Asociación Argentina de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XLII, pp. 879-889
A. Caggiano, G. Etse, P. Folino, M. Goldschmit, M. Pucheta, M. Storti (Eds.)
E. López, A. Lombardi, M. Olguin (Issue eds.)
Buenos Aires, November 11-14, 2025

PROPIEDADES LINEALES DE LOS POLINOMIOS TRIGONOMÉTRICOS Y SUS APLICACIONES

LINEAR PROPERTIES OF TRIGONOMETRIC POLINOMIALS WITH APPLICATIONS

Dante E. Wojtiuk

Universidad Europea del Atlántico (UNIATLANTICO), dantewo@gmail.com

Palabras clave: Polinomios Trigonométricos, Funciones Asincrónicas Senoidales, Matrices Asincrónicas Senoidales, Recursividad. Análisis Funcional.

Resumen: El presente trabajo sintetiza una investigación matemática y algorítmica del autor. En el mismo se resumirán descubrimientos relacionados al mapeo de polinomios trigonométricos restringidos, los cuales se han denominado Funciones Asincrónica Senoidales (FAS), mapeados en matrices reales de dimensión afín, denominadas Matrices Asincrónicas Senoidales (MAS). Del análisis de esos mapeos, surgirán una serie de propiedades y aplicaciones, las cuales se presentarán y ejemplificarán a lo largo del presente. Dada la naturaleza necesariamente resumida del presente trabajo, se ha balanceado su contenido, de tal modo que las bases matemáticas mencionadas sean claras y suficientes, pero dejando espacio para los ejemplos y aplicaciones. Las aplicaciones brindarán la posibilidad – inédita, a juicio del autor – de identificar las frecuencias componentes de una señal basada en polinomios trigonométricos por métodos algebraicos, distintos y novedosos respecto a las Series de Fourier, y con mayor flexibilidad algorítmica para el tratamiento y reconstrucción con respecto a señales ponderadas y/o definidas en intervalos (picewise).

Keywords: Trigonometric Polynomials, Recursivity.

Abstract: This work summarizes the author's algorithmic and mathematical research. It summarizes discoveries related to the mapping of restricted trigonometric polynomials, which have been called Asynchronous Sinusoidal Functions (ASF), mapped onto certain reals matrices, called Asynchronous Sinusoidal Matrices (ASM). From the analysis of these mappings, a series of properties and applications will emerge, which will be presented and exemplified throughout. Given the necessarily summarized nature of this work, its content has been balanced so that the aforementioned mathematical foundations are clear and sufficient, while leaving room for examples and applications. The applications will provide the possibility - unprecedented, in the author's point of view - of identifying the component frequencies of a signal based on trigonometric polynomials using algebraic methods, which are distinct and novel with respect to Fourier Series, and with greater flexibility with respect to weighted and/or interval-defined (picewise) signals.

ISSN: 2591-3522 DOI: 10.70567/mc.v42.ocsid8583

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está íntegramente orientado al análisis de la relación de secuencias numéricas cuya expresión funcional corresponden a polinomios trigonométricos finitos y restringidos, los cuales se han denominado Funciones Asincrónicas Senoidales (**FAS**), y su correspondiente mapeo en matrices de un tamaño adecuado para tales definiciones. Dichas matrices se han denominado Matrices Asincrónicas Senoidales (**MAS**). Originado en una investigación algorítmica, esta ha conllevado a descubrimientos matemáticos fundamentales. Se presentarán los descubrimientos, las propiedades y las aplicaciones derivadas de aquellas

1.1 Definición de acrónimos

Los siguientes acrónimos serán de uso común en todo el trabajo:

- **FAS**: Función Asincrónica Senoidal.
- **MAS**: Matriz Asincrónica Senoidal.
- **FPS**: Factorización Paramétrica Senoidal.
- **DFT**: Discrete Fourier Transform (Transformada Discreta de Fourier)

2 DEFINICIONES PRELIMINARES

Las siguientes definiciones no difieren significativamente de sus homólogos y/o equivalentes en literatura científica, más precisamente en referencias de algebra lineal, análisis funcional, tratamiento de señales. Pero dado que – a juicio del autor – siempre hay un margen de interpretación o diferencia según la vertiente invocada, ha considerado menester consolidar esos conceptos en las siguientes definiciones, de invocación general a lo largo del presente.

2.1 Vector de Evolución

El Vector de Evolución es un vector real de n x 1, que pos multiplica a una matriz de tamaño afín. A modo ilustrativo, en el presente desarrollo tendrá un rol similar al vector de Estado en los procesos (cadenas) de Márkov.

2.2 Matriz de Evolución

Análogamente al Vector de Evolución, la Matriz de Evolución es una matriz cuadrada real que pos multiplica a una matriz de tamaño correspondiente

2.3 Matriz Semilla

La Matriz Semilla será una matriz cuadrada real. En general, es la matriz que será pos multiplicada por el Vector de Evolución o la Matriz de Evolución.

2.4 Matriz Larga

Una Matriz Larga es una matriz real en la cual el número de filas es un múltiplo del número de columnas.

2.5 Determinante Enventanado

El concepto de Determinante Enventanado aplica al cálculo de una sub matriz cuadrada de tamaño 2n, tomada de una Matriz Larga de tamaño $m \times 2n$ (con $m > 2n$),

2.6 Vector Consecutivo

El Vector Consecutivo es una columna con paso incremental con respecto a la **MAS** de referencia, y basado en la misma **FAS**. Simbólicamente:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{cons(i,j)}} = \mathrm{F}_{\mathrm{AS}}(x + \rho_i + \kappa_{2n+1}, \mathrm{n}, \theta, C).$$

Y tendrá tantos términos como filas la **MAS** referida.

3 FUNCIONES ASINCRONICAS SENOIDALES (FAS)

3.1 Definición

Una Función Asincrónica Senoidal de **grado n** es un polinomio trigonométrico de ***n*** términos con variable real y aplicado en los reales, en el cual en cada termino la función senoidal está asociada a respectivos pesos y frecuencias[1]. A diferencia de las series de Fourier, la definición involucra una de las dos funciones a saber, seno o coseno.

Sea:

$$F_{AS}(x,n,\theta,C): x \in R, \theta \in R^n, C \in R^n, n \in \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{R} \setminus F_{AS}(x,n,\theta,C) = \sum_{i=1}^{n} C_i cos(x.\theta_i) \qquad (1)$$

Donde:

$$\begin{cases} n \in \mathcal{N} \\ x \in \mathcal{R}, \theta \in R^n, C \in R^n \\ \theta_i \neq 0;\ \theta_i \neq r\pi + \theta_j \forall\, r,i,j \in \mathcal{N} \end{cases}$$

3.2 FAS - ejemplos

A modo de ejemplo, se presentan a continuación algunas FAS de distintos grados.

3.2.1 FAS - Grado 1

$$\boldsymbol{F_{AS}(x, 1, \theta, C) = 1.7847.cos(7.2984x)}$$

Donde:

$$\begin{cases} \mathrm{C} = 1.7847 \\ \theta = 7.2984 \\ x \in \mathcal{R} \\ n = 1 \end{cases}$$

3.2.2 FAS - Grado 2

$$\boldsymbol{F_{AS}(x, 2, \theta, C) = 1.057.cos(0.75x) + 3.271.cos(2.915x)}$$

Donde:

$$\begin{cases} C_1 = 1.057;\ C_2 = 3.271 \\ \theta_1 = 0.75;\ \theta_2 = 2.915 \\ x \in \mathcal{R} \end{cases}$$

[1] Esta frecuencia, como se verá, es arbitraria, no implica ninguna relación con las frecuencias de los otros sumandos del polinomio, de aquí la '*Asincronía*', como contraparte a la '*Sincronía'* obtenida en el cálculo simbólico de las Series de Fourier.

4 MATRIZ ASINCRONICA SENOIDAL (MAS)

Una **Matriz Asincrónica Senoidal** (**MAS**) de **tamaño 2n** es una matriz cuadrada**,** resultante del mapeo de una FAS de grado **n** a dicha matriz.
La Matriz Asincrónica Senoidal tiene dos parametrías asociadas:

- La propia de la **FAS** que se mapea, es decir:
  - El valor inicial de la variable independiente (x)
  - Pesos
  - Frecuencias
- La propia de la **MAS**:
  - Pasos Fila
  - Pasos Columna
  - A su vez, esta parametría particular puede ser:
    - **Regular**: pasos regulares para filas y/o columnas
    - **Irregular**: pasos distintos para cada fila y/o columna
    - **Hibrida**: regular por filas, irregular por columnas o viceversa.

$$\mathrm{M_{AS_{(F_{AS})}}}^{2\mathrm{n}\times 2\mathrm{n}} : \mathcal{R} \to \mathcal{R}^{2n} \setminus \mathrm{M_{AS_{i,j}}} = \mathrm{F_{AS}}(\mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{i},\mathrm{j}), \mathrm{n}, \theta, \mathrm{C}) = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{C_k} \cos(\mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{i},\mathrm{j}).\theta_k); \mathrm{i},\mathrm{j},\mathrm{k} \in \mathcal{N} \qquad (2)$$

Donde $f(x,i,j) = x + i\boldsymbol{P} + j\boldsymbol{K}; \boldsymbol{P}, \boldsymbol{K} \in \mathcal{R}$, es una función *lineal,* arbitraria en los reales. Siendo **i, j** los índices de fila y columna del término en la matriz, y $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{K}$, los **pasos fila** y **columna** en la parametría de la **MAS.**

4.1 MAS - Semblanza

Una **MAS** es por tanto una matriz cuadrada real de tamaño 2n, en la cual se mapea una **FAS** de grado n. Aparte de la parametría que '*hereda'* de la **FAS** referida, se incorpora una parametría propia de la matriz (a saber, pasos – para la variable independiente – de filas y columnas). Lo que implica para la expresión de la **FAS** asociada y mapeada en cada término un cambio de variable, ya que la variable independiente (x) se trasforma por una suma ponderada de los índices fila y columna. Dicha transformación es *lineal*. Se destaca los dos niveles de parametría, el propio de la **FAS** mapeada (pesos y frecuencias, valor inicial de la variable independiente) y el propio de la **MAS** (pasos entre filas y columnas, los cuales pueden regulares, irregulares o híbridos).

5 MAS - PROPIEDADES

Se han identificado propiedades interesantes para las **FAS** de grado n, y su relación con su mapeo a una **MAS** de orden (dimensión) 2n. La primera es la siguiente:

5.1 Teorema: valor del determinante de una MAS

El determinante de una Matriz Asincrónica Senoidal es independiente del valor de la variable libre, dependiendo exclusivamente de las parametrías de la **FAS** mapeada y de la **MAS** asociada a aquella.

5.2 Demostración

Para la demostración del teorema, se factoriza la **MAS** en la siguiente

5.2.1 Factorización Paramétrica Senoidal (FPS)

Una **MAS** puede ser factorizada en 4 matrices, como se expresa en las siguientes ecuaciones:

$$MAS = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{n}(C_i \cos(\theta_i x)) & \dots & \sum_{i=1}^{n}(C_i \cos(\theta_i[x+\kappa_{2n}])) \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^{n}(C_i \cos(\theta_i[x+\rho_{2n}]) & \dots & \sum_{i=1}^{n}(C_i \cos(\theta_i[x+\rho_{2n}+\kappa_{2n}])) \end{vmatrix}^{2n\,x\,2n} = M_{\rho}.\, M_C.\, M_x.\, M_{\kappa} \qquad (3)$$

Donde:

$$M_{\rho} = \begin{vmatrix} \cos(0\theta_1) & \cos(0\theta_2) & \dots & \cos(0\theta_n) & -\sin(0\theta_1) & -\sin(0\theta_2) & \dots & -\sin(0\theta_n) \\ \cos(\theta_1\,\rho_1) & \cos(\theta_2\,\rho_1) & \dots & \cos(\theta_n\,\rho_1) & -\sin(\theta_1\,\rho_1) & -\sin(\theta_2\,\rho_1) & \dots & -\sin(\theta_n\,\rho_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos(\theta_1\,\rho_{2n}) & \cos(\theta_2\,\rho_{2n}) & \dots & \cos(\theta_s\,\rho_{2n}) & -\sin(\theta_1\,\rho_{2n}) & -\sin(\theta_2\,\rho_{2n}) & \dots & -\sin(\theta_s\,\rho_{2n}) \end{vmatrix}^{2n\,x\,2n} \qquad (4)$$

$$M_C = diag(C_1, C_2, \dots, C_n, C_1, C_2, \dots, C_n). \qquad (5)$$

$$M_x = \begin{vmatrix} \cos(x\theta_1) & 0 & \dots & 0 & \sin(x\theta_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cos(x\theta_2) & \dots & 0 & 0 & \sin(x\theta_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sin(x\theta_1) & 0 & 0 & \cos(x\theta_n) & -\cos(x\theta_1) & & & \\ \dots & \sin(x\theta_2) & \dots & \dots & \dots & -\cos(x\theta_2)\dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & & 0 & 0 & 0 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots. \\ 0 & 0 & 0 & \sin(x\theta_n) & & & & -\cos(x\theta_n) \end{vmatrix}^{2n\,x\,2n} \qquad (6)$$

$$M_{\kappa} = \begin{vmatrix} \cos(0\theta_1) & \cos(\kappa_1\theta_1) & \dots & \cos(\kappa_{2n}\theta_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos(0\theta_n) & \cos(\kappa_1\theta_n) & \dots & \cos(\kappa_{2n}\theta_n) \\ \sin(0\theta_1) & \sin(\kappa_1\theta_1) & \dots & \sin(\kappa_{2n}\theta_1) \\ \dots & & & \\ \sin(0\theta_n) & \sin(\kappa_1\theta_n) & \dots & \sin(\kappa_{2n}\theta_n) \end{vmatrix}^{2n\,x\,2n} \qquad (7)$$

Para todos los casos:

$$\text{Para}\left[M_\rho;\ M_C; M_x; M_\kappa\right]:\begin{cases}\theta_i: \text{frecuencia i} - \text{esima}\\ \boldsymbol{C}_i: \text{peso i} - \text{esimo}\\ \rho_1: \text{paso fila i} - \text{esimo}\\ \kappa_i: \text{paso columna i} - \text{esimo}\\ x: \mathit{variable\ independiente}\end{cases}$$

La verificación de esta factorización es inmediata, surge de la aplicación de las identidades trigonométricas siguientes:

$$\cos\left(\alpha \pm \beta\right) = \cos(\alpha)\cos\left(\beta\right) \mp \sin(\alpha)\sin\left(\beta\right) \tag{8}$$

$$\sin\left(\alpha \pm \beta\right) = \sin(\alpha)\cos\left(\beta\right) \pm \cos(\alpha)\sin\left(\beta\right) \tag{9}$$

(Piskunov, 1980).

5.2.2 FPS – denominaciones y características

A efectos de identificar conceptualmente las matrices factores, previamente definidas, se denominarán a continuación:

$$\begin{cases} M_\rho: \text{Matriz paso fila}\\ M_C: \text{Matriz de Pesos}\\ M_x: \text{Matriz de la variable libre}\\ M_\kappa: \text{Matriz paso columna}\end{cases}$$

La **FPS** permite factorizar una **MAS** en 4 matrices bien diferenciadas, las de los extremos del producto ($M_\rho\ y\ M_\kappa$) son puramente paramétricas, es decir: sus términos excluyen la variable independiente, al igual que la Matriz de Pesos M_C , siendo ésta una matriz Diagonal que repite los Coeficientes ponderadores en orden; y sólo la matriz intermedia (M_x, de la variable libre) en tal producto, incluye la variable independiente, asociada a las correspondientes frecuencias por columna. Cabe destacar que M_ρ se construye en base a las frecuencias (de la **FAS** asociada), y los pasos fila, mientras M_κ se asocia a las mencionadas frecuencia y los pasos columna de la **MAS**, así factorizada.

5.2.3 FPS – conclusion

De acuerdo a las matrices factores así definidas en la **FPS**, sólo una de ellas está asociada a la variable independiente. Y esa matriz es unitaria, v.g: el valor de su determinante es 1. Con lo que la demostración es completa.

6 FPS – COROLARIOS

De la demostración anterior, se destacarán corolarios de aplicación inmediata, a saber:

6.1 FAS – recursividad lineal

Por la **FPS** se puede inferir que las **FAS** de grado n son recursivas lineales de orden $2n^2$.

6.2 Vector de Evolución del sistema ampliado

Sea el sistema ampliado:

$$\langle M_{AS} | V_{cons} \rangle \tag{10}$$

Constituido por la **MAS** y el Vector Consecutivo. Por las propiedades de la **FPS**, el Vector de Evolución (solución del sistema), es puramente paramétrico. Es decir, depende – *exclusivamente* – de las frecuencias de la **FAS** (base del mapeo), y de los pasos fila y columna de la **MAS**, respectivamente. Su cálculo se desprende del teorema (regla) de Cramer. Y al calcularse como un cociente de determinantes, es puramente paramétrico. Y – por la misma razón – se cancela en su expresión los pesos asociados a cada término de la **FAS** base.

6.3 Vector de Evolución – Ejemplos para pasos regulares

Se presenta a continuación las expresiones del Vector de Evolución para **MAS** regulares de órdenes 2, 3 y 4.

6.3.1 Vector de Evolución MAS - orden 2

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 2\cos(\theta\kappa) \end{bmatrix} \tag{11}$$

6.3.2 Vector de Evolución MAS - orden 4

$$\boldsymbol{V_{Ev(2)}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{-1} \\ \boldsymbol{2[cos(\kappa\Theta_1) + cos(\kappa\Theta_2)]} \\ \boldsymbol{-2[1 + 2cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_2)]} \\ \boldsymbol{2[cos(\kappa\Theta_1) + cos(\kappa\Theta_2)]} \end{bmatrix} \tag{12}$$

6.3.3 Vector de Evolución MAS - orden 6

$$\boldsymbol{V_{Ev(3)}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{-1} \\ \boldsymbol{2[cos(\kappa\Theta_1) + cos(\kappa\Theta_2) + cos(\kappa\Theta_3)]} \\ \boldsymbol{-4[cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_2) + cos(\kappa\Theta_2)cos(\kappa\Theta_3) + cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_3)] - 3} \\ \boldsymbol{4[2.\,cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_2)cos(\kappa\Theta_3) + cos(\kappa\Theta_1) + cos(\kappa\Theta_2) + cos(\kappa\Theta_3)]} \\ \boldsymbol{-4[cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_2) + cos(\kappa\Theta_2)cos(\kappa\Theta_3) + cos(\kappa\Theta_1)cos(\kappa\Theta_3)] - 3} \\ \boldsymbol{2[cos(\kappa\Theta_1) + cos(\kappa\Theta_2) + cos(\kappa\Theta_3)]} \end{bmatrix} \tag{13}$$

En los casos anteriores, el parámetro $\boldsymbol{\kappa}$ corresponde al <u>paso columna</u>.

7 FAS – IDENTIFICACION ALGEBRAICA DE FRECUENCIAS

De las expresiones del vector de Evolución para distintos órdenes, surgirá un método para

---

[2] El *'grado'* aplica a la cardinalidad de términos del polinomio trigonométrico (v.g: la FAS), mientras el '*orden*' refiere al orden de la recursividad.

la identificación de las frecuencias componentes de la **FAS** base. Dicho método asocia las expresiones del vector de evolución a una matriz compañera (la cual surge como la solución de un sistema <MAS|**MAS$_{\mathbf{consecutiva}}$** >, es decir donde se desplaza la **MAS** inicial una columna a la izquierda), sobre la cual – finalmente – se calculan los valores propios (O'Connor, 2001). Y de ellos surge las frecuencias componentes de la FAS base, v.g: las frecuencias de la señal mapeada. Ejemplo: para una Matriz compañera asociada a un Vector de Evolución de orden 2:

$$Eigenvalues \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2\cos(\Theta) \end{bmatrix} = \lambda_{1,2} = \cos(\Theta) \pm \sqrt{\cos(\Theta)^2 - 1} \qquad (14)$$

8 FAS – ALGORITMO PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE UNA SEÑAL NUMÉRICA

De lo anterior, surge un algoritmo que permite:

- Identificar las frecuencias componentes de una **FAS** base de una señal o bien su aproximación.
- A partir de la identificación de las frecuencias, determinar los pesos y pasos (filas y columnas) que optimicen la aproximación.

Es de destacar que tal algoritmo puede operar sobre matrices largas y con cierta bondad de ajuste respecto a señales con ruido (para el caso: **FAS** distorsionadas con ruido aleatorio).

8.1 Algoritmo de reconstrucción – ventajas comparativas

El algoritmo descrito presenta ventajas comparativas para señales análogas a **FAS** o aproximadas, pero donde en el mapeo matricial han operado ponderaciones por filas y/o desplazamientos. Para ilustrarlo, se presentará un ejemplo de aplicación de Series de Fourier para aproximar una señal basada en un polinomio trigonométrico de sólo 2 frecuencias, pero definido por intervalos, para cada uno de los cuales se ha operado un escalado y una fase distinta.

8.2 Serie de Fourier continua sobre la función

Como puede observarse en la figura 2 la aproximación continua, utilizando 10 frecuencias es pobre, debido a la sensibilidad de esta técnica respecto a la ponderación y desfasado (*Fenómeno de Gibbs*) (O'Neil, 2004). El algoritmo basado en **FAS** subsana ese problema, debido a que las ponderaciones y fases (para el mapeo por fila) son transparentes en su tratamiento.

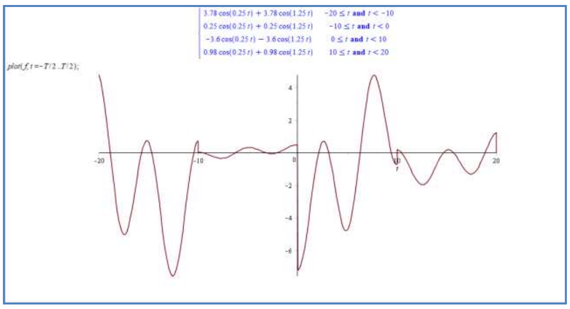

Figura 1: Señal trigonométrica definida por intervalos.

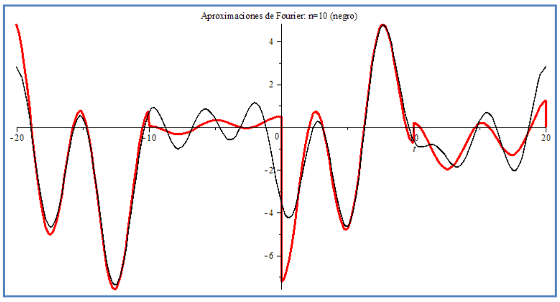

Figura 2: Aproximación continua por Series de Fourier (10 frecuencias).

8.3 Ejemplo: DFT sobre la función

Como puede observarse en la figura 4 la aplicación de la **DFT** a la señal discretizada (*40 valores, paso unitario*) genera al menos *15 frecuencias,* no despreciables (Mannolakis, 2010). Nuevamente: las frecuencias constituyentes son sólo dos, como puede verificarse en la definición funcional.

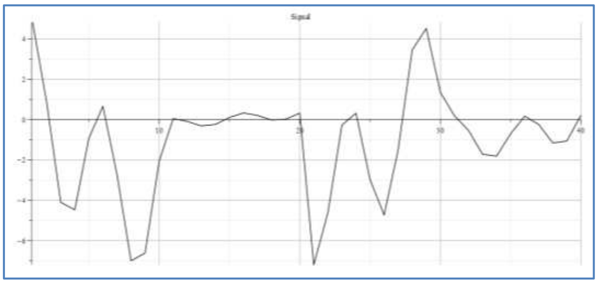

Figura 3: Graficación discreta de la señal anterior.

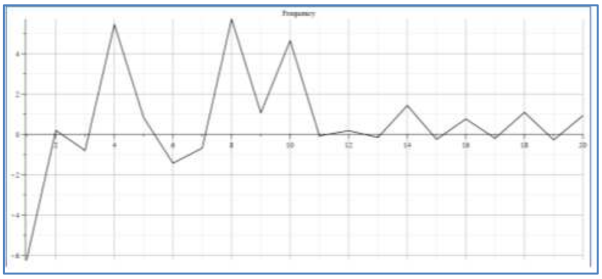

Figura 4: Frecuencias generadas por la aplicación de **DFT** a la señal discretizada.

9 EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y PARAMETRIA RESULTANTE

De acuerdo a la definición de las **FAS** y los principios algorítmicos mencionados, la parametría necesaria para la reconstrucción de una señal mapeada a una matriz larga (correspondiente al espacio afín a una/s **MAS** exactas o aproximadas) define el Ratio de Compresión. Este tiene dos formas, a saber: si la señal es continua o bien ponderada por intervalos (v.g: filas en el mapeo). Las correspondientes expresiones son las siguientes:

$$R_c = \frac{1}{N} \tag{15}$$

$$R_P = \frac{N+M}{N.M} \tag{16}$$

Donde: R_c: ratio de compresión (continuo), R_P: ratio de compresión ponderado, M = cantidad de columnas, N = cantidad de filas, ambos naturales.

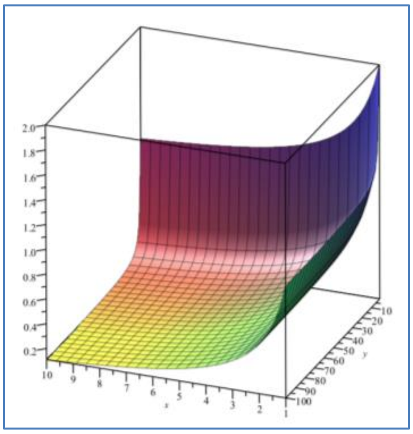

Figura 5: Representación continua del ratio de compresión. Este decae asintóticamente con el incremento de columnas y filas.

10 ALGUNOS EJEMPLOS DE RECONSTRUCCIÓN

A continuación, se listan algunos ejemplos simples de reconstrucción de señales mapeadas a matrices largas, con métricas de precisión y el ratio de compresión mencionado.

Las referencias de las columnas son las siguientes:

- Grado: el grado de la FAS mapeada
- Frecuencias: listado de frecuencias (separadas por “;”; para grados mayores se detalla la función generadora)
- Pesos: listado de pesos (asociados a las frecuencias, por su orden, mismas consideraciones para grados mayores)
- Filas/columnas: la cantidad de filas y columnas de la matriz larga mapeada
- Cardinalidad: la cantidad de elementos de la matriz
- R: coeficiente de correlación (señal reconstruida paramétricamente vs. señal original)
- Ratio: el ratio de compresión (tal cual definido previamente, es decir cardinalidad de los parámetros necesario para la reconstrucción vs. cardinalidad de elementos de la señal mapeada)

Grado	**Frecuencias**	**Pesos**	**Filas / columnas**	**Cardinalidad**	**R**	**Ratio (continuo)**	**Ratio (ponderado por filas)**
4	0.25;1.1547;2.3;5	1;2;4;6;11	80/4	320	1.000	0.0315	0.3
7	0.1;1.12;1.357;2.37;3.65;4.78;6.5401	3;-2;1.5;1;0.5;8;-4.21;3.05	140/7	980	0.999874	0.0148	0.174
11	f->n*n/3	p->cos(n)+0.3*n	220/11	2420	0.99954	0.1	0.29
50	f->cos(n*n/3)+0.05*n	p->ln(n)+0.1*n	1000/50	5000	0.998741	0.1	0.22

Tabla 1: Listado de Señales basadas en **FAS** y su reconstrucción. R es el coeficiente de correlación.

11 CONCLUSIONES

Los hallazgos resumidos en el presente, son aportes en los ámbitos de trigonometría, recursividad y algebra lineal. Y amplían las posibilidades de análisis funcional, como así también sientan las bases para algoritmia alternativa en el tratamiento de señales.

REFERENCIAS

De La Fuente O'Connor, J. L. *Técnicas de cálculo para Sistemas de Ecuaciones, Programación Lineal, y Programación Entera*. Barcelona: Editorial Reverté, 2001.

Mannolakis, G. *Dinámica de Sistemas y Control*. Thompson, 2012. ISBN 970-686-041-X.

O'Neil, P. *Advanced Engineering Mathematic*s. Thompson, 2004.

Piskunov, N. *Cálculo Diferencial e Integral*. Moscú: Editorial MIR. 1980