

SIMULACIÓN TERMO-MECÁNICA ACOPLADA DE LA FISURACIÓN EN HORMIGÓN A EDAD TEMPRANA CON UN MODELO VARIACIONAL DEL TIPO PHASE-FIELD

COUPLED THERMO-MECHANICAL SIMULATION OF CRACKING IN EARLY-AGE CONCRETE WITH A PHASE-FIELD VARIATIONAL MODEL

Agustina Campra^a, Mariela Luege^a y Antonio Orlando^b

^aCONICET-Universidad Nacional Tucumán, Instituto de Estructuras, FACET. Tucumán, Argentina,
acampra@herrera.unt.edu.ar, mluege@herrera.unt.edu.ar

^bCONICET-Universidad Nacional de Tucumán, Departamento de Bioingeniería, FACET. Tucumán,
Argentina, aorlando@herrera.unt.edu.ar

Palabras clave: Edad temprana, Fractura, Variable de fase, Formulación energética.

Resumen. Se deriva un modelo variacional phase-field de procesos termomecánicos de fisuración en el hormigón en edad temprana que integra los fenómenos de hidratación y envejecimiento durante la etapa de curado. La formulación propuesta define una solución discreta del problema termomecánico, que toma en consideración la producción de calor inducida por la hidratación del cemento y la evolución de las propiedades mecánicas del hormigón durante esta reacción. Se asume que la propagación químico-termomecánica de la fisura se obtiene de la evolución cuasi estática de los mínimos globales de un funcional energético de tipo mixto que tiene en cuenta la energía de deformación elástica, la energía de disipación asociada a la evolución de la variable phase-field de fisuración y la energía de disipación termoquímica. Se presentan resultados numéricos donde el proceso de hidratación del hormigón induce fisuración debido a los gradientes térmicos propios de la reacción exotérmica.

Keywords: Early age, Fracture, Phase-field, Energetic formulation.

Abstract. A variational phase-field model for thermomechanical cracking processes in early age concrete is derived, integrating hydration and aging phenomena during the curing stage. The proposed formulation defines a discrete solution to the thermomechanical problem, accounting for the heat generation induced by cement hydration and the evolving properties of concrete throughout the hydration process. The chemical–thermomechanical crack propagation is assumed to result from the quasi-static evolution of the global minima of a mixed-type energy functional that incorporates elastic strain energy, dissipation energy associated with the evolution of the phase-field fracture variable and thermochemical dissipation energy. Numerical results are presented showing that the hydration process induces cracking due to the thermal gradients inherent to the exothermic reaction.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento del hormigón en edad temprana es de gran interés por los procesos físicos y químicos que tienen lugar durante el fraguado. En esta etapa, la hidratación del cemento genera calor al ser una reacción altamente exotérmica. Con el tiempo, disminuye la velocidad de hidratación, por lo que la temperatura desciende y se inducen tensiones de origen térmico, (Ulm y Coussy, 1995). Otro aspecto importante es el proceso de maduración, responsable de la variación de las propiedades mecánicas en función del grado de hidratación α .

Durante el endurecimiento del hormigón suelen haber un cambio considerable de volumen y deformación térmica. En ese período, la resistencia del hormigón -su rigidez y resistencia a la fractura- aún es baja, por lo que, a causa de la retracción y las deformaciones térmicas, se pueden inducir daños o grietas prematuras en la estructura (Nguyen et al., 2019a). Este tipo de fisuras, quizás no muy profundas en su fase inicial, pueden debilitar la estructura en estudio y generar a futuro procesos de difusión que modifiquen la resistencia del material y comprometan la seguridad estructural.

En el presente artículo se plantea la formulación energética para el análisis de generación interna de calor durante el fraguado, mediante un enfoque de daño químico-termo-elástico (grieta difusa) con un acoplamiento entre fluencia y daño. Se valida la formulación térmica mediante un problema de transferencia de calor unidimensional y, además, se analiza la fisuración por aumento del gradiente térmico en un anillo.

2. TERMODINÁMICA DEL MODELO PHASE-FIELD

Partimos del marco termo-mecánico desarrollado por [Fremont \(2002\)](#) que considera la derivada temporal de las variables internas en la definición de la potencia interna virtual. Dentro de este marco, el primer paso consiste en la definición de: las variables de estado, la energía libre de Helmholtz ψ , y el potencial disipativo ϕ . Para el modelo propuesto, las variables de estado son: el campo de desplazamientos \mathbf{u} ; la variable de fase β ; el gradiente de la variable de fase $\nabla\beta$; el grado de hidratación α y el campo térmico θ . Consideramos entonces la energía libre de Helmholtz como sigue:

$$\begin{aligned} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \beta, \nabla\beta, \alpha, \theta) = & R(\beta) \psi_0^+(\boldsymbol{\varepsilon}, \alpha) + \psi_0^-(\boldsymbol{\varepsilon}, \alpha) + \frac{g_c(\alpha)l}{2} |\nabla\beta|^2 + I_{[0,1]} \\ & + \mathbf{M}(\theta - \theta_0) : \boldsymbol{\varepsilon} + \psi^*(\theta - \theta^*) \end{aligned} \quad (1)$$

Con

$$\psi_0^\pm = \mu(\alpha) \boldsymbol{\varepsilon}^\pm + \frac{\lambda(\alpha)}{2} (\text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}^\pm])^2 \quad (2)$$

Donde λ y μ son las constantes de Lamé, ambas dependientes del grado de hidratación del hormigón, que influye en la rigidez y en la energía de fractura del material mientras $\boldsymbol{\varepsilon}^+$ y $\boldsymbol{\varepsilon}^-$ se obtienen de la descomposición espectral de $\boldsymbol{\varepsilon}$ considerada en [Miehe et al. \(2010\)](#) y $I_{[0,1]}$ es la función indicador del conjunto $[0,1]$. El tensor \mathbf{M} es el tensor tensión-temperatura de [Carlson \(1973\)](#), mientras θ_{amb} es una temperatura de referencia constante en espacio y tiempo, y ψ^* una función cóncava de $\theta - \theta_{amb}$. El potencial de disipación se considera parameterizado con respecto al grado de hidratación α y está dado por:

$$\phi(\dot{\beta}, \frac{\nabla\theta}{\theta}, \dot{\alpha}) = \frac{\kappa g_c(\alpha)}{l} \dot{\beta} + \frac{k}{2} \left| \frac{\nabla\theta}{\theta} \right|^2 + \frac{A_T}{Q_\infty} f(\alpha) \exp\left(-\frac{E_a}{R\theta}\right) \dot{\alpha} + I_{\mathbb{R}^+}(\dot{\beta}) \quad (3)$$

donde l es la longitud interna, k la conductividad térmica, κ una constante fenomenológica del material, mientras A_T , Q_∞ , E_a y $f(\alpha)$ son términos que controlan la disipación asociada a la variación temporal del grado de hidratación del cemento (Faria et al., 2006). La energía de fractura g_c depende del grado de hidratación, según la edad del hormigón, al igual que la rigidez E :

$$\begin{cases} E(\alpha) = E_\infty \bar{\alpha}^{\alpha_E} \\ g_c(\alpha) = g_{c\infty} \bar{\alpha}^{\alpha_{g_c}} \end{cases} \quad (4)$$

Donde E_∞ y $g_{c\infty}$ son el módulo de Young final y la energía de fractura final, respectivamente. α_E y α_{g_c} son dos umbrales que definen el grado de hidratación a partir del cual el material comienza a tener resistencia. Se definen:

$$\bar{\alpha}^{\alpha_E} = \left\langle \frac{\alpha - \alpha_E}{1 - \alpha_E} \right\rangle_+, \quad \bar{\alpha}^{\alpha_{g_c}} = \left\langle \frac{\alpha - \alpha_{g_c}}{1 - \alpha_{g_c}} \right\rangle_+ \quad (5)$$

Luego, la potencia virtual se define como:

$$\delta \mathcal{P}_i = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + V \dot{\beta} + \mathbf{H} \cdot \nabla \dot{\beta} + A_\alpha \dot{\alpha} \quad (6)$$

Con V , \mathbf{H} y A_α las fuerzas termodinámicas duales a la evolución de β , de $\nabla \beta$ y de α , respectivamente. Con la hipótesis de acoplamiento débil, podemos despreciar la influencia de las deformaciones en el campo de temperatura $\theta(\mathbf{x}, t)$ y del coeficiente de hidratación $\alpha(\mathbf{x}, t)$ y desacoplar los problemas termo-químicos de los mecánicos. De esta manera la temperatura θ y el grado de hidratación α pueden resolverse de una sola vez en el intervalo de tiempo $[0, T]$ para intervenir luego en el problema mecánico como funciones conocidas.

Problema Termoquímico

$$\eta = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad \text{en } \Omega \quad (7)$$

$$\theta \dot{\eta} = -\text{div}[\mathbf{q}] + Q_\infty \dot{\alpha} \quad \text{en } \Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{q} = -\frac{\partial \phi}{\partial (\nabla \theta / \theta)} = -k \nabla \theta \quad \text{en } \Omega \quad (9)$$

$$A_\alpha = \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{A_T}{Q_\infty} f(\alpha) \quad \text{en } \Omega, \quad Q_\infty \dot{\alpha} = A_T f(\alpha) \exp(-E_a/R\theta) \quad \text{en } \Omega \quad (10)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = q_n + h(\theta - \theta_{amb}) \quad \text{en } \Gamma_{N_T}, \quad \theta = \bar{\theta} \quad \text{en } \Gamma \setminus \Gamma_{N_T}, \quad \theta(\mathbf{x}, 0) = \theta_0 \quad \text{en } \Omega \quad (11)$$

Problema Mecánico

$$-\text{div}[\boldsymbol{\sigma}] = \mathbf{f} \quad \text{en } \Omega, \quad \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \mathbf{t}_n \quad \text{en } \Gamma_N, \quad \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{en } \Gamma \setminus \Gamma_N \quad (12)$$

$$\text{div}[\mathbf{H}] - V = 0 \quad \text{en } \Omega, \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{en } \Gamma \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T}{2}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{term} - \boldsymbol{\varepsilon}^{au} - \boldsymbol{\varepsilon}^{cr} \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{term} = \alpha_\theta (\theta - \theta^*) \mathbf{I}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{au} = -k_{au} \left\langle \frac{\alpha - \alpha_{au}}{1 - \alpha_{au}} \right\rangle_+ \mathbf{I}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{cr} = \lambda_{creep} |\dot{\theta}| \boldsymbol{\sigma} \quad (15)$$

$$\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \beta, \nabla \beta, \alpha, \theta), \quad \phi = \phi\left(\dot{\beta}, \frac{\nabla \theta}{\theta}, \dot{\alpha}\right) \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}, \quad V = V^{nd} + V^d, \quad V^{nd} = \frac{\partial \psi}{\partial \beta}, \quad \mathbf{H} = \frac{\partial \psi}{\partial \nabla \beta} \quad (17)$$

$$V^d \in \partial_{\dot{\beta}} \phi \Leftrightarrow g_{cl} \Delta \beta - \frac{\partial \psi}{\partial \beta} \in \partial_{\dot{\beta}} I_{\mathbb{R}^+}(\dot{\beta}) \quad (18)$$

Siendo Γ_N y Γ_{N_T} partes de la frontera Γ de Ω donde son aplicadas las condiciones de contorno de tipo Neumann del problema mecánico y térmico (flujo de calor y convección), respectivamente.

La ecuación (8) es el balance energético, escrito en términos de la entropía específica η . Se suponen desplazamientos infinitesimales y una independencia de la tensión respecto a la temperatura, por lo que puede asumirse:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \theta} &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial \boldsymbol{\varepsilon}} \approx \mathbf{0} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial \boldsymbol{\varepsilon}} &= \rho c \dot{\theta} - \text{div}[k \nabla \theta] - Q_\infty \dot{\alpha} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (19)$$

Llegando a la ecuación de calor, donde ρc es el calor específico, k es la conductividad, $Q_\infty \dot{\alpha}$ es la tasa de calor producto de la reacción de hidratación del hormigón, definida en la ecuación (10), por la Ley de Arrhenius. La ecuación (19), junto a las condiciones iniciales y de contorno apropiadas, permite conocer $\theta(\mathbf{x}, t)$ y $\alpha(\mathbf{x}, t)$, para luego proceder a resolver el problema de fractura mecánica, donde los efectos de la temperatura se tratan como una carga externa.

Se presenta la forma débil del problema incremental obtenido aplicando el método de *backward Euler* a la ecuación de energía y al problema mecánico, mientras la ecuación local que define la evolución del grado de hidratación en los puntos de Gauss es discretizada con un esquema semi-implícito donde para la temperatura se toma el valor al inicio del paso de tiempo.

Forma débil del problema térmico de valores al contorno incremental

Dado θ_n, α_n

Encontrar θ_{n+1} y α_{n+1} tal que

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \theta_{n+1} \tau \, dx + \frac{k \Delta t}{\rho c} \int_{\Omega} \nabla \theta_{n+1} \cdot \nabla \tau \, dx &= \int_{\Omega} \theta_n \tau \, dx + \frac{Q_\infty}{\rho c} \int_{\Omega} \alpha_{n+1} \tau \, dx - \frac{Q_\infty}{\rho c} \int_{\Omega} \alpha_n \tau \, dx \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\rho c} \int_{\Gamma_{N_T}} [q_n + h(\theta_{n+1} - \theta_{\text{amb}})] \tau \, dS \end{aligned} \quad (20)$$

$$Q_\infty \alpha_{n+1} - \Delta t A_T f(\alpha_{n+1}) \exp\left(\frac{-E_a}{R\theta_n}\right) = Q_\infty \alpha_n \quad (21)$$

Forma débil del problema mecánico de valores al contorno incremental

Dado $\theta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \beta_n, \theta_0$

Encontrar \mathbf{u}_{n+1} y β_{n+1} tal que minimiza $\mathcal{F}(\varepsilon(\mathbf{u}_{n+1}), \beta_{n+1}; \theta_{n+1}, \alpha_{n+1})$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\varepsilon(\mathbf{u}), \beta; \theta, \alpha) = & \int_{\Omega} \left[R(\beta) \psi_0^+(\varepsilon(\mathbf{u}), \alpha) + \psi_0^-(\varepsilon(\mathbf{u}), \alpha) + \frac{g_c(\alpha)\ell}{2} |\nabla \beta|^2 \right] dx \\ & + \int_{\Omega} [M(\theta - \theta_0) : \varepsilon(\mathbf{u}) + \psi^*(\theta - \theta_0)] dx - \langle \ell(t), \mathbf{u} \rangle \\ & + \int_{\Omega} \frac{\kappa g_c(\alpha)}{\ell} (\beta - \beta_n) dx + \int_{\Omega} \frac{k}{2} \frac{|\nabla \theta|^2}{\theta} dx. \end{aligned} \quad (22)$$

3. PROBLEMA DISCRETO

Las ecuaciones discretas asociadas a (20) y a (22) se obtienen reemplazando el espacio de dimensión infinita de las funciones de test y trial con subespacios de dimensión finita, contruidos utilizando aproximaciones de elementos finitos para \mathbf{u} , β , α y θ . Disponemos de las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned} \theta &= \mathbf{N}_\theta \boldsymbol{\theta}^e, & \alpha &= \mathbf{N}_\alpha \boldsymbol{\alpha}^e, & \mathbf{u} &= \mathbf{N}_u \mathbf{u}^e, & d &= \mathbf{N}_d \mathbf{d}^e \\ \nabla \theta &= \mathbf{B}_\theta \boldsymbol{\theta}^e, & \nabla^s \mathbf{u} &= \mathbf{B}_u \mathbf{u}^e, & \nabla d &= \mathbf{B}_d \mathbf{d}^e \\ \dot{\theta} &= \mathbf{N}_\theta \dot{\boldsymbol{\theta}}^e, & \dot{\alpha} &= \mathbf{N}_\alpha \dot{\boldsymbol{\alpha}}^e \end{aligned} \quad (23)$$

4. EJEMPLOS NUMÉRICOS

4.1. Losa restringida

Primeramente se simula el ensayo experimental de Faria et al. (2006), donde se analiza el espesor de $0,35m$ de una placa de hormigón restringida al desplazamiento en sus bordes laterales; el objetivo es validar el modelo termo-mecánico exhibido, aunque no se presenta daño en los resultados. La geometría es simple y como se observa en la Fig. 1 la transferencia de calor con el entorno se asume paralela al plano medio de la losa, es decir, se trabaja con un problema de transferencia de calor unidimensional a lo largo de la normal y . El ensayo tiene por objetivo analizar el comportamiento térmico de una losa de hormigón en edad temprana, expuesta a la temperatura ambiente y con sus bordes restringidos al desplazamiento.

Las condiciones de borde mecánicas en $x = 0$ y $x = 1m$ impiden el desplazamiento en la dirección x , mientras que en $y = 0$, se restringe el desplazamiento vertical (Véase Fig. 1). Respecto a las condiciones de borde térmicas, el borde inferior $y = 0$ se lo considera a una temperatura constante de $17^\circ C$ y con un coeficiente de convección con el suelo de $h_{suelo} = 4,5W/m^2K$, mientras que el borde superior $y = 0,35m$ está expuesto a la temperatura del ambiente variable en el tiempo y tiene un coeficiente de convección con el aire de $h_{aire} = 7,5W/m^2K$. Además, se considera un flujo térmico nulo en los bordes laterales y fuerzas volumétricas despreciables.

El análisis termo-mecánico de la estructura se realiza mediante una discretización espacial uniforme, conformada por 14504 elementos triangulares y 7422 nodos. Se emplea un incremento de tiempo $\Delta t = 600s$, con un total de 1008 pasos, para simular un período de 7 días. Se adopta como hipótesis un modelo de deformación plana. Las propiedades mecánicas y térmicas

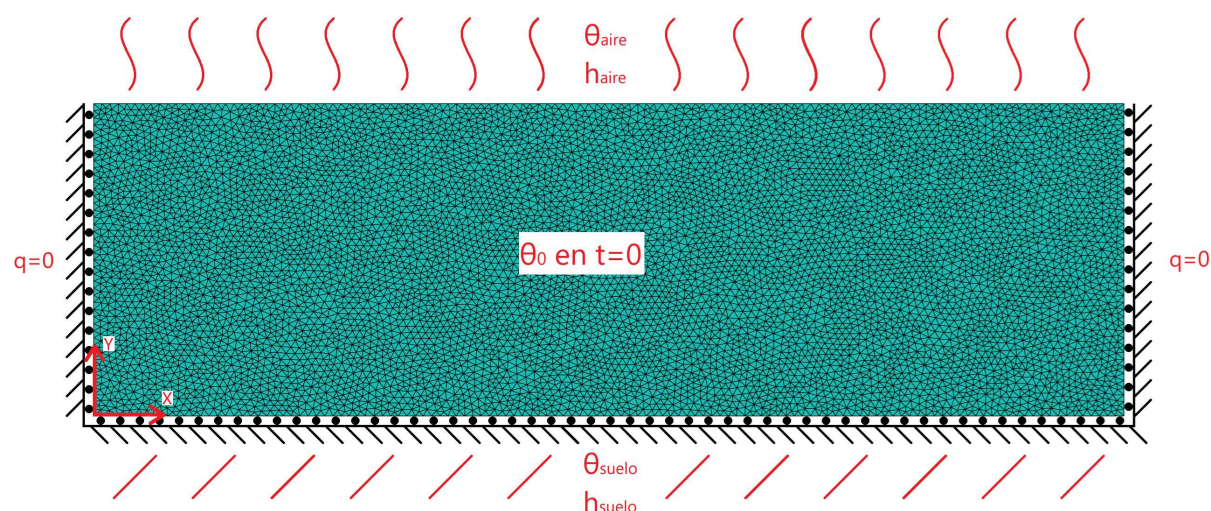


Figura 1: Geometría simplificada de transferencia de calor. Condiciones de borde mecánicas y térmicas.

del material corresponden a las propuestas por [Faria et al. \(2006\)](#), presentadas en la segunda columna de la Tabla 1.

	Ejemplo Losa	Ejemplo Anillo
Módulo de Young E_{∞}	$29GPa$	$35GPa$
Coeficiente de Poisson ν	0,2	0,2
Coeficiente de dilatación térmica α_T	$10^{-6}K^{-1}$	$4 * 10^{-6}K^{-1}$
Conductividad térmica k	$2,6W/mK$	$2,8W/mK$
Calor específico volumétrico ρc	$2400J/m^3K$	$2400J/m^3K$
Energía de activación E_a	$50kJ/mol$	$45,729kJ/mol$
Máxima tasa de producción de calor A_T	$0,729GW/kg$	$0,215GW/kg$
Calor potencial total Q_{∞}	$119000kJ/m^3$	$117849kJ/m^3$
Umbral módulo de rigidez α_E	0	0,15
Umbral energía de fractura α_{gc}	0	0,15
Umbral de contracción autógena α_{au}	0,115	0,115
Coeficiente de contracción κ	$75\mu m/m$	$80\mu m/m$

Tabla 1: Propiedades de los materiales.

Se analiza la evolución de temperatura para los dos puntos ubicados en las capas de refuerzo superior e inferior. Ambos colocados en $x = 0,5m$, uno a $5cm$ del borde superior y el otro a $5cm$ del borde inferior. Se observa en la Fig. 2 la comparación entre los valores experimentales obtenidos con un sensor térmico y los reproducidos con el modelo numérico; los resultados son muy similares. Se nota una diferencia en la temperatura máxima obtenida en la zona superior de la losa, pero se mantiene la forma de la curva, con la cual se comprueba que la evolución de la temperatura es dependiente de la reacción química que se genera en el primer y segundo día de fraguado. A pesar de la simpleza del modelo, la simulación numérica puede reproducir adecuadamente los resultados experimentales.

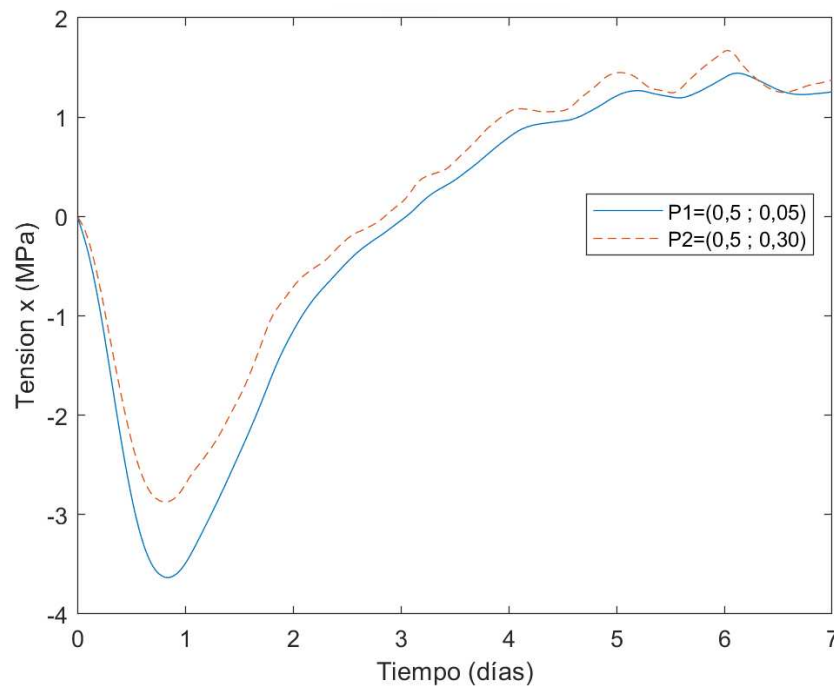


Figura 3: Evolución y comparación de la tensión en los puntos de interés.

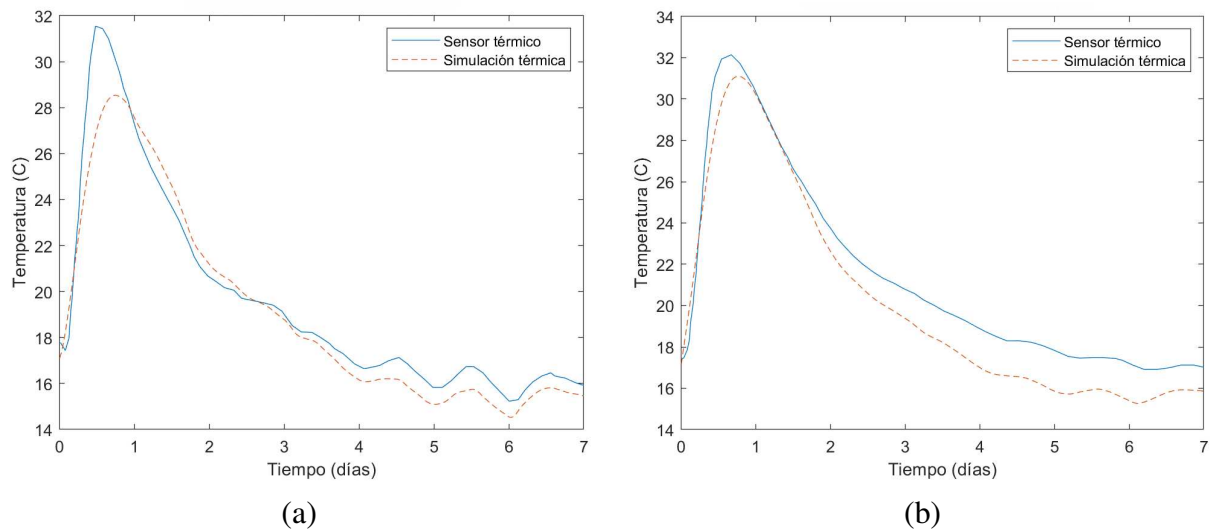


Figura 2: Evolución de la temperatura en puntos de interés: (a) Punto superior, (b) Punto inferior.

Para los mismos puntos de análisis se muestra en la Fig. 3 la evolución de la tensión normal al eje x . Como era de esperar, dado que la losa está restringida, las tensiones son de compresión durante la fase de calentamiento y comienzan a disminuir durante la fase de enfriamiento, hasta que se alcanzan las tensiones de tracción.

4.2. Anillo de hormigón

Una vez validado el modelo térmico, se analiza un ejemplo con fractura incluida. Se simula numéricamente el ensayo presentado por [Nguyen et al. \(2019b\)](#), donde se estudia un anillo de hormigón que contiene un orificio cuadrado para comprobar la fisuración causada por la retracción térmica restringida, la retracción autógena y la retracción térmica. Considerando simetría

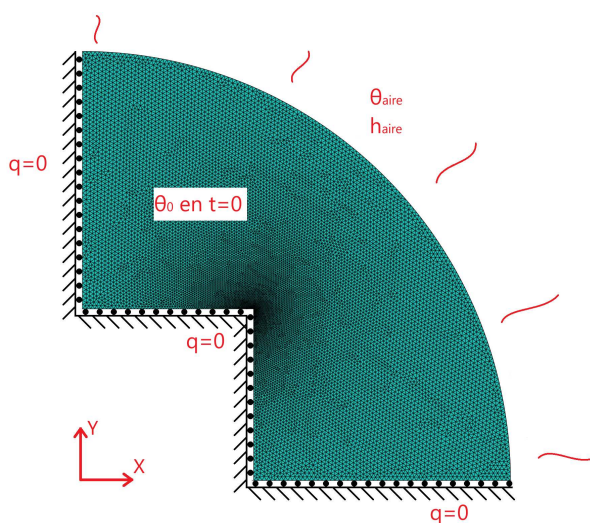


Figura 4: Geometría anillo perforado. Condiciones de borde mecánicas y térmicas.

geométrica y de cargas respecto a ambos ejes, se simula únicamente un cuarto de la geometría, como se observa en la Fig. 4. El anillo presenta un radio exterior $r = 0,50m$ y un orificio cuadrado de lado $l_c = 0,40m$.

Se toman como parámetros del material los mismos que en Briffaut et al. (2011), presentes en la tercera columna de la Tabla 1.

El borde externo del anillo está a temperatura ambiente $\theta_{amb} = 20^\circ C$ y se considera un coeficiente de convección/radiación con el aire $h = 4W/m^2K$. Por la simetría ya mencionada, en el borde inferior $y = 0$ se restringe el desplazamiento vertical y en el borde izquierdo $x = 0$ el horizontal; además, se considera que en las paredes del orificio no se permite el movimiento normal a la superficie, es decir, en el borde de $x = 0,2m$ con $y \in [0; 0,2]$ se considera $u_x = 0$ y en el borde $y = 0,2m$ con $x \in [0; 0,2]$ $u_y = 0$. Los bordes inferior, derecho, superior del orificio e izquierdo del orificio no admiten transferencia de calor $q = 0$. Como condición inicial se asume un grado de hidratación $\alpha = 0,1$ y una temperatura $\theta_0 = 20^\circ C$. Además, se consideran fuerzas volumétricas despreciables.

La estructura presenta un mallado triangular de 25360 elementos y 12901 nodos, con una mayor densificación en la arista interna del orificio. Se adopta un paso de tiempo $\Delta t = 300s$ y un total de 1800 pasos. El análisis se realiza bajo la hipótesis de deformación plana, asumiendo que no existe flujo térmico perpendicular al plano, lo cual es consistente con estructuras de hormigón de gran espesor. La Figura ?? presenta la evolución de la temperatura y el daño obtenido en la estructura para un paso de tiempo $600\Delta t$, correspondiente a 50 horas. El daño no es apreciable, se obtienen valores muy bajos, aunque concentrados en la zona más refinada de la malla, donde se espera que haya un aumento de tensiones. Además, puede comprobarse que no es uniforme la hidratación del hormigón ni la temperatura, generándose los valores más altos en la zona interna, donde no se admite una transferencia de calor.

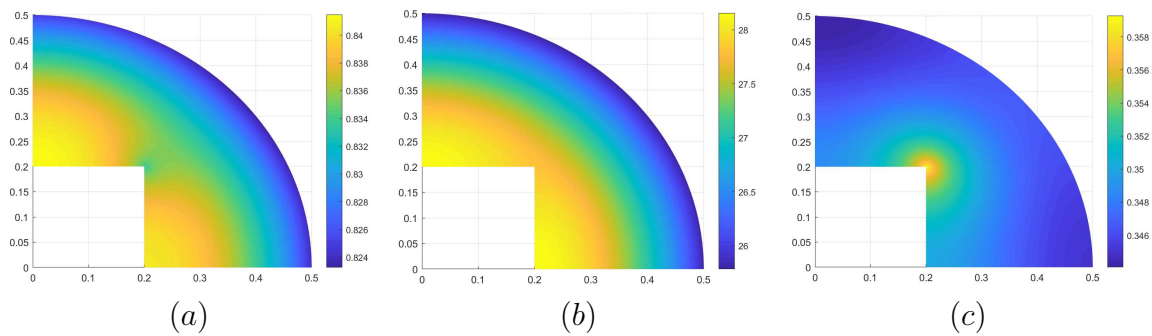


Figura 5: Distribución de: (a) grado de hidratación α , (c) temperatura θ y (d) daño β para $t = 50$ hrs.

Además, se realiza un análisis de la evolución de la temperatura, la tensión σ_x y el desarrollo del grado de hidratación en 3 puntos de interés, $P_1 = (0, 2; 0)$, $P_2 = (0, 35; 0)$ y $P_3 = (0, 5; 0)$. En la Figura 6 se observan los resultados. El grado de hidratación incrementa rápidamente en las primeras horas de la simulación y es muy similar en todos los puntos que se analizan. La temperatura, por su parte, tiene su pico dentro de las primeras horas de la simulación, correspondiente al aumento del grado de hidratación, es decir, cuando mayores son las reacciones químicas del fraguado del material. En cuanto a las tensiones, en las primeras horas no se presenta un estado tensional, esto debido a que la estructura aún no ganó la rigidez necesaria; esto está marcado por el umbral α_E , a partir del cual el módulo de Young empieza a tomar valores no nulos. Con el paso de las horas, las tensiones van disminuyendo junto con la temperatura que es nuestra carga externa.

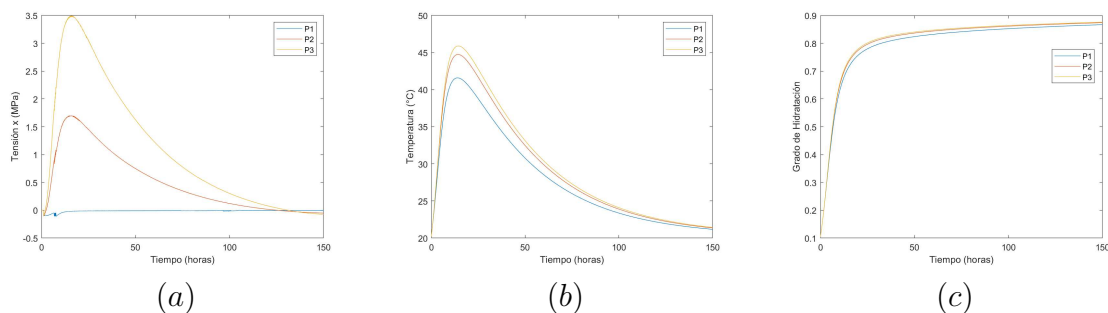


Figura 6: Evolución en el tiempo de: (a) la componente de tensión σ_x , (b) la temperatura θ y (c) el grado de hidratación α en los punto P_1 , P_2 y P_3

REFERENCIAS

- Briffaut M., Benboudjema F., Torrenti J., y Nahas G. Numerical analysis of the thermal active restrained shrinkage ring test to study the early age behavior of massive concrete structures. *Engineering Structures*, 33:1390–1401, 2011. <http://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.12.044>.
- Carlson D.E. *Linear Thermoelasticity*. Springer, 1973.
- Faria R., Azenha M., y Figueiras J. Modelling of concrete at early ages: Application to an externally restrained slab. *Cement and Concrete Composites*, 28:572–585, 2006.
- Fremond M. *Non-Smooth Thermomechanics*. Springer, 2002.
- Miehe C., Hofacker M., y Welschinger F. A phase field model for rateindependent crack propagation: robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199:2765–2778, 2010.

- Nguyen T.T., Waldmann D., y Bui T. Computational chemo-thermo-mechanical coupling phase-field model for complex fracture induced by early-age shrinkage and hydration heat in cement-based materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 348:1–28, 2019a. <http://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.01.012>.
- Nguyen T.T., Waldmann D., y Bui T. Phase field simulation of early-age fracture in cement-based materials. *International Journal of Solids and Structures*, 191:157–172, 2019b. <http://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.12.003>.
- Ulm F.J. y Coussy O. Modeling of Thermochemomechanical couplings of concrete at early ages. *Journal of Engineering Mechanics*, 121:785–794, 1995. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1995\)121:7\(785\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1995)121:7(785)).