

## **DESARROLLO DE UN DISPOSITIVO EXPERIMENTAL PARA EL ANÁLISIS DE MODOS Y FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN EN UNA CUERDA ELÁSTICA TENSADA**

### **DEVELOPMENT OF AN EXPERIMENTAL DEVICE FOR THE ANALYSIS OF VIBRATION MODES AND FREQUENCIES IN A STRETCHED ELASTIC STRING**

**Valentín Garrido<sup>a</sup>, Sebastián Zorzón<sup>a</sup>, Elías Monzón<sup>b</sup>, Matías Orué<sup>b</sup>, Santiago Márquez Damián<sup>b</sup> y Federico J. Cavalieri<sup>a,b</sup>**

<sup>a</sup>*Grupo de Investigación en Enseñanza de la Ingeniería - GIEDI UTN Facultad Regional Santa Fe - Lavaise 610, Santa Fe, Argentina*

<sup>b</sup>*Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC)-UNL/CONICET, Predio CONICET Santa Fe, Colectora Ruta Nac. 168, Km 472, Paraje El Pozo, Santa Fe, Argentina*

**Palabras clave:** Fourier, cuerda vibrante, elementos finitos, generador de ondas.

**Resumen.** En este trabajo se estudian los modos y las frecuencias de vibración de una cuerda elástica tensada mediante modelos analíticos, métodos numéricos y, experimentos a través de un dispositivo de construcción propia. El dispositivo emplea un generador de frecuencias variable acoplado a un amplificador de audio encargado de accionar un parlante cuya vibración se transmite a la cuerda generando ondas transversales estacionarias. Los resultados experimentales obtenidos se contrastan primero con el modelo matemático clásico de la cuerda vibrante resuelto a partir de series de Fourier y luego con simulaciones realizadas mediante el Método de los Elementos Finitos. A partir de las soluciones obtenidas, los estudiantes pudieron observar: i) la concordancia y las limitaciones de los modelos analíticos y numéricos; ii) la integración interdisciplinaria entre las asignaturas de tercer y cuarto año de la carrera de Ingeniería Mecánica de la UTN y iii) la motivación que desperta el abordaje de un problema de matemática aplicado a un caso real.

**Keywords:**Fourier, vibrating string, finite element method, wave generator.

**Abstract.** This work studies the modes and frequencies of vibration of a stretched elastic string through analytical models, numerical methods, and experiments using a custom-built device. The device employs a variable frequency generator coupled to an audio amplifier that drives a speaker. The speaker's vibration is transmitted to the string, generating stationary transverse waves. The experimental results are first compared with the classical mathematical model of a vibrating string, solved using Fourier series, and then with simulations performed using the finite element method. Based on the obtained solutions, students were able to observe: (i) the agreement and limitations of the analytical and numerical models; (ii) the interdisciplinary integration between third- and fourth-year courses in the Mechanical Engineering program at UTN; and (iii) the motivation sparked in students by addressing a mathematical problem applied to a real-world case.

## 1. INTRODUCCIÓN

La comprensión de los conceptos asociados a los fenómenos vibratorios es fundamental en diversas ramas de la ingeniería, ya que estos contribuyen al diseño y/o verificación de sistemas físicos reales sujetos a efectos dinámicos, como los que se encuentran en puentes de estructuras civiles, componentes mecánicos tales como las válvulas de motores de combustión interna o en señales de sistemas eléctricos, entre otras aplicaciones. Sin embargo, su enseñanza suele abordarse de manera teórica y abstracta, sin ningún ensayo experimental que genere una motivación adicional en los estudiantes. En particular, el modelado matemático de fenómenos como las vibraciones transversales en cuerdas requiere el dominio de ecuaciones diferenciales parciales o técnicas numéricas, lo que representa un desafío en alumnos de tercer año que demandan la conexión entre los conceptos matemáticos aprendidos durante la carrera y su aplicación al mundo *real*. Frente a esta problemática, se vuelve necesario explorar estrategias pedagógicas que vinculen la teoría con la experimentación y el uso de herramientas tecnológicas accesibles. En este contexto, se desarrolló una experiencia interdisciplinaria entre las asignaturas “Cálculo Avanzado”, “Teoría y Aplicaciones de Métodos de los Elementos Finitos” y “Electrónica y Sistemas de Control” de la carrera de Ing. Mecánica de la Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Santa Fe (UTN FRSF). El objetivo de este trabajo fue diseñar un dispositivo que permita visualizar los modos normales de vibración en una cuerda tensa, validar sus frecuencias obtenidas por medio del desarrollo en series de Fourier y con resultados numéricos a partir del Método de los Elementos Finitos. Pero sobre todo, este trabajo buscó fomentar el aprendizaje activo de los estudiantes que participaron en el desarrollo del dispositivo y de los estudiantes de las asignaturas mencionadas quienes son los destinatarios de las actividades propuestas. El potencial pedagógico resulta de la participación activa de los estudiantes con el dispositivo en conjunto con herramientas de simulación, análisis matemático y observación, afrontando las dificultades y limitaciones propias de cada metodología.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sec. 2 se presentan las ecuaciones analíticas para resolver el problema de la cuerda vibrante, luego en la Sec. 3 se presentan las ecuaciones para resolver el problema mediante el Método de los Elementos Finitos, la Sec. 4 describe el dispositivo experimental desarrollado y, finalmente, la Sec. 5 resume las principales conclusiones obtenidas del trabajo.

## 2. ABORDAJE DEL MODELADO MATEMÁTICO CLÁSICO DE LA ECUACIÓN DE LA CUERDA VIBRANTE

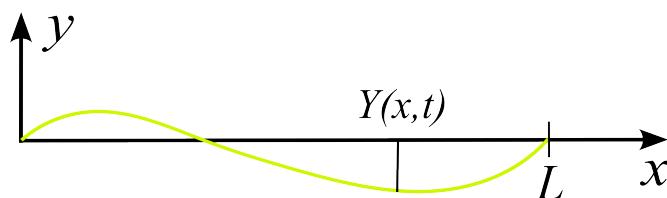


Figura 1: Esquema de una cuerda vibrando transversalmente.

El modelo matemático que representa las vibraciones transversales de una cuerda tensa fija en ambos extremos, ver Figura 1, es una ecuación en derivadas parciales como la que se muestra a continuación

$$\frac{\partial^2 Y(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 Y(x, t)}{\partial x^2} \quad (1)$$

donde  $Y(x, t)$  es la amplitud del desplazamiento vertical de la cuerda para cada punto  $x$  en un instante de tiempo  $t$ . La Ec. (1) se presenta en detalle en el libro de [Zill et al. \(2013\)](#), en la cual se han tenido en cuenta las siguientes hipótesis: i) la cuerda es perfectamente elástica y no ofrece resistencia a la deformación transversal; ii) la acción gravitatoria es despreciable frente al esfuerzo al que se somete la cuerda al deformarla y fijarla en sus extremos y iii) el movimiento de la cuerda es únicamente vertical y con la asunción de oscilaciones de pequeña magnitud. De la Ec. (1) se tiene que  $a^2 = Q/\rho$ , donde  $Q$  y  $\rho$  corresponden a la tensión de la cuerda asumida constante y  $\rho$  la densidad lineal, respectivamente. La solución analítica de la Ec. (1) se obtiene por medio del método de separación de variables donde a  $Y(x, t)$  se lo divide en una función  $X(x)$  que depende exclusivamente de la coordenada  $x$  y en otra función  $T(t)$  que depende exclusivamente del tiempo  $t$ , esto es,

$$Y(x, t) = X(x) T(t) \quad (2)$$

Introduciendo la Ec. (2) en la Ec. (1), aplicando las condiciones de borde  $Y(0, t) = 0$  y  $Y(L, t) = 0$  se puede obtener la solución analítica a la Ec. (1), esta es,

$$\begin{aligned} Y(x, t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \left[ \cos\left(\frac{n\pi a}{L}t\right) \frac{2}{L} \int_0^L Y_0(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right. \\ & \left. + \sin\left(\frac{n\pi a}{L}t\right) \frac{2}{n\pi a} \int_0^L \dot{Y}_0(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right] \end{aligned} \quad (3)$$

donde,  $Y_0(x)$  y  $\dot{Y}_0(x)$  es una amplitud inicial y una velocidad inicial, respectivamente, que perturban al sistema. De la Ec. (3), se puede extraer la función  $X(x)$

$$X(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{con } n = 1, 2, 3 \dots \quad (4)$$

la cual representa los modos de oscilación de la cuerda. Por último, la frecuencia correspondiente a cada modo de vibración se puede obtener de la Ec. (3) de la siguiente manera,

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{Q}{\rho}} \quad \text{con } n = 1, 2, 3 \dots \quad (5)$$

Las Ecs.(1-5) son las que se estudian en el curso de tercer año de Cálculo Avanzado de la UTN FRSF, donde los ejemplos son implementados en el código de software abierto [WxMaxima \(2025\)](#). Luego, se proyectan y analizan en clase algunos videos disponibles en la plataforma en línea YouTube —por ejemplo, [Pascual \(2013\)](#); [Pretec \(2014\)](#)— que muestran el comportamiento de una cuerda de algodón en vibración. Estos se comparan con los resultados obtenidos a partir de las Ecs. (3) y (5).

### 3. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA CUERDA VIBRANTE

En esta sección se presentan las ecuaciones básicas para resolver el problema de oscilaciones libres de la cuerda vibrante a través del método de elementos finitos en el entorno de programación Octave ([Eaton et al., 2025](#)) donde los resultados numéricos se comparan con los modos y las frecuencias naturales de vibración que se obtienen de las Ecs.(3,4). Por otro lado, desde un punto de vista académico, uno de los objetivos de este trabajo fue integrar la solución de

ecuaciones diferenciales resueltas a través de series de Fourier con aplicaciones de Dinámica estructural resueltas mediante un problema de autovalores y autovectores estudiados en la asignatura Teoría y Aplicaciones del Método de los Elementos Finitos, en el marco de la carrera de Ingeniería Mecánica de la UTN FRSF. Para resolver el problema de la cuerda vibrante y comparar las soluciones analíticas con las numéricas, se propuso una cuerda de longitud  $L = 0,7$  m fija en ambos extremos, una densidad lineal  $\rho = 0,00067$  kg/m y una tensión constante  $Q = 0,65$  N. Luego, para calcular los modos y las frecuencias naturales a través del MEF, la cuerda se discretiza con 50 elementos de barra restringiendo el desplazamiento vertical al inicio y al final de su longitud y luego, se resuelve el siguiente problema de autovalores y autovectores que se muestra a continuación

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (6)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masa consistente,  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez global,  $\lambda = \omega^2$  son los autovalores,  $\omega$  es la frecuencia natural del sistema y  $\mathbf{U}$  es el vector que contiene los desplazamientos globales del sistema (Vázquez Fernández y López Pérez, 2001). La Figura 2 muestra la solución analítica de los modos de oscilación de la cuerda calculada por la Ec. (4) y la solución numérica resolviendo el sistema de ecuaciones de la Ec. (6). Para la solución numérica se utilizó el software de cálculo Octave (Eaton et al., 2025) con un código de desarrollo propio. Como se puede observar, se tiene una correlación muy buena entre la solución numérica y la analítica de los modos, ver Figura 2 y sus correspondientes frecuencias de oscilación resumidas en la Tabla 2 de la Sec. 4. A modo de ejemplo, en el contexto de la materia Cálculo Avanzado se ha

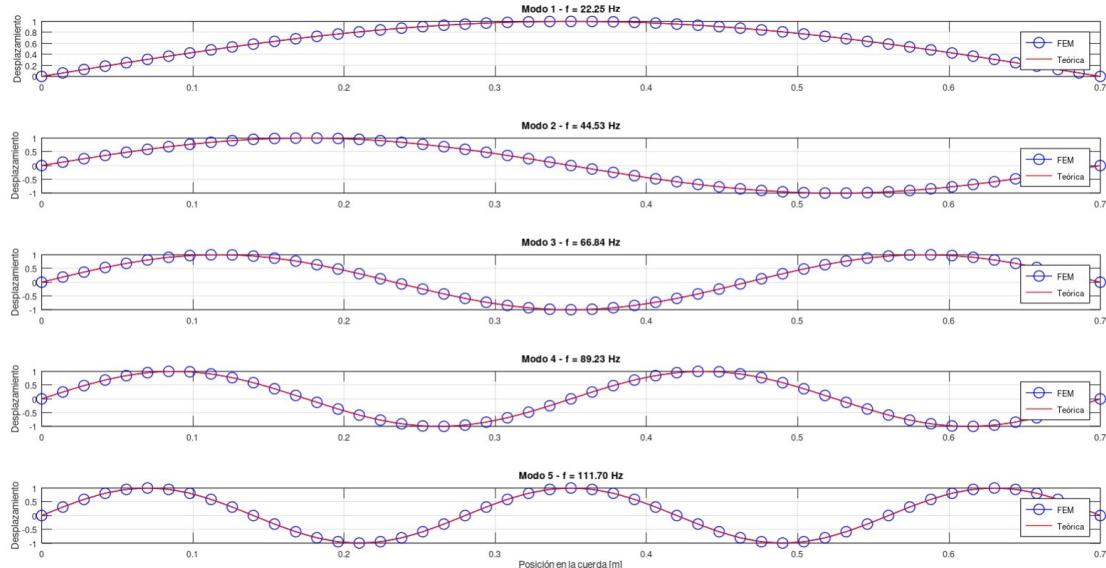


Figura 2: Comparación de la solución numérica vs. la solución analítica.

realizado un TP donde se integraron los conceptos de elementos finitos (1D) y series de Fourier que se han presentado en las Secs. 2, 3 Márquez Damián y Cavalieri (2023), en tanto que, en la materia de Elementos Finitos se aplican los conceptos que subyacen de estas secciones para el análisis dinámico de estructuras civiles y mecánicas complejas simuladas con el MEF.

#### 4. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

En esta sección se describe la construcción de un dispositivo físico capaz de replicar y observar experimentalmente los modos de vibración en la cuerda tensa y su comparación con las soluciones numéricas y analíticas descritas en las Secs. 2 y 3, respectivamente. La observación directa del comportamiento vibratorio de una cuerda real permite contrastar la teoría con la práctica, evaluando la concordancia entre ambos enfoques y resaltando el valor que aporta al aprendizaje la incorporación de los conceptos teóricos.

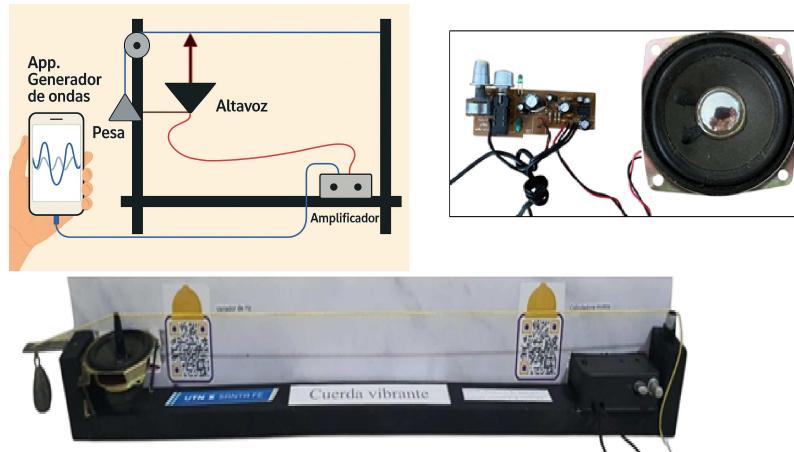


Figura 3: Esquema conceptual del dispositivo experimental (arriba izquierda), circuito amplificador (arriba derecha) y el dispositivo construido (abajo).

##### 4.1. Descripción del dispositivo experimental propuesto

El sistema representado consiste en una cuerda dispuesta horizontalmente, fija en uno de sus extremos, mientras que en el otro, se encuentra suspendido un soporte con una masa que genera tensión constante sobre la cuerda, ver Figura 3. Luego, una varilla conecta el centro de la membrana de un altavoz con un punto cercano a un extremo de la cuerda. Al accionar el altavoz mediante una señal proveniente de una aplicación para generación de ondas -a través de un amplificador-, la membrana vibra a una determinada frecuencia, que se transmite mecánicamente a la cuerda a través de la varilla. Si la frecuencia de excitación coincide con alguna frecuencia propia de vibración de la cuerda, ver Ec. (5), entonces, la cuerda debería comenzar a vibrar con una forma similar a la que se obtiene por la Ec. (2) para esa frecuencia. A continuación, se describen los componentes utilizados y el circuito implementado para la construcción del sistema parlante-amplificador. Se detallan tanto los elementos electrónicos empleados como la configuración del circuito, con el objetivo de comprender su funcionamiento y justificar las decisiones de diseño tomadas durante su desarrollo. El circuito de la Figura 4 corresponde a un amplificador de audio compacto, basado en un Circuito Integrado (CI) especializado, el cual está diseñado para amplificar señales de audio de baja potencia, contiene internamente los transistores y la configuración necesaria para la amplificación eficiente de la señal. Es comúnmente utilizado en sistemas portátiles, como radios, altavoces pequeños o dispositivos electrónicos de bajo consumo. Los componentes principales del CI son:

- **Resistencias.** Establecen las condiciones de polarización, determinan las ganancias y limitan las corrientes en distintas partes del circuito.

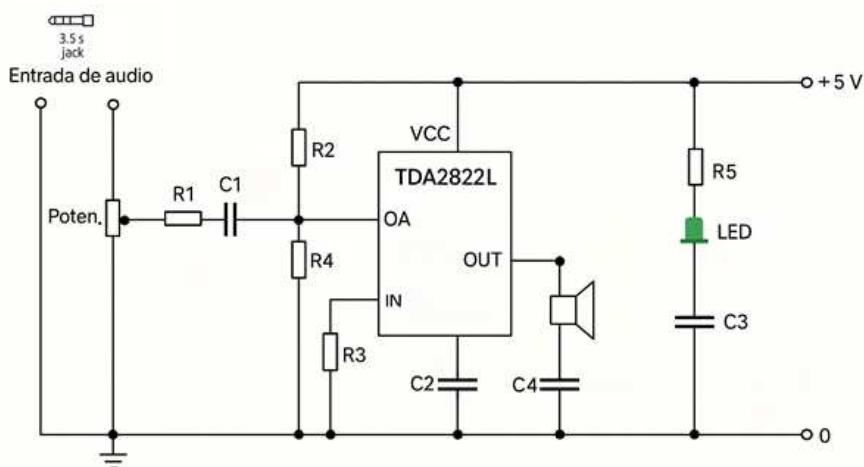


Figura 4: Esquema del circuito amplificador.



Figura 5: Interfaz de la aplicación generadora de tonos.

- **Capacitores.** Filtran ruidos, desacoplan señales y estabilizan la alimentación
- **Potenciómetro.** Permite ajustar el volumen de salida al usuario.
- **LED indicador.** Señala que el circuito está encendido.

El funcionamiento es el siguiente, una señal de audio entra al circuito a través de un conector de Jack 3.5 mm proveniente de la aplicación para generación de frecuencias de la PC o teléfono móvil. La señal es procesada por el circuito integrado, donde se amplifica y es enviada al parlante para su reproducción generando la vibración de la membrana que se transmite a la cuerda mediante una varilla. El circuito utiliza una fuente de baja tensión (5V DC) ya sea de un cargador de teléfono móvil o simplemente con una conexión al puerto USB de una computadora. La Tabla 1 muestra los componentes del circuito con los valores numéricos de las resistencias y los capacitores.

El dispositivo experimental cuenta con herramientas complementarias diseñadas específicamente para acompañar la experiencia práctica y su validación. Estas herramientas fueron desarrolladas con el objetivo de facilitar la medición, el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos durante las pruebas del sistema en una clase típica de las asignaturas mencionadas. El generador de ondas es una la herramienta digital *on line* accesible tanto desde dispositivos

Nº	Componente	Parámetro	Especificación
1	R1	27 KΩ	0.25 W, tolerancia $\pm 5\%$ , tipo: película de carbono.
2	R2	1.8 kΩ	
3	R3	220 Ω	
4	R4	2.7 kΩ	
5	R5	2.7 kΩ	
6	C1	1 μF	Tensión nominal 50 V, tipo electrolítico.
7	C2	1 μF	
8	C3	1 μF	
9	C4	100 nF	Tensión nominal 50 V, tipo cerámico.
10	Circuito Integrado	TDA2822L	Amplificador, configuración estéreo, VCC máx: 15 V.
11	Potenciómetro	10 kΩ	Tipo: rotativo, usado para control de volumen.
12	Diodo Led	Verde	Indicador de encendido.
13	Conecotor de Audio	Jack 3.5 mm	Conecotor de salida para auriculares o parlante externo.
14	Fuente de alimentación	5 VDC	Capaz de entregar al menos 50 mA.

Tabla 1: Lista de componentes electrónicos.

móviles como desde computadoras. El acceso se realizará a través de [Online MIC Test \(2025\)](#) o bien escaneando el código QR dispuesto en el montaje físico del proyecto, ver Figura 5. Luego, para poner en funcionamiento el sistema, es necesario sintonizar la frecuencia deseada en el generador de frecuencias, seleccionar la función de onda senoidal, ajustar el volumen al máximo (si es posible) y activar la reproducción, ver Figura 5. Cuando la frecuencia de la fuerza oscilatoria aplicada -determinada por el generador- coincide con uno de los modos naturales de vibración de la cuerda, se observa un incremento significativo en la amplitud de la oscilación. Este fenómeno en el contexto de la dinámica estructural se denomina resonancia. Para visualizar los modos de oscilación, primero se busca identificar la frecuencia correspondiente al modo fundamental  $f_1$  a través de la Ec. (5) y luego, las frecuencias de los modos superiores se pueden estimar como  $f_n = n f_1$ , ya que los modos superiores de vibración corresponden a configuraciones en las que la cuerda contiene un número entero de semi-longitudes de onda. En estas condiciones, la cuerda vibra con patrones estacionarios estables dados por la Ec. (4), en los que cada modo contiene más nodos y vientos que el anterior, pero todos comparten el mismo principio físico: la frecuencia aumenta proporcionalmente al número de segmentos resonantes formados a lo largo de la cuerda. Dado que cada uno de estos modos es un múltiplo entero del modo fundamental, sus frecuencias también lo son, aunque en la práctica los resultados experimentales pueden diferir levemente de los valores teóricos debido a múltiples factores, como perturbaciones externas o limitaciones del sistema. Con el objetivo de agilizar los cálculos y facilitar la interpretación de los fenómenos observados durante la práctica, se propuso el desarrollo de una herramienta web interactiva a modo de calculadora. Esta aplicación permite, a partir del ingreso de ciertos parámetros experimentales como: la longitud de la cuerda, la masa del sistema y otras características físicas, predecir el comportamiento esperado del sistema en base al modelo teórico. Como resultado, la aplicación proporcionará las frecuencias aproximadas que deben ser configuradas en el generador de ondas optimizando así la identificación de los modos de vibración durante la experiencia. El acceso a la página web interactiva

se realiza a través del siguiente enlace: [Simulador Cuerda Resonante \(2025\)](#) o escaneando el código QR que se encuentra en el proyecto físico, ver Figura 6. La Figura 6 muestra la interfaz

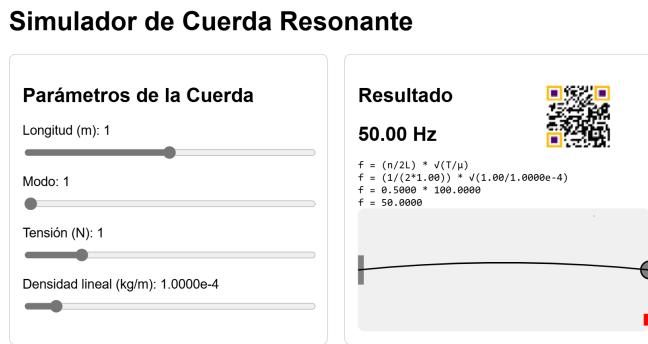


Figura 6: Interfaz del simulador Cuerda Resonante.

gráfica en interactiva del “Simulador de Cuerda Resonante”. Del lado izquierdo de la Figura 6 se encuentran los siguientes parámetros ajustables: i) Longitud  $L$  en m, define la longitud de la cuerda utilizada en el experimento; ii) El Modo  $n$ , permite seleccionar el número de modo  $n$  (modo fundamental o primer modo, segundo armónico, etc.); iii) La carga  $Q$  en N, proviene de la masa suspendida y es la que tensa la cuerda y iv) La densidad lineal  $\rho$  en kg/m es el valor de la densidad de la cuerda por unidad de longitud. Estos valores pueden modificarse mediante controles deslizantes como los que se muestra en la Figura 6. En la sección derecha, se muestra el resultado del cálculo de la frecuencia correspondiente al modo seleccionado expresado en Hertz (Hz). También se incluye una representación gráfica del modo de vibración de la cuerda, lo cual permite una visualización del comportamiento físico esperado. Esto evita la necesidad de realizar cálculos manuales adicionales, permitiendo así una planificación más eficiente de la experiencia. Luego, el dato de la frecuencia de vibración se ingresa en la aplicación para generación de ondas del dispositivo físico, el cual reproduce el movimiento que se visualiza en el dispositivo experimental.

#### 4.2. Resultados experimentales

En esta sección se presentan los resultados obtenidos a partir de la implementación del dispositivo físico y su comparación con el modelo teórico y la simulación numérica calculada por elementos finitos. Para la comparación de los resultados experimentales con los analíticos/numéricos, se procedió a realizar una serie de mediciones con distintas frecuencias de excitación utilizando el dispositivo construido. Se comenzó estudiando frecuencias bajas y luego se incrementaron progresivamente hasta identificar visualmente el primer modo de vibración, el cual se caracteriza por presentar un único vientre central y nodos en los extremos. Luego, se continuó incrementando la frecuencia del generador de ondas hasta observar los siguientes modos de vibración. La Figura 7 muestra las imágenes de los modos de oscilación  $n$ : 1-2-3-4-5 con sus correspondientes frecuencias de vibración. A partir de la comparación entre los resultados numéricos/ analíticos con los experimentales, ver Figs. 2y 7 y Tabla 2, se observa una excelente concordancia entre todas las metodologías desarrolladas, lo cual confirma la validez del dispositivo electrónico desarrollado. Las ligeras diferencias detectadas en las frecuencias se encuentran dentro de márgenes de error aceptables son atribuidas a tolerancias de medición, idealizaciones del modelo de elementos finitos de barra e imperfecciones inherentes al sistema real. En este sentido, durante la experiencia se discuten estos conceptos resaltando las limitaciones de cada

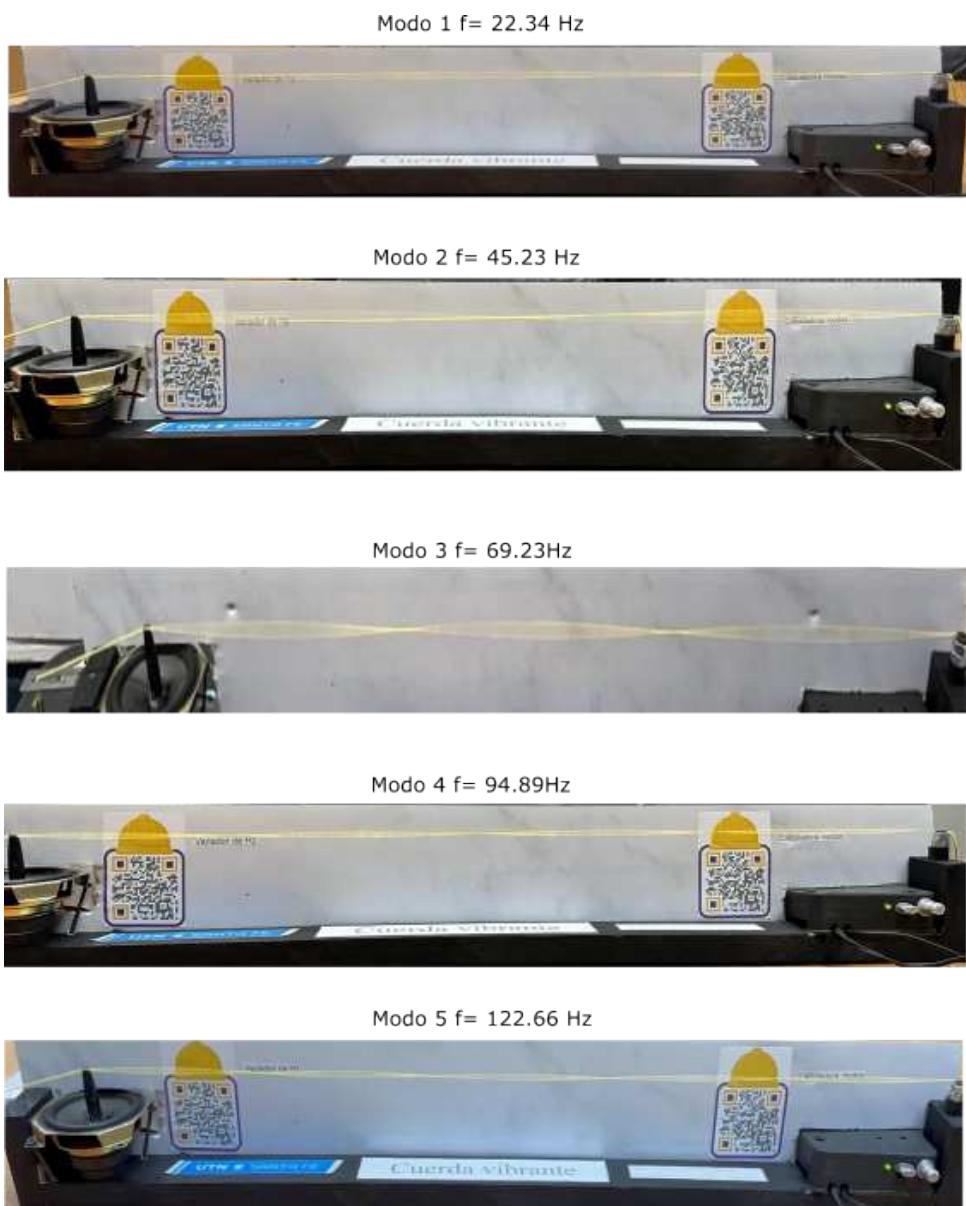


Figura 7: Resultados experimentales obtenidos en el dispositivo propuesto.

metodología propuesta. En varias ocasiones se constató que la amplitud de la cuerda aumentaba de forma abrupta al alcanzar determinadas frecuencias de resonancia. Es una virtud interesante de la experiencia poder analizar el fenómeno de resonancia en modos normales y relacionarlo con conceptos de integridad estructural. En este contexto, la posibilidad de visualizar los efectos de la resonancia —aunque se trate de un ejemplo relativamente sencillo comparado con una estructura real— permite a los estudiantes adquirir una comprensión más profunda de las consecuencias de los fenómenos dinámicos: no solo desde una perspectiva matemática, sino también mediante un análisis del fenómeno en su dimensión física.

## 5. CONCLUSIONES

El desarrollo del resonador de cuerda permitió integrar la solución de ecuaciones en derivadas parciales y la simulación numérica con un análisis experimental a través de una experiencia interdisciplinaria altamente formativa. La concordancia entre resultados teóricos, numéricos y

Modos	Analítico [Hz]	Numérico [Hz]	Experimental [Hz]	Error = Num/Exp × 100
1	22,25	22,25	22,25	0
2	45,23	45,23	45,53	0.6 %
3	69,23	69,23	66,84	3.5 %
4	94,89	94,89	89,23	6.3 %
5	122,66	122,66	111,70	9.8 %

Tabla 2: Comparaciones de frecuencias para los cinco primeros modos correspondientes al modelo numérico, al analítico y al experimental.

físicos validó el dispositivo experimental desarrollado. Además de su valor técnico, el proyecto demostró un fuerte impacto educativo. La posibilidad de observar en tiempo real los modos naturales de vibración y los efectos de la resonancia contribuyó a una comprensión más profunda de fenómenos abstractos, promoviendo el aprendizaje activo de los alumnos y el razonamiento crítico. Esta instancia práctica complementó la teoría con una dimensión tangible, facilitando la apropiación de conceptos clave por parte de los estudiantes. El desarrollo de herramientas digitales como la calculadora web brindó un recurso accesible, fortaleciendo el vínculo entre tecnología, simulación y enseñanza. El enfoque adoptado resulta replicable en otros contextos y evidencia la potencia pedagógica de integrar dispositivos físicos en la enseñanza de matemática y métodos numéricos.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha recibido financiamiento del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas a través del proyecto PIP-11220200101688CO y de UTNFRSF.

## REFERENCIAS

- Eaton J.W., Bateman D., Hauberg S., y Wehbring R. *GNU Octave version 10.2.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations*, 2025. <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v10.2.0/>.
- Márquez Damián S. y Cavalieri F. TP de Programación de Cálculo Avanzado - UTNFRSF. 2023. Método de Elementos Finitos - Diferenciación e integración numérica - Series de Fourier - Aplicación a elementos de máquina.
- Online MIC Test. Generador de tonos en línea. 2025. <https://www.onlinemictest.com/es/generador-de-tonos/> (Accedido el 12/08/2025).
- Pascual A. Hilo de algodón. 2013. <https://www.youtube.com/watch?v=BT CZmOpCxtI> (Accedido 2024-08-12).
- Pretec G. Modos vibración estructura puente. 2014. [https://www.youtube.com/watch?v=rDbWTC2\\_oVI](https://www.youtube.com/watch?v=rDbWTC2_oVI) (Accedido 2024-08-12).
- Simulador Cuerda Resonante. Interfaz generador cuerda resonante. 2025. <https://sites.google.com/view/cuerda-vibrante-utn/p%C3%A1gina-principal> (Accedido el 12/08/2025).
- Vázquez Fernández M. y López Pérez E. *El método de los elementos finitos aplicado al análisis estructural*. Editorial Noela, 2001.
- WxMaxima. Maxima, a computer algebra system. version 5.48.1. 2025. <https://maxima.sourceforge.io/>.
- Zill D.G., Wright W.S., y Cullen M.R. *Differential Equations with Boundary-Value Problems*. Richard Stratton, 2013.