

TRANSFERENCIA DE CALOR EN CAVIDADES TRAPEZOIDALES: EFECTO DE SEPARACIÓN E INCLINACIÓN DE PAREDES ACTIVAS

HEAT TRANSFER IN TRAPEZOIDAL CAVITIES: SEPARATION EFFECT AND ACTIVE WALL INCLINATION

Ester S. Esteban^a, Ana M. Aramayo^b, Nélida M. Farfán^b

^aDepartamento de Física – INENCO. Facultad de Ciencias Exactas, UNSa, Av. Bolivia 5150, 4400 Salta. Argentina. s.esteban593@gmail.com

^bDepartamento de Matemática – INENCO. Facultad de Ciencias Exactas, UNSa, Av. Bolivia 5150, 4400 Salta. Argentina. am.baranado@gmail.com

Palabras clave: cavidades trapezoidales, transferencia de calor, longitud característica.

Resumen. Este trabajo presenta un análisis numérico de la convección natural en cavidades trapezoidales, caracterizadas por dos paredes verticales aisladas y dos paredes activas inclinadas simétricamente. La diferencia de temperatura varía entre 1°C y 30°C, mientras que la base menor del trapecio entre 0,03 m y 0,07 m. Para cada valor de la base menor, las paredes inferior y superior se inclinan de 0° a 30°, lo que provoca un incremento en la base mayor a medida que aumenta el ángulo de inclinación. En un estudio previo, se analizó esta configuración con una base menor fija de 0,05 m. En el presente trabajo, se exploran distintos valores de la base menor para evaluar el efecto de la separación de las paredes activas en la transferencia de calor. Los resultados muestran que, a medida que aumenta el ángulo de inclinación, el número de celdas convectivas disminuye. Además, según el valor de la base menor, se pueden distinguir dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, este cambio de flujo ocurre a un ángulo crítico. Por otro lado, se han obtenido dos correlaciones de tipo potencial entre los números de Nusselt y Rayleigh, cada una empleando diferentes longitudes características y mostrando un ajuste satisfactorio.

Keywords: trapezoidal cavities, heat transfer, characteristic length

Abstract. This work presents a numerical analysis of natural convection in trapezoidal cavities, characterized by two insulated vertical walls and two symmetrically inclined active walls. The temperature difference varies between 1°C and 30°C, while the minor base of the trapezoid ranges between 0.03 m and 0.07 m. For each value of the minor base, the bottom and top walls are inclined from 0° to 30°, causing an increase in the major base as the inclination angle increases. In a previous study, this configuration was analyzed with a fixed minor base of 0.05 m. In the present work, different values of the minor base are explored to evaluate the effect of the separation of the active walls on heat transfer. The results show that, as the inclination angle increases, the number of convective cells decreases. Furthermore, depending on the value of the minor base, two types of flow can be distinguished: multicellular and unicellular; this flow change occurs at a critical angle. Furthermore, two potential correlations between the Nusselt and Rayleigh numbers have been obtained, each using different characteristic lengths and showing a satisfactory fit.

1 INTRODUCCIÓN

La convección natural en recintos ha sido muy estudiada por sus diversas aplicaciones tales como, acondicionamiento de edificios, mejora en la performance de colectores solares y desalinizadores, refrigeración electrónica, entre otras. En particular, en los recintos trapezoidales la transferencia de calor se ve altamente influenciada por parámetros geométricos tales como la inclinación y separación de las paredes activas. En Esteban et al. (2024) se realiza revisión bibliográfica de los trabajos de investigación más recientes.

En Prince, et al. (2022) se examinan el efecto de diversas corrugaciones superficiales y materiales de una pared gruesa de base de una cavidad trapezoidal, sobre la convección natural conjugada. En esta cavidad, las paredes laterales inclinadas se mantienen adiabáticas, mientras que la pared superior se mantiene fría y la inferior caliente. En la cara interior de la pared de base se consideraron cuatro tipos de corrugaciones superficiales: planas, rectangulares, sinusoidales y triangulares. Desde la perspectiva del rendimiento general de la transferencia de calor, los resultados revelan que el material de la superficie, así como la forma de la corrugación, son cruciales para mejorar la transferencia de calor en la cavidad. Llama la atención que los autores utilicen como longitud característica para esta geometría trapezoidal el largo de la pared superior.

Nuestro grupo de investigación en Esteban et al. (2023) ha propuesto distintas longitudes (de tipo lineal) para determinar los números de Nusselt y Rayleigh, para caracterizar el flujo de calor en cavidades tipo ático, en régimen de convección natural multicelular. Si bien con esta longitud se pudo obtener una correlación con buen ajuste, la misma no incluye algunos casos en los que se obtiene flujo multicelular. En Esteban et al. (2024) se ha empleado una longitud característica para el trapecio simétrico, del tipo racional. Este tipo de función corresponde a una generalización de la función lineal antes empleada, e incluye a todos los casos multicelulares.

En el presente trabajo se analiza numéricamente la convección natural en un recinto trapezoidal, que consiste de paredes verticales aisladas y paredes activas inclinadas en forma simétrica. La inclinación de las paredes inferior y superior, varían de 0° a 30° , en tanto que la diferencia de temperatura entre las mismas, entre $1\text{ }^\circ\text{C}$ y $30\text{ }^\circ\text{C}$. En el presente trabajo, se exploran distintos valores de la base menor (H_{min}): $0,03\text{ m}$ a $0,07\text{ m}$; para evaluar el efecto de la separación de las paredes activas en la transferencia de calor, en tanto que la base mayor (H_{max}) aumenta con el ángulo de inclinación (γ) y H_{min} . Los resultados muestran que, a medida que aumenta el ángulo de inclinación, el número de celdas convectivas disminuye. Además, según el valor de la base menor, se pueden distinguir dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, este cambio de flujo ocurre a un ángulo crítico. Por otro lado, se han obtenido dos correlaciones de tipo potencial entre los números de Nusselt y Rayleigh, cada una empleando diferentes longitudes características y mostrando un ajuste satisfactorio.

2 MODELO MATEMATICO Y NUMERICO

La convección natural transitoria en recintos, bajo la aproximación de Boussinesq, para un flujo laminar incompresible, está modelada por las ecuaciones de continuidad, de momento y de energía.

$$\text{De continuidad:} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{De energía:} \quad \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\text{De momento:} \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{g}[1 - \beta(T - T_0)] \quad (3)$$

Donde \mathbf{u} , es el campo de velocidad, T de temperatura, P de presión, \mathbf{g} de gravedad. En tanto que ρ , ν , α , β , son la densidad, viscosidad, difusividad térmica y el coeficiente de expansión volumétrica, del fluido, respectivamente, evaluados en la temperatura de referencia T_0 . Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales: paredes verticales aisladas; pared inferior a temperatura igual a T_C , pared superior a T_F ; inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales: paredes verticales aisladas; pared inferior a temperatura igual a T_C , pared superior a T_F ; inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Las paredes inferior y superior están activas, se impone una temperatura mayor a la superficie inferior. El salto de temperatura (ΔT) varía entre 1°C y 30°C .

En la [figura 1](#), se muestra el dominio de cálculo, consistente de un trapecio simétrico de base mayor H_{max} , base menor H_{min} y altura L . Se varía H_{min} de 0,03 m a 0,07 m, el ángulo de inclinación tanto de la pared superior como inferior ($\pm\gamma$) de 0° a 30° y la altura $L=0,3$ m.

Para resolver numéricamente, se utiliza el software [OpenFOAM](#) 3.0.1 (OF), que permite determinar los campos de temperatura y velocidad. Este software utiliza el método de volúmenes finitos en malla colocada, donde el acoplamiento presión y velocidad se realiza mediante el método SIMPLE. Para la discretización del dominio de cálculo se ha utilizado un preprocesador: *blockMesh* la red generada está compuesta por celdas hexaédricas. Por otro lado, este software cuenta con un postprocesador (*paraFoam*) para la visualización de los patrones de flujo y el cálculo de los gradientes de temperatura, en las superficies superior e inferior. El resovedor de OF utilizado es *buoyantBoussinesqPimpleFoam*. Se ha seguido la metodología habitual en el cálculo numérico: independencia de red (convergencia espacial), se ha trabajado con cinco mallas y la variable que permite la elección de la misma es el flujo de calor Q'' , en la pared superior. Como valor de L se mantiene fijo, todas las redes utilizadas tienen la misma cantidad de nodos en la dirección x (150 nodos), en tanto que en la dirección y , depende de H_{min} y γ (de 20 a 208 nodos). El avance temporal se ha realizado hasta 3600 s, en los casos que ha sido posible, cabe aclarar que se ha encontrado casos en los que las simulaciones divergen, por ejemplo para $H_{min} = 0,03$ y $0,04$ m con $\gamma \geq 20^\circ$.

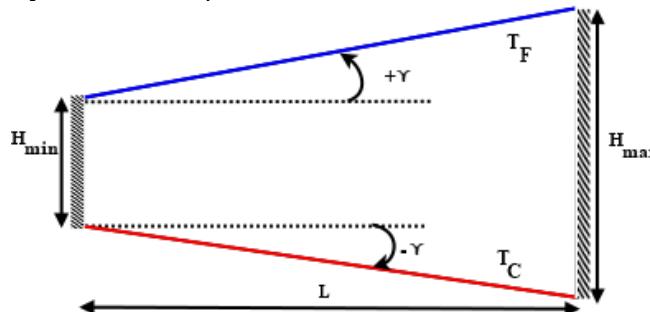


Figura 1: Dominio de cálculo y condiciones de contorno.

3 PATRONES DE FLUJO

En esta sección se muestra algunos patrones de flujo obtenidos en el interior de la cavidad. Para todos los casos simulados, a $\gamma = 0^\circ$ el flujo es multicelular. Para todos los H_{min} y ΔT , a medida que aumenta el ángulo de inclinación, disminuye el número de celdas convectivas.

En la [figura 2](#) se presenta los patrones de velocidades para un salto de temperatura de 20°C , a $\gamma=10^\circ$ para distintos H_{min} , para $t=3600$ s. Se puede observar una disminución del número de celdas convectivas a medida que aumenta H_{min} . Se obtienen cinco, cuatro, tres y dos celdas convectivas para $H_{min} = 0,03, 0,04, 0,06$ y $0,07$ m; respectivamente. En la mayoría de los casos

simulados, se ha observado que en la base mayor se forman dos celdas convectivas pequeñas en la parte inferior y superior, las que aumentan de tamaño e intensidad, a medida que incrementa el ángulo de inclinación.

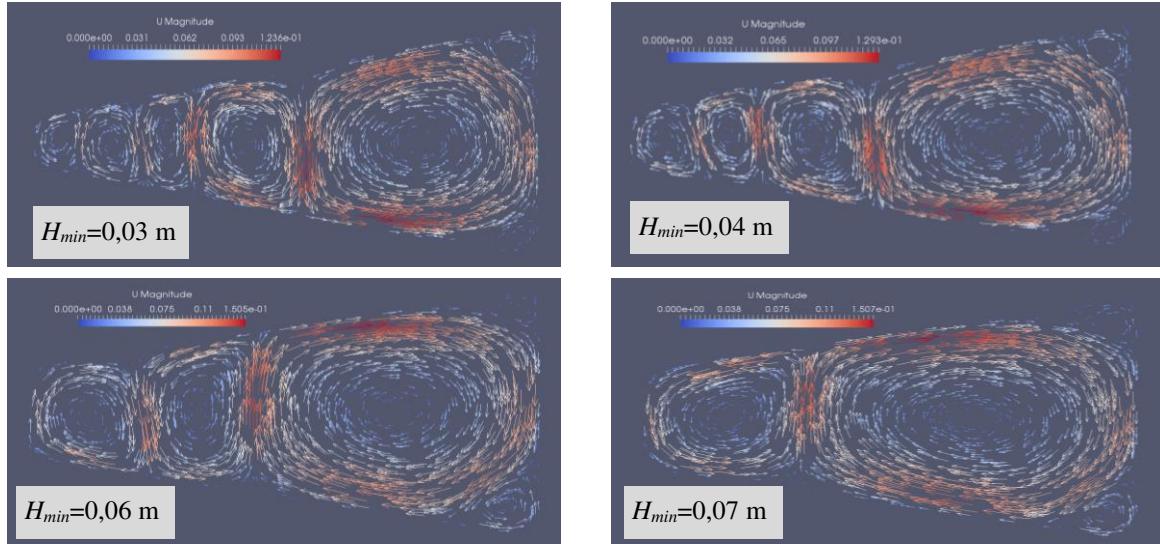


Figura 2: Campos de velocidad, $\Delta T=20$ °C, $\gamma=10$ °.

La figura 3 muestra los campos de velocidad para $\Delta T=5$ °C a distintos ángulos de inclinación para $H_{min}=0,03$ m y $0,07$ m, a $t=3600$ s. Como se señala anteriormente, se verifica que el número de celdas convectivas disminuye a medida que aumenta H_{min} . Para un H_{min} fijo a medida que aumenta el ángulo de inclinación la cantidad de celdas se mantiene o disminuye.

Para $H_{min}=0,03$ m y $0,04$ m el mínimo número de celdas que se observan en el interior del recinto es tres o dos, respectivamente; sin obtener patrones del tipo unicelular. Para inclinaciones mayores, la simulación diverge. Para $H_{min}\geq 0,05$ m se obtiene un ángulo crítico (γ_{crit}) en que cual se produce el cambio de régimen multicelular (convección de Bérnard) a unicelular (calentamiento lateral).

En la tabla 1, se presenta los valores de γ_{crit} para distintos H_{min} y ΔT . A medida que aumenta H_{min} disminuye el ángulo crítico.

H_{min} (m)	ΔT (°C)						
	1	5	10	15	20	25	30
0,05	27	24	22	23	23	23	24
0,06	24	20	18	20	20	20	20
0,07	20	18	16	18	18	18	18

Tabla 1: Ángulos críticos (°) para distintos H_{min} y ΔT .

4 EVOLUCIÓN TEMPORAL DEL FLUJO DE CALOR

Se ha calculado el flujo de calor promedio en las superficies activas, para cada iteración, utilizando la siguiente igualdad:

$$Q'' = -\frac{k}{S} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (4)$$

Donde k es la conductividad térmica del aire, n la normal y S el área de la pared inclinada.

En esta sección se presenta la evolución temporal de Q'' , para diferentes casos simulados, que permiten analizar el efecto del salto de temperatura, ángulo de inclinación y separación de las paredes activas.

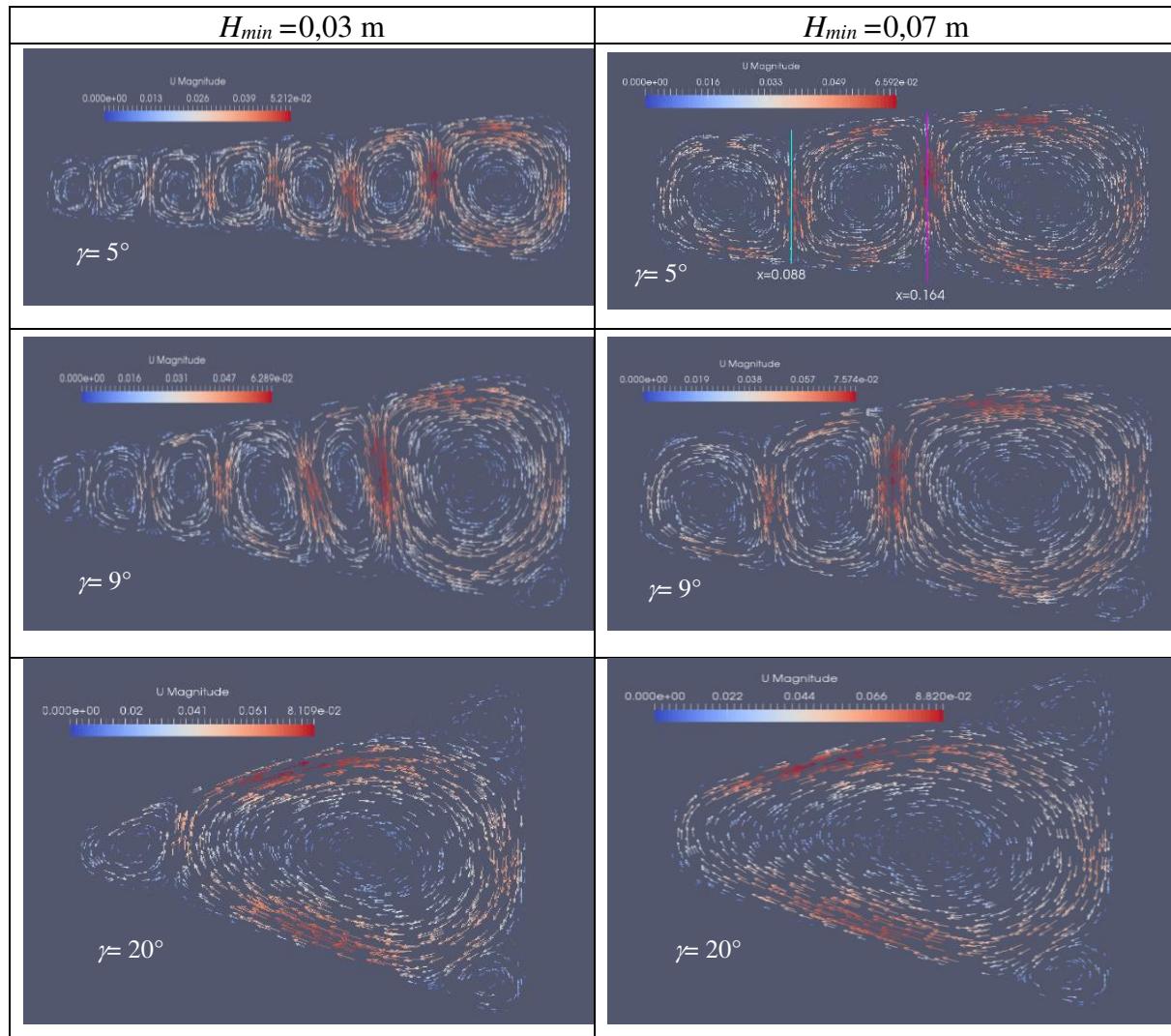


Figura 3: Campos de velocidad, para $H_{min} = 0,03 \text{ m}$ (izquierda) y $H_{min} = 0,07 \text{ m}$ (derecha), $\Delta T = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

La figura 4 muestra la evolución temporal del Q'' para $H_{min} = 0,03 \text{ m}$, $\gamma = 14^\circ$ para distintos ΔT . Para $\Delta T \geq 15 \text{ }^{\circ}\text{C}$ el comportamiento oscilatorio de Q'' se corresponde con el movimiento lateral de las plumas convectivas, mientras que para $\Delta T = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ los patrones de flujo son estables. En todos los casos simulados, para una geometría dada (H_{min} y γ fijos), a medida que incrementa el salto de temperatura aumenta el flujo de calor.

La figura 5 muestra la evolución temporal de Q'' para $H_{min} = 0,04 \text{ m}$, $\Delta T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ para distintos $\gamma < \gamma_{crit}$ (convección de Bernard). A medida que aumenta el ángulo de inclinación disminuye el flujo de calor, lo cual está relacionado con la disminución de celdas convectivas. Este comportamiento se observa para todos los casos multicelulares simulados, con H_{min} y ΔT fijos, no mostrados en este trabajo, hasta γ_{crit} . A partir de γ_{crit} la disminución del flujo de calor es menos significativa, como se señala anteriormente, en estos casos el flujo encontrado en unicelular, considerado como calentamiento lateral.

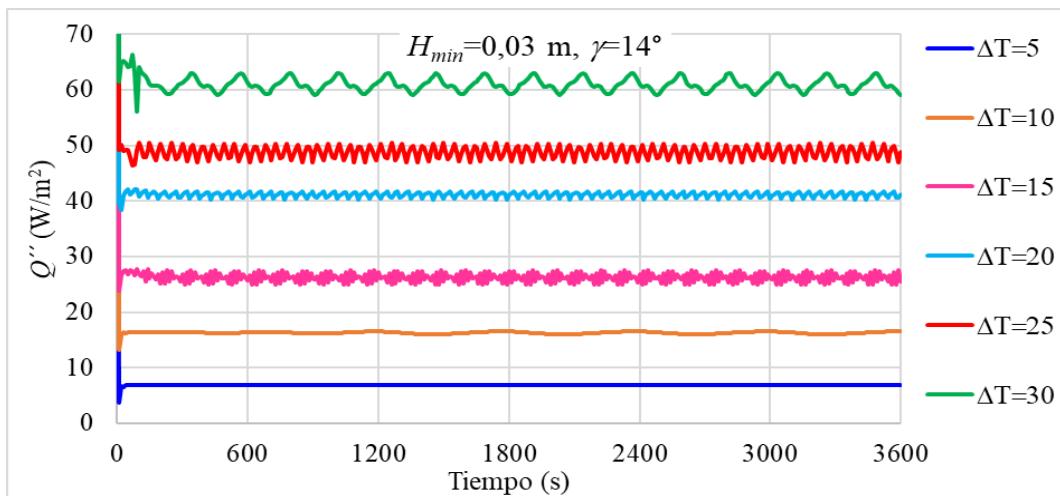


Figura 4: Evolución temporal de Q'' para $H_{min} = 0,03 \text{ m}$ y $\gamma = 14^\circ$.

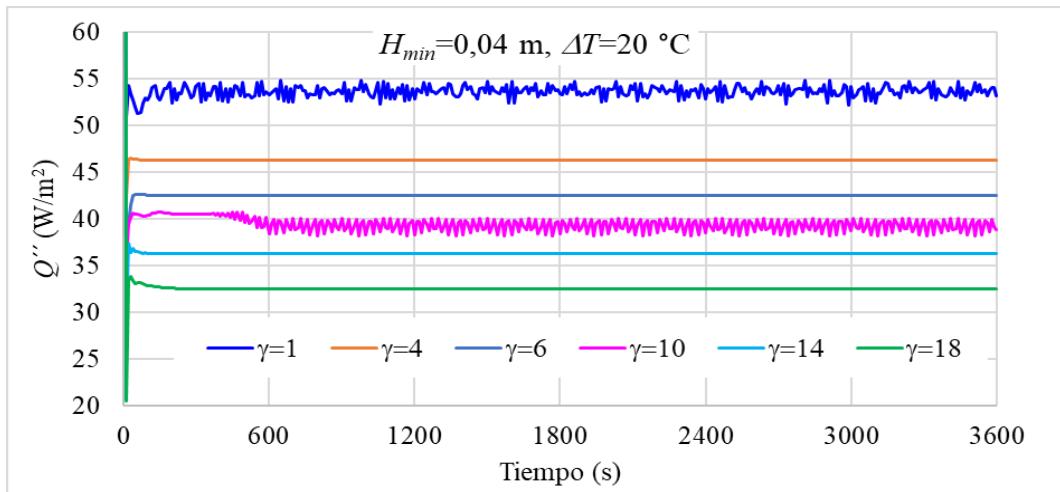


Figura 5: Evolución temporal de Q'' para $H_{min} = 0,04 \text{ m}$ y $\Delta T = 20^\circ\text{C}$.

La figura 6 muestra la evolución temporal de Q'' para $H_{min} = 0,06 \text{ m}$, $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ para distintos γ , incluye casos de flujo multicelular ($\gamma \leq 20^\circ$) y unicelular ($\gamma \geq 26^\circ$). Para ambos tipos de flujo la evolución temporal puede ser estable ($\gamma = 16^\circ$) u oscilatoria ($\gamma = 18^\circ$ y 20°). El flujo estable corresponde a la formación de un número determinado de celdas que persisten en el tiempo, en tanto que, en el flujo oscilatorio el número de celda se mantiene, sin embargo, cambia la orientación de la celda principal, cada intervalo de tiempo, produciendo los picos que se muestran en las gráficas de $\gamma = 18^\circ$ y 20° . A medida que incrementa la inclinación, el flujo de calor presenta una disminución significativa en flujos multicelulares, en contraste con el caso unicelular, donde la disminución es mínima.

En la figura 7 se puede apreciar el efecto de la separación de las paredes activas (H_{min}) en Q'' para $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ y $\gamma = 4^\circ$ (flujo multicelular). A medida que aumenta H_{min} el flujo de calor decrece, en correspondencia con la disminución número de celdas convectivas. El comportamiento oscilatorio de Q'' se debe, en todos los casos mostrados, al movimiento lateral de las plumas convectivas, que puede ser suave, moderado o intenso. En algunos casos, no mostrados en este trabajo, se observa una importante modificación en los tamaños de las celdas

convectivas lo que produce un movimiento intenso de celdas. Por otro lado, para el caso unicelular no existe una dependencia significativa del flujo de calor con la separación de las paredes activas.

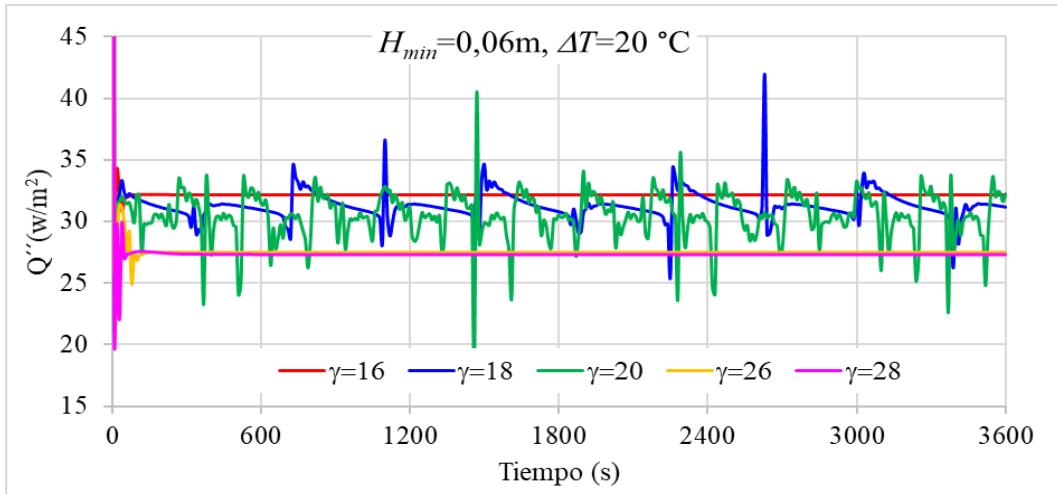


Figura 6: Evolución temporal de Q'' para $H_{min} = 0,06 \text{ m}$ y $\Delta T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, para distintos γ .

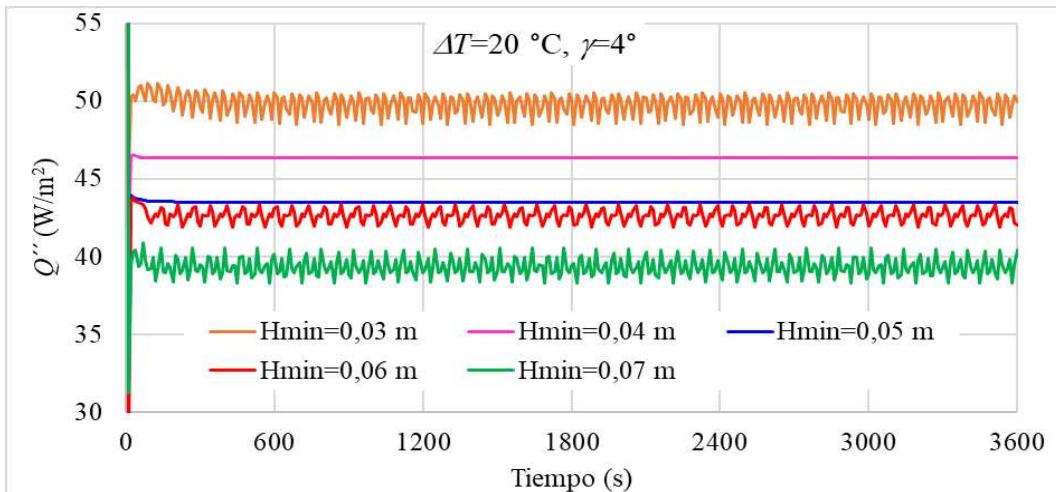


Figura 7: Evolución temporal de Q'' para $\Delta T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y $\gamma = 4^\circ$ distintos H_{min} .

5 ESTUDIO DE LAS LONGITUDES CARACTERISTICAS

En esta sección se analiza las longitudes características para los dos tipos de flujos obtenidos: calentamiento lateral e inferior. Se propone trabajar con las longitudes utilizadas en Esteban et al. (2024), para los casos de convección por calentamiento lateral y de Rayleigh – Benard.

Como se ha señalado anteriormente, para inclinaciones mayores al ángulo crítico (Tabla 1), se obtienen patrones de flujo característicos de calentamiento lateral. En estos casos, se forma una celda principal que ocupa la mayor parte del recinto, junto con dos celdas secundarias en las esquinas adyacentes a la base mayor (ver Figura 3, $H_{min} = 0,07 \text{ m}$, $\gamma = 20^\circ$).

Dada una longitud característica H , el número de Rayleigh (Ra_H) y Nusselt (Nu_H) se calculan del siguiente modo:

$$Ra_H = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\alpha\nu} \quad Nu_H = \frac{H}{S\Delta T} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (5)$$

Donde S es el área de las paredes activas, n es la normal correspondiente.

El estudio teórico indica que la dependencia del número de Nusselt en función del número de Rayleigh, calculados en términos de una longitud característica, es del tipo potencial, dado por:

$$Nu_H = C_1 Ra_H^{C_2} \quad (6)$$

donde C_1 es un coeficiente del orden 0,1; C_2 igual a $\frac{1}{3}$ para el caso de Rayleigh-Bernard y $\frac{1}{4}$ para calentamiento lateral, [Bejan \(2013\)](#).

5.1 Calentamiento lateral

Para el caso de calentamiento lateral se ha utilizado como longitud característica, H_{max} dada por:

$$H_{max} = H_{min} + 2 * L * \tan(\gamma) \quad (7)$$

En la [figura 8](#), se presenta en escala doble logarítmica, los valores de Nu vs. Ra en términos de H_{max} y la correlación potencial. La correlación potencial obtenida es:

$$Nu = 0,2946 Ra^{0,2494}$$

Donde el exponente de Ra muy cercano a $\frac{1}{4}$ y el ajuste es muy bueno ($R^2 = 0,9931$). Por lo tanto, se puede afirmar que esta longitud es apropiada.

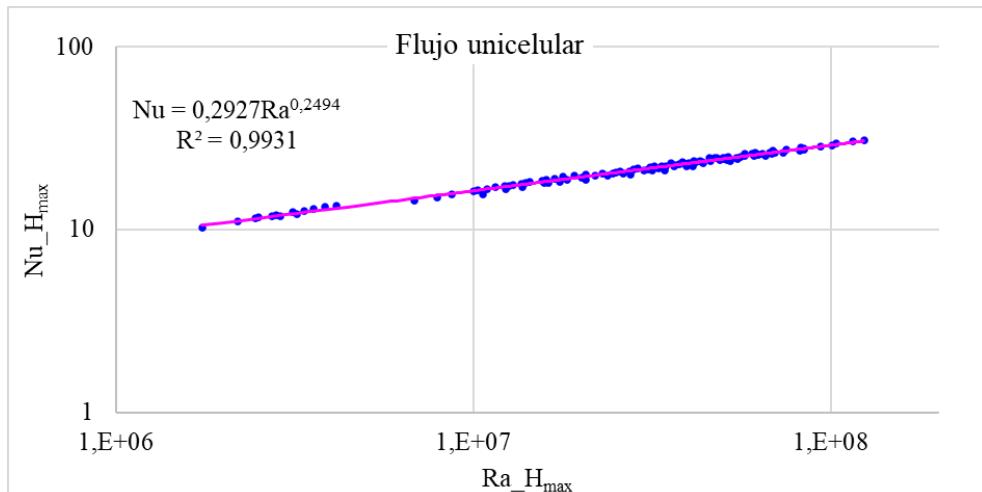


Figura 8: Correlación Nu vs Ra , para el calentamiento lateral.

5.2 Convección de Rayleigh Benard

La longitud característica propuesta en [Esteban et al. \(2024\)](#), para la cavidad trapezoidal con $H_{min}=0,05$ m, es de la forma:

$$R_k = \frac{H_{min}^2}{H_{min} + k * L * \tan(\gamma)} \quad (8)$$

En el mencionado trabajo, se obtuvo una buena correlación entre Nu vs. Ra , tomando $k=0,52$. En el presente trabajo, para $0,03 \text{ m} \leq H_{min} \leq 0,07 \text{ m}$, se utiliza el valor de este parámetro para correlacionar Nu con Ra . La correlación potencial obtenida es: $Nu = 0,11 Ra^{0,3170}$, el exponente de Ra es inferior a $\frac{1}{3}$, el ajuste es bueno ($R^2 = 0,8739$).

Realizando las correlaciones potenciales ([ecuación 6](#)) entre Nu y Ra , tomando como longitud característica R_k , [ecuación 8](#), para distintos valores de k , se obtiene los coeficientes (C_1), exponentes (C_2) y R^2 , mostrados en la [tabla 2](#).

k	C_1	C_2	R^2
0,40	0,1219	0,3112	0,8645
0,52	0,1100	0,3170	0,8739
0,60	0,1095	0,3216	0,8847
0,70	0,1056	0,3252	0,8926
0,80	0,1026	0,3281	0,8993
0,90	0,1003	0,3305	0,9051
1,00	0,0985	0,3326	0,9102
1,05	0,0977	0,3334	0,9125
1,10	0,0970	0,3343	0,9147
1,20	0,0958	0,3357	0,9187

Tabla 2: Coeficientes de las correlaciones potenciales.

Para todos los valores de k mostrados en la [tabla 2](#), el exponente de Ra es muy cercano a $\frac{1}{3}$ y el coeficiente que acompaña al Ra es cercano a 0,1; lo que concuerda con la bibliografía de referencia. La correlación que mejor ajusta corresponde a $k=1,05$, en la [figura 9](#) se presenta la correlación correspondiente a este valor de k , el coeficiente de correlación cuadrático (R^2) muestra poca dispersión.

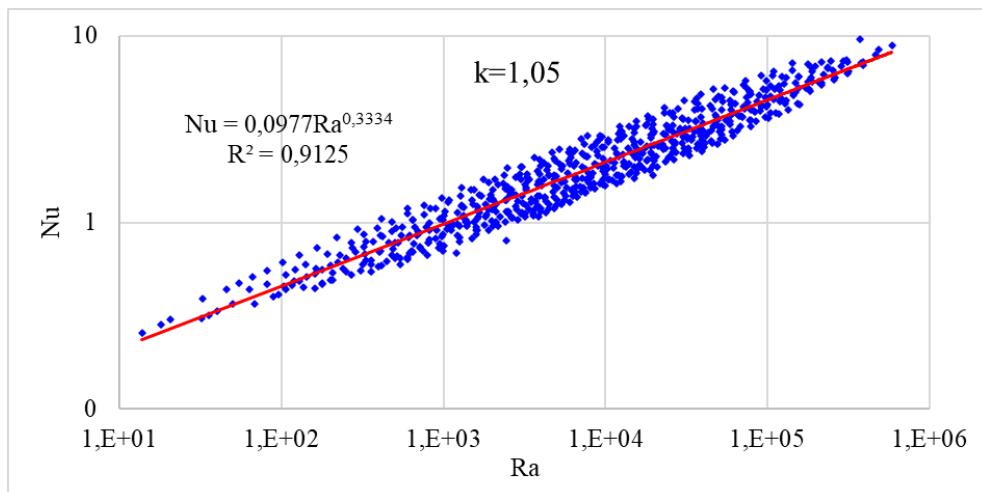
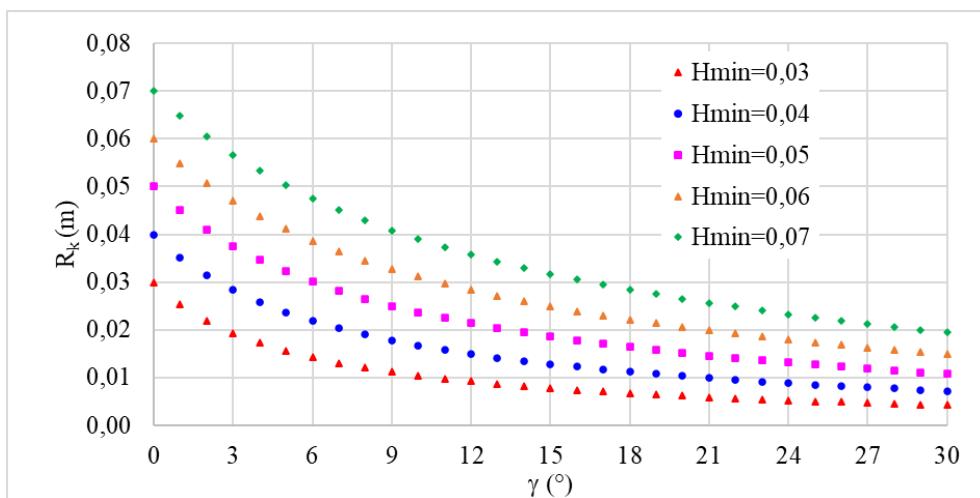


Figura 9: Correlación Nu vs Ra , para R_k , con $k=1,05$.

Si bien la correlación obtenida responde al estudio teórico de convección de Bernard, se observan que algunos valores de Ra son menores al valor crítico (1700) y Nu menor a 1, lo que indica que la escala de R_k debe ajustarse.

Para analizar dependencia de R_k con el ángulo de inclinación y separación de las paredes activas, en la [figura 10](#) se grafica la longitud racional R_k vs γ , para todos los H_{min} considerados en este trabajo. Como se muestra en la sección 4, el flujo de calor disminuye al aumentar tanto γ ([figura 5](#)) como H_{min} ([figura 7](#)). La longitud R_k decrece con el incremento de γ ; sin embargo, no presenta esta característica con el aumento de H_{min} ([figura 10](#)).

Figura 10: Dependencia de R_k con γ , para $k=1,05$.

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se analiza numéricamente la convección natural en un recinto trapezoidal, se exploran distintos valores de la base menor (H_{min}): 0,03 m a 0,07 m; para evaluar el efecto de la separación de las paredes activas en la transferencia de calor.

Para $H_{min} \geq 0,05$ m se distinguen dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, este cambio de flujo ocurre a un ángulo crítico. Para $H_{min}= 0,03$ m y 0,04 m no se han encontrado flujo unicelular. En todos los casos, la transferencia de calor aumenta con el incremento del salto de temperatura y disminuye con el aumento del ángulo de inclinación y de la separación de las paredes activas.

Se han obtenido distintas correlaciones potenciales entre Nu y Ra , tomando como longitud característica H_{max} para unicelular y R_k , para el caso multicelular. El valor de k con el que mejor correlación se obtiene es 1,05.

Como trabajo futuro se plantea la variación de H_{min} o L , de modo que el cociente H_{min}/L sea cercano a 1, para un estudio más exhaustivo de la influencia de los parámetros geométricos sobre la transferencia de calor. Este estudio paramétrico podría realizarse a través de la adimensionalización de las variables.

REFERENCIAS

- Bejan A. *Convection Heat Transfer*. 4th Edition. John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- Esteban E., Aramayo A., Farfán N. Longitudes Características para Convección de Bénard: Geometrías Trapezoidales. *Acta de la XLV Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energías Renovables y Ambiente* Vol. 10, pp 72-81. ISBN 978-987-29873-1-2, 2023.
- Esteban E., Aramayo A., Jaime G. Estudio de la longitud característica para convección natural en cavidades trapezoidales simétricas. *Mecánica Computacional*, vol. XLI, pp. 1141-1150. ISSN 2591-3522, 2024.
- OpenFOAM. The OpenFOAM Foundation. Dirección URL: <https://openfoam.org/>. 2015.
- Prince H., Rozin E., Sagor J., Saha S. . Evaluation of overall thermal performance for conjugate natural convection in a trapezoidal cavity with different surface corrugations. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 130 (2022) 105772.