Asociación Argentina
de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XLII, pp. 1257-1265
A. Caggiano, G. Etse, P. Folino, M. Goldschmit, M. Pucheta, M. Storti (Eds.)
C. Pairetti, L. Ponzellini (Issue eds.)
Buenos Aires, November 11-14, 2025

MODELADO DE DIFUSIÓN DE CALOR EN EL TERMINAL DE UN TRIAC

HEAT DIFFUSION MODELING AT THE TERMINAL OF A TRIAC

Gina F. Vezzosi Zoto[a, b], **Omar R. Faure**[a, c] **y Patricia C. Gómez**[a]

[a]*Universidad Nacional Entre Ríos, Facultad de Ciencias de la Alimentación. Concordia, Argentina, http://www.fcal.uner.edu.ar/*

[b]*CONICET - Instituto de Ciencia y Tecnología de los Alimentos de Entre Ríos. Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina, https://ictaer.conicet.gov.ar/*

[c]*Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Concepción del Uruguay, Concepción del Uruguay, Argentina, http://www.frcu.utn.edu.ar/*

Palabras clave: Diferencias finitas, Enseñanza basada en proyectos, Matemática aplicada.

Resumen. La creciente demanda tecnológica resalta la importancia de una sólida formación en matemática aplicada dentro de las carreras de ingeniería. En particular, la enseñanza de ecuaciones diferenciales y métodos numéricos en la carrera de Ingeniería Mecatrónica resulta fundamental, dado que brinda herramientas clave para abordar problemas complejos vinculados al control de sistemas automatizados y a la optimización de dispositivos mecatrónicos. En este trabajo se presenta una propuesta de enseñanza-aprendizaje basada en proyectos, en la que el abordaje de un problema real permite introducir y desarrollar los conceptos matemáticos necesarios para su modelado y resolución. Como parte del proceso, se utiliza software de cálculo matricial tipo **GNU Octave** para implementar esquemas de diferencias finitas, favoreciendo la conexión entre teoría y práctica. La incorporación de herramientas computacionales y métodos numéricos fomenta el desarrollo de habilidades aplicadas, tales como la simulación y el ajuste de modelos en tiempo real, fortaleciendo la formación integral del estudiante de ingeniería.

Keywords: Finite differences, Project-based learning, Applied mathematics.

Abstract. The growing demand for technological advancement highlights the increasing importance of a solid foundation in applied mathematics within engineering education. In particular, the teaching of differential equations and numerical methods in the Mechatronics Engineering programme plays a key role, as it provides essential tools for addressing complex problems related to the control of automated systems and the optimization of mechatronic devices. This work presents a project-based teaching and learning approach, in which real-world problems serve as the starting point for introducing and developing the mathematical concepts required for modelling and solving the system. As part of the process, matrix-oriented computing software such as **GNU Octave** is employed to implement finite difference methods, encouraging the integration of theoretical knowledge with practical applications. The incorporation of numerical techniques and computational tools promotes the development of applied skills, such as real-time model simulation and calibration, thereby strengthening the comprehensive training of engineering students.

ISSN: 2591-3522 DOI: 10.70567/mc.v42.ocsid8503

1. INTRODUCCIÓN

En la formación en Ingeniería, la enseñanza de ecuaciones diferenciales y métodos numéricos adquiere una relevancia significativa. Esto se debe a que permiten modelar fenómenos dinámicos esenciales para entender y diseñar procesos reales, desde el control de sistemas automatizados hasta fenómenos cotidianos y laborales. En este sentido, el modelado matemático es un proceso que vincula las matemáticas con los problemas del mundo real y que puede aplicarse para aumentar la motivación, desarrollar competencias cognitivas y mejorar la capacidad de transferir conocimientos matemáticos a otras áreas de la ciencia, como las ingenierías (Rezaei y Asghary, 2024). De este modo, una propuesta educativa basada en proyectos reales no solo fortalece el entendimiento académico, sino que también permite transferir esas habilidades al ámbito profesional y cotidiano (Rodríguez-Sanchez et al., 2024). Trabajar con simulaciones prácticas, como implementar esquemas numéricos en **GNU Octave**, conecta directamente la teoría matemático-numérica con la solución de problemas concretos, promoviendo una formación verdaderamente integral. Desde el punto de vista pedagógico, una revisión bibliográfica amplia demuestra cómo la enseñanza de ecuaciones diferenciales ha evolucionado hacia métodos activos que incorporan enfoques cualitativos, modelado, implementación de tecnologías y aprendizaje activo, destacando la participación del estudiante como factor clave (Lozada et al., 2021; Rochina Chileno et al., 2020). En esta línea, Furman (2021) enfatiza la importancia de “enseñar distinto”, priorizando contenidos esenciales y diseñando experiencias que promuevan el pensamiento profundo mediante preguntas desafiantes y rutinas de pensamiento, aportes que se articulan con la propuesta presentada en este trabajo. En este marco, se desarrolló una experiencia de aula centrada en el *modelado de la difusión de calor en un triac*, un dispositivo electrónico de uso extendido en aplicaciones de control de potencia. El problema fue abordado a partir de la ecuación de difusión del calor, cuya resolución aproximada requirió la aplicación de métodos numéricos en derivadas parciales, generando una oportunidad para integrar conocimientos matemáticos, físicos e ingenieriles. La propuesta no solo permitió ejercitar la formulación y análisis de esquemas numéricos, sino también discutir el comportamiento térmico de un componente real, vinculando el aprendizaje con situaciones relevantes de la práctica profesional. En este sentido, el trabajo se enmarca en el enfoque por competencias promovido por el CONFEDI (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería) en los estándares de formación en ingeniería en Argentina, al favorecer la articulación de saberes teóricos y prácticos, el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y la preparación del estudiante para escenarios profesionales auténticos. El objetivo del presente artículo es compartir la experiencia del trabajo basado en proyectos realizado en el ciclo 2024, en el curso de *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico* de la Facultad de Ciencias de la Alimentación. La propuesta se sustentó en la *Pedagogía de la Problematización*, reconociendo al estudiante como protagonista activo del proceso de aprendizaje y promoviendo la reflexión crítica sobre la práctica (Rochina Chileno et al., 2020). En particular, se integraron los contenidos curriculares de la asignatura con la resolución de un problema aplicado —la difusión de calor en un triac— mediante la implementación de esquemas numéricos en **GNU Octave**. De esta manera, se buscó no solo afianzar los aprendizajes teórico-prácticos, sino también fortalecer competencias profesionales vinculadas a la modelización, el análisis situado y la transferencia crítica de saberes hacia la práctica ingenieril. A continuación, se describe la metodología empleada para llevar adelante esta experiencia de enseñanza-aprendizaje, detallando el marco pedagógico adoptado, las actividades realizadas y los recursos utilizados.

2. DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico forma parte del ciclo básico de la carrera de Ingeniería Mecatrónica y comprende contenidos de números complejos, ecuaciones en derivadas parciales, cálculo numérico y series de Fourier. Su desarrollo ocupa un rol central en la formación del ingeniero, dado que proporciona fundamentos y herramientas para la modelización y resolución de problemas propios de la disciplina. Se dicta en los módulos 5 y 6 de la carrera (primer y segundo cuatrimestre del tercer año) y se articula con los contenidos de las matemáticas previas, asegurando una base conceptual sólida que habilita al estudiante a participar en la búsqueda de soluciones a problemas concretos. De esta manera, se fomenta la transferencia y aplicación de saberes en diversos contextos académicos, profesionales y tecnológicos.

La cátedra depende del Departamento de Matemáticas, ámbito en el que se promueve un proceso continuo de revisión y actualización de contenidos y metodologías, a fin de garantizar la pertinencia de la asignatura frente a las demandas actuales del ejercicio profesional de la ingeniería.

El objetivo general de la materia es que los estudiantes adquieran una base sólida en Cálculo Avanzado y Análisis Numérico mediante un enfoque moderno que destaque la interrelación entre el Análisis Matemático y la Geometría a través del Álgebra Lineal. Se contempla tanto la aproximación lineal como la no lineal, junto con sus aplicaciones clásicas. Asimismo, se busca que los alumnos analicen y comprendan la naturaleza de los métodos numéricos, desarrollen competencias analíticas y metodológicas, y logren resolver con solvencia problemas característicos de la ingeniería.
En concordancia con los lineamientos establecidos por el CONFEDI, la asignatura promueve el desarrollo de competencias que integran el conocimiento matemático con la capacidad de aplicación práctica en contextos ingenieriles reales, contribuyendo a la formación de profesionales capaces de afrontar los desafíos tecnológicos contemporáneos.

3. METODOLOGÍA

La metodología de enseñanza adoptada se sustentó en la *Pedagogía de la Problematización*, un enfoque que sitúa al estudiante como protagonista activo del proceso de aprendizaje. Este paradigma enfatiza la necesidad de vincular el conocimiento con la realidad concreta del estudiante, promoviendo una actitud crítica frente al saber establecido y favoreciendo la reflexión sobre la práctica como eje central de la construcción del conocimiento (Rochina Chileno et al., 2020).

De acuerdo con Dai et al. (2024), enfoques activos como el aprendizaje basado en proyectos favorecen la formación de profesionales reflexivos, con capacidad de interpretar críticamente la realidad y comprometidos con su transformación. En esta misma línea, Behrens (2011) sostiene que se trata de una propuesta coherente con las demandas emergentes de la educación superior, que requieren metodologías activas, contextualizadas y centradas en el sujeto que aprende.

Su aplicación en carreras de ingeniería resulta especialmente pertinente, ya que fomenta competencias clave como la toma de decisiones, el análisis situado y la transferencia crítica de saberes hacia la práctica profesional. En este contexto, la experiencia presentada se desarrolló en el ciclo 2024 e integró los contenidos de la asignatura *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo*

Numérico con la resolución de un problema aplicado al campo de la *Ingeniería Mecatrónica*: el modelado de la difusión de calor en un triac.

La actividad consistió en la formulación del problema, el análisis de la ecuación diferencial asociada y la implementación de esquemas numéricos en el entorno computacional **GNU Octave**. El objetivo fue afianzar los aprendizajes teórico-prácticos y, al mismo tiempo, favorecer el desarrollo de competencias profesionales vinculadas a la modelización matemática, el uso de herramientas tecnológicas y la interpretación crítica de resultados en contextos de aplicación real.

4. TRABAJO INTEGRADOR

Para el desarrollo de la experiencia se tomó como referencia un triac comercial, dispositivo semiconductor ampliamente utilizado en aplicaciones de control de potencia en corriente alterna. En la Figura 1 se presenta, en conjunto, el componente real y una geometría simplificada en 3D, elaborada para el proceso de modelización numérica del análisis térmico.

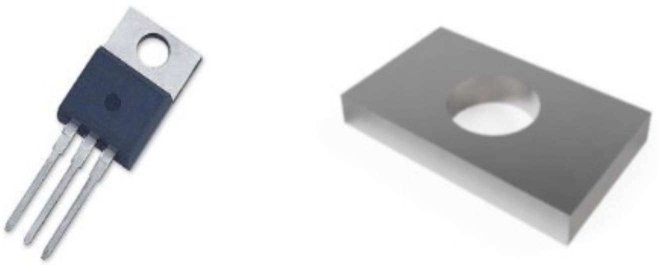


Figura 1: Triac comercial de referencia y geometría simplificada en 3D utilizada para el análisis térmico.

4.1. Ecuación de difusión de calor

El fenómeno se modeló mediante la ecuación de difusión del calor en régimen transitorio, que describe la variación temporal de la temperatura en función de la conducción térmica en el material:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \tag{1}$$

donde $T(x, y, t)$ representa la temperatura y $\alpha = k/(\rho c_p)$ es la difusividad térmica del material.

El problema se plantea en una placa de aluminio de dimensiones $6\,\mathrm{mm} \times 10\,\mathrm{mm}$, con espesor $b = 1\,\mathrm{mm} = 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Dado que el espesor es pequeño en comparación con las dimensiones laterales, se justifica aproximar el problema mediante un modelo bidimensional, considerando únicamente la conducción en el plano de la placa. La geometría incluye un orificio circular centrado en $(3, 5)\,\mathrm{mm}$ y de radio $R = 1{,}5\,\mathrm{mm}$, de modo que el dominio bidimensional queda definido por:

$$\Omega = [0, 6] \times [0, 10] \ \setminus \ \{(x, y) : (x-3)^2 + (y-5)^2 < R^2\}. \tag{2}$$

Las propiedades del aluminio son:

$$k = 164\ \mathrm{W/(m\,K)}, \quad \rho = 2700\ \mathrm{kg/m^3}, \quad c_p = 900\ \mathrm{J/(kg\,K)},$$

y la difusividad térmica se calcula como:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \approx 6{,}76 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}.$$

4.2. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno del problema se clasifican de acuerdo con los tres tipos clásicos: Dirichlet, Neumann y Robin. Cada una representa una forma distinta de modelar la interacción del sistema con su entorno:

- **Condición de Dirichlet:** se prescribe el valor de la temperatura en un borde del dominio. En este caso, sobre el lado inferior de la placa de longitud $6\,\mathrm{mm}$, se fija:

  $$T = T_D = 50°\mathrm{C} = 323{,}15\ \mathrm{K}.$$

- **Condición de Neumann:** se especifica el flujo de calor a través de la frontera. En particular, sobre el borde del orificio central se aplica:

  $$-k\, b\, \partial_n T = q_n \quad \text{en } \Gamma_N^{\text{orificio}},$$

  donde q_n representa un flujo impuesto. Si se considera que el orificio está aislado, se toma $q_n = 0$.

- **Condición de Robin (convección):** combina información de Dirichlet y Neumann, representando un intercambio de calor proporcional a la diferencia de temperaturas entre la superficie y el ambiente. Sobre el resto de los bordes externos se aplica:

  $$-k\, b\, \partial_n T = h\,(T - T_a) \quad \text{en } \Gamma_R,$$

  donde h es el coeficiente de transferencia convectiva y T_a la temperatura del aire circundante.

De este modo, el contorno se descompone en tres subconjuntos disjuntos:

$$\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_R, \quad \Gamma_D \cap \Gamma_N = \Gamma_D \cap \Gamma_R = \Gamma_N \cap \Gamma_R = \varnothing,$$

lo que permite una formulación precisa del problema de difusión de calor, integrando todas las condiciones físicas relevantes del sistema. Con fines didácticos, se aplicaron simultáneamente los tres tipos de condiciones de contorno, de manera que los estudiantes pudieran comparar directamente sus efectos y comprender las diferencias en su implementación numérica.

4.3. Implementación numérica de los alumnos

La resolución del problema se realizó mediante el método de diferencias finitas, empleando tanto esquemas explícitos como implícitos, según la conveniencia de cada caso (Crank y Nicolson, 1996; LeVeque, 2007). Los alumnos implementaron los algoritmos en **GNU Octave**, utilizando directamente la discretización y los esquemas trabajados en clase.

Para el método explícito de *Forward Euler*, la actualización de la temperatura en cada nodo (i, j) se realiza mediante (LeVeque, 2007):

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^{n} + \Delta t\, \alpha \left[\frac{T_{i+1,j}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \right], \tag{3}$$

donde $T_{i,j}^{n+1}$ representa la temperatura futura calculada a partir del estado anterior $T_{i,j}^{n}$.

Como alternativa implícita, se presentó el método de *Crank–Nicolson*, ampliamente utilizado por su estabilidad incondicional y su mayor precisión temporal (Crank y Nicolson, 1996). En este esquema, el valor futuro se obtiene promediando las discretizaciones espacial-temporales en los niveles n y $n+1$:

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n}}{\Delta t} = \alpha \Bigg\{ & \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n} - 2T_{i,j}^{n} + T_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right] \Bigg\}. \end{aligned} \tag{4}$$

La implementación de este método requirió la resolución de un sistema lineal en cada paso de tiempo, lo que permitió a los estudiantes comprender las diferencias prácticas entre métodos explícitos e implícitos y analizar los compromisos entre costo computacional y estabilidad.

En lugar de graficar superficies tridimensionales, se optó por representar la distribución de temperatura mediante *mapas de colores*, lo que permite visualizar de manera clara las regiones más calientes y frías de la placa y analizar el efecto de diferentes tamaños de paso ($\Delta x = \Delta y$) sobre la precisión y la estabilidad del método.

El método explícito es condicionalmente estable (Quarteroni y Saleri, 2007); la estabilidad depende de la relación

$$\frac{\alpha\, \Delta t}{h^2} \leq 0{,}25,$$

donde $h = \Delta x = \Delta y$. Esta restricción, conocida como condición de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), fue discutida y aplicada por los alumnos al modificar el tamaño de paso, observando cómo los mapas de colores reflejan la aparición de errores cuando la condición de estabilidad no se cumple.

Desde el punto de vista pedagógico, la actividad permitió a los alumnos:

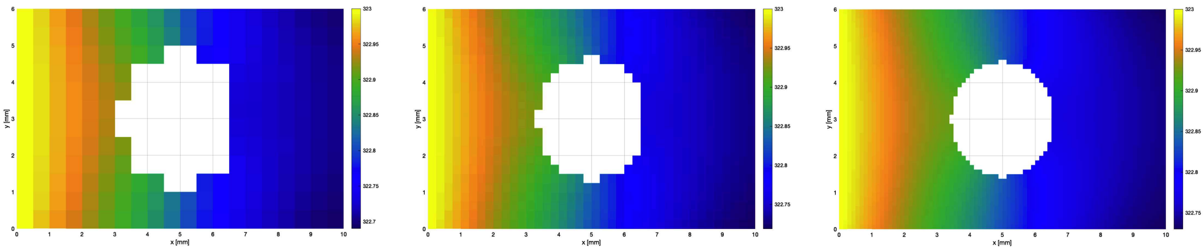
- Aplicar conceptos teóricos a un problema práctico y visual.
- Analizar el impacto de la discretización en la solución numérica.
- Comprender la relación entre estabilidad, tamaño de paso y comportamiento del método explícito.
- Diferenciar entre esquemas explícitos e implícitos en términos de estabilidad y costo computacional.
- Desarrollar competencias de programación y visualización de resultados en **GNU Octave**.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados obtenidos mediante la implementación numérica por parte de un grupo de alumnos, así como el análisis de su aprendizaje y competencias desarrolladas.

5.1. Distribución de temperaturas

Se generaron mapas de colores que representan la distribución de temperatura en la placa para tres discretizaciones diferentes: 13×21, 25×41 y 49×81 nodos. Esta representación permite visualizar de manera clara las regiones más calientes y frías de la placa y analizar el efecto de la densidad de nodos sobre la precisión y estabilidad del método.



(a) Discretización 13×21 (b) Discretización 25×41 (c) Discretización 49×81

Figura 2: Distribución de temperatura en la placa para distintas mallas. Se observa cómo aumenta la precisión al refinar la discretización y cómo se mantiene la estabilidad del método explícito bajo la condición CFL.

Los resultados muestran que al aumentar la densidad de nodos, los gradientes de temperatura se representan con mayor precisión y se mantiene la estabilidad de los esquemas numéricos. La discretización más gruesa suaviza los gradientes y puede presentar errores numéricos locales.

5.2. Influencia de la resolución espacial

Los resultados muestran que, al incrementar la densidad de nodos, la representación de los gradientes de temperatura mejora significativamente, evidenciando una mayor fidelidad en la simulación del fenómeno térmico. La discretización más gruesa (13×21) tiende a suavizar los gradientes y puede inducir errores numéricos locales en regiones con variaciones pronunciadas de temperatura. La malla intermedia (25×41) proporciona una mejor aproximación de los gradientes, mientras que la más fina (49×81) permite capturar de manera más precisa la distribución de temperatura en toda la placa.

Es relevante destacar que, en todos los casos considerados, la condición CFL se cumple, garantizando la estabilidad del método explícito mientras se logra un refinamiento de malla que incrementa la precisión de la solución.

5.3. Análisis del aprendizaje del grupo de alumnos

La actividad permitió a los alumnos:

- Comprender conceptualmente el fenómeno de difusión de calor y la importancia de las condiciones de contorno.
- Desarrollar habilidades tecnológicas, implementando algoritmos en **GNU Octave** y generando visualizaciones mediante mapas de colores.
- Fortalecer competencias de resolución de problemas, análisis crítico y trabajo con herramientas computacionales.

5.4. Percepción de los estudiantes

Se registraron comentarios y observaciones cualitativas durante la actividad. Los estudiantes destacaron la utilidad de los mapas de colores para comprender la influencia de la discretización y la estabilidad del método, y manifestaron mayor confianza al aplicar conceptos teóricos en un contexto práctico. Esta experiencia también fomentó el aprendizaje colaborativo y la discusión crítica sobre resultados y métodos numéricos.

6. CONCLUSIONES

El presente trabajo presenta una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje de métodos numéricos, orientada a su aplicación en la resolución de problemas concretos de ingeniería mecatrónica. La metodología implementada tuvo como objetivo central favorecer un aprendizaje significativo y promover una comprensión profunda de los contenidos, estableciendo una vinculación directa entre la teoría matemática y los problemas prácticos del ámbito profesional, así como la comparación crítica de los resultados numéricos con observaciones experimentales.

Asimismo, la propuesta permitió la integración de herramientas computacionales, específicamente **GNU Octave**, y fortaleció la colaboración y el trabajo en equipo entre los estudiantes. La implementación de mapas de colores para diferentes discretizaciones espaciales facilitó la visualización y análisis de los resultados, permitiendo apreciar la influencia de la resolución de la malla sobre la precisión y estabilidad de los esquemas numéricos.

En este contexto, la experiencia contribuyó no solo a la adquisición de conocimientos técnicos específicos en métodos numéricos y simulación, sino también al desarrollo de competencias transversales fundamentales para la formación integral del ingeniero, tales como pensamiento crítico, resolución de problemas complejos, comunicación técnica de resultados y apropiación de herramientas tecnológicas avanzadas.

REFERENCIAS

Behrens M. *O paradigma emergente e a prática pedagógica*. 2ª ed. Vozes, Petrópolis, 2011.

Crank J., y Nicolson P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. *Advances in Computational Mathematics*, 6:207–226, 1996. doi:10.1007/BF02127704

Dai Z., Yang Y., Chen Z., Wang L., Zhao L., Zhu X., y Xiong J. The role of project-based learning with activity theory in teaching effectiveness: Evidence from the internet of things course. *Education and Information Technologies*, 2024. doi:10.1007/s10639-024-12965-9

Furman M. *Enseñar distinto: Guía para innovar sin perderse en el camino*. Siglo XXI Editores, Buenos Aires, 2021.

LeVeque R. *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations*. SIAM, 2007.

Lozada E., Guerrero-Ortiz C., Coronel A., y Medina R. Classroom Methodologies for Teaching and Learning Ordinary Differential Equations: A Systemic Literature Review and Bibliometric Analysis. *Mathematics*, 9(7):745, 2021. doi:10.3390/math9070745

Quarteroni A., y Saleri F. *Scientific Computing with MATLAB and Octave*. Springer Verlag, 2007.

Rezaei J., y Asghary N. Teaching differential equations through a mathematical modelling approach: the impact on problem-solving and the mathematical performance of engineering undergraduates. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 56(5):899–919, 2024. doi:10.1080/0020739X.2024.2307397

Rochina Chileno S. C., Ortiz Serrano J. C., y Paguay Chacha L. V. La Metodología de la enseñanza aprendizaje en la educación superior: algunas reflexiones. *Universidad y Sociedad*, 12(1):386–389, 2020.

Rodríguez-Sanchez C., Orellana P., Fernández-Barbosa P. R. F., Borromeo S., y Vaquero J. Insights 4.0: Transformative learning in industrial engineering through problem-based learning and project-based learning. *Computer Applications in Engineering Education*, 32(4):1–11, 2024. doi:10.1002/cae.22736