOAM(R) en su versión OpenFOAM+, v2106 que cuenta con la implementación del modelo  $k - \omega$  SST descripto anteriormente. La evaluación de los modelos  $k - \omega$  SST Low Reynolds se realizó a partir de implementación propia en la misma plataforma. Los cálculos se realizaron utilizando el método SIMPLE Consistent (SIMPLEC) teniendo en cuenta que en los casos evaluados los residuos alcanzaran valores por debajo de  $1 \times 10^{-7}$  para las variables de velocidad y de presión permitiendo realizar una comparación entre los resultados obtenidos. Se utilizaron esquemas de segundo orden para una mejor precisión y una reducción de la difusión numérica.

#### 3. APLICACIÓN DE LOS MODELOS PROPUESTOS

El caso analizado es un flujo en canal con  $Re_{2h} = 13750$  como se detalla en Wilcox (1998). Los datos sobre la malla y los parámetros físicos utilizados, se encuentran descriptos en Cortes y Damián (2023). Las condiciones de borde para el problema se presentan en la Tabla 1.

Pared	$\vec{U}[\mathrm{m/s}]$	$k[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2]$	$\omega[1/s]$	$ u_t [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}] $	$p[\mathbf{m}^2/\mathbf{s}^2]$
bottom	(0;0;0)	0	OWF	SWF	$\vec{\nabla} p \cdot \vec{n} = 0$
top	$\vec{\nabla}\vec{U}\cdot\vec{t}=0$	$\vec{\nabla}k\cdot\vec{n}=0$	$\vec{\nabla}\omega\cdot\vec{n}=0$	calculated	$\vec{\nabla}p\cdot\vec{n}=0$
inlet	(0,096;0;0)	$k_{inlet}$	$\omega_{inlet}$	calculated	$\vec{\nabla}p\cdot\vec{n}=0$
outlet	$\vec{\nabla}\vec{U}\cdot\vec{n}=0$	$\vec{\nabla}k\cdot\vec{n}=0$	$\vec{\nabla}\omega\cdot\vec{n}=0$	calculated	0

Tabla 1: Condiciones de borde, donde OWF indica una ley de pared para  $\omega$  (OmegaWallFunction), SWF indica la ley de pared continua de Spalding et al. (1961),  $k_{inlet}$  y  $\omega_{inlet}$  se encuentran en la Tabla 2 y la condición calculated no está diseñada para ser evaluada; el valor se asigna mediante la asignación de campos.

Casos	$k_{inlet}$	$\omega_{inlet}$	
$\omega_{f1}$	$9,5 \times 10^{-8}$	$9,5 \times 10^{-4}$	
$\omega_{f2}$	$9,5 \times 10^{-6}$	$9,5 \times 10^{-2}$	
$\omega_{f3}$	$9,5 \times 10^{-4}$	9,5	

Tabla 2: Condiciones de borde, para cada caso evaluado.

Como se observa en la Tabla 1, se evaluaron tres casos donde k y  $\omega$  se modificaron respetando que la viscosidad turbulenta del flujo libre sea  $1 \times 10^{-4}$ . En la siguiente sección se discutirán los resultados obtenidos.

#### 4. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada modelo previos a su combinación con el objetivo de resaltar las ventajas y desventajas de cada uno. Comenzando con el modelo  $k - \omega$  Low Reynolds, se observa en la Fig. 1.(a) el perfil de energía cinética turbulenta donde para los tres casos no se ve afectado por las variaciones del valor de  $\omega_f$  (valor de  $\omega$  en el flujo libre) permitiendo capturar el pico de energía cinética turbulenta. Respecto a los perfiles de velocidad, en la Fig. 1.(c) vemos que son independientes de los diferentes valores de  $\omega_f$ . La desventaja de este modelo se observa en la Fig. 1.(b) con el perfil de  $\nu_t = \alpha^* k/\omega$ . Allí se ve que el perfil de  $\nu_t$  cambia con  $\omega_f$  debido a que  $\alpha^* \approx 1$ , k no cambia y  $\omega_f$  disminuye, haciendo que el valor de flujo libre de  $\nu_t$  se vea afectado.



Figura 1: Perfiles de  $k^+$ ,  $\nu_t$  y  $u^+$  para el modelo  $k - \omega$  Low Reynolds

El segundo modelo utilizado ( $k - \omega$  SST), fue pensado para eliminar la dependencia de  $\omega_f$  del modelo anterior tal como menciona Menter (1994) (véase Fig. 2.(b)). La desventaja de este

modelo es su deficiencia en capturar el perfil de energía cinética turbulenta (véase Fig. 2.(a)), a pesar de esta desventaja logra calcular el perfil de velocidades con una buena aproximación a los resultados experimentales tal como se observa en la Fig. 2.(c).



Figura 2: Comparación de los perfiles de  $k^+$ ,  $\nu_t$  y  $u^+$  para el modelo  $k - \omega$  SST.

Finalmente en las Figs. 3.(a), 3.(b) y 3.(c) se presentan los resultados obtenidos con el modelo propuesto. Los perfiles de k y  $u^+$  tienen un excelente acuerdo con los resultados de simulación directa numérica de Moser et al. (1999) incluyendo el pico esperado para el cual se introdujeron las correcciones de bajo número de Reynolds. Respecto al perfil de  $\nu_t$  se observa su independencia de  $\omega_f$  tal como se espera de los modelos  $k - \omega$  SST. Estos resultados validan las capacidades del nuevo modelo  $k - \omega$  SST Low Reynolds.



Figura 3: Comparación de los perfiles de  $k^+$ ,  $\nu_t$  y  $u^+$  para el modelo  $k - \omega$  SST Low Reynolds.

#### 5. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos destacan que el modelo  $k - \omega$  Low Reynolds, al incorporar correcciones viscosas, proporciona una representación precisa del perfil de energía cinética turbulenta cerca de las superficies sólidas. Sin embargo, la variabilidad en el valor de  $\omega_f$  puede afectar la viscosidad turbulenta en ciertas áreas del dominio, introduciendo incertidumbre en estas regiones. Por otro lado, el modelo  $k - \omega$  SST demuestra una mejor capacidad para capturar el perfil de velocidades en el flujo libre en comparación con el modelo  $k - \omega$  Low Reynolds, aunque presenta limitaciones en la predicción del perfil de energía cinética cerca de los bordes sólidos.

La incorporación de correcciones viscosas al modelo  $k - \omega$  SST mejora significativamente la precisión en la representación de la energía cinética turbulenta cerca de las superficies sólidas, al

combinar las fortalezas de ambos modelos. En resumen, el modelo  $k - \omega$  SST con correcciones viscosas ofrece un balance favorable entre la captura del perfil de energía cinética cerca de superficies sólidas y la representación del flujo libre.

Se puede concluir que las modificaciones efectuadas en el modelo  $k - \omega$  SST Low Reynolds han tenido el efecto deseado sobre los casos evaluados, mejorando el cálculo del perfil de ksin alterar el perfil de velocidades. A pesar de las diferencias observadas en los perfiles de k y  $\nu_t$ , el perfil de velocidad se calcula de manera adecuada en todos los casos estudiados, lo que demuestra la robustez de las modificaciones implementadas.

Es importante destacar que, aunque el incremento en el tiempo de cálculo debido a estas correcciones es mínimo, la reducción en el error del cálculo del perfil de k es significativa. Esto aporta información valiosa al modelo, permitiendo una comparación más precisa del perfil de k con datos experimentales.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el financiamiento provisto por la ANPCyT mediante el proyecto PICT-2018-03106 "Simulación computacional de flujos particulados turbulentos aplicados a sistemas fluido-sólido y fluido-fluido". Se reconoce también el aporte de los desarrolladores y las comunidades asociadas a los proyectos OpenFOAM®, Octave, Inkscape y Paraview® cuyas herramientas fueron utilizadas en este trabajo. Este trabajo es parte del proyecto PID-UTN-8685 "Métodos numéricos para flujos a bajos números de reynolds con aplicaciones en ingeniería civil y mecánica"

## REFERENCIAS

- Chien K. Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-reynolds-number turbulence model. *AIAA Journal*, 20(1):33–38, 1982.
- Cortes F. y Damián M. Evaluación de modelos turbulentos para la obtención del perfil energía cinética turbulenta. Flujo en placa plana. *Mecánica Computacional*, 40(10):413–422, 2023.
- Jones W. y Launder B. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of heat and mass transfer*, 15(2):301–314, 1972.
- Lam C. y Bremhorst K. A modified form of the k- model for predicting wall turbulence. *Journal* of *Fluids Engineering*, 103(3):456–460, 1981.
- Launder B. y Sharma B. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, 1(2):131–137, 1974.
- Menter F. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- Menter F., Langtry R., y Völker S. Transition modelling for general purpose cfd codes. *Flow, turbulence and combustion*, 77:277–303, 2006.
- Moser R., Kim J., y Mansour N. Direct Numerical Simulation of turbulent channel flow up to re $\tau$ = 590. *Physics of fluids*, 11(4):943–945, 1999.
- Spalding D. et al. A single formula for the law of the wall. *Journal of Applied Mechanics*, 28(3):455–458, 1961.
- Wilcox D. Turbulence modeling for cfd. DCW industries, La Canada, 1998.