

SIMULACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN RECIPIENTES CILÍNDRICOS CON FLUJO DE CALOR CONSTANTE Y VARIABLE

SIMULATION OF HEAT TRANSFER IN CYLINDRICAL ENCLOSURES UNDER CONSTANT AND TIME-VARYING HEAT FLUX

Marta R. Laspiur^a, Luis Cardón^b, Germán A. Salazar^{a,b} y Adrián C. Rovero^c

^a*Instituto de Investigación de Energía No Convencional (INENCO, CONICET-UNSa). Salta - Argentina*

^b*Facultad de Ciencias Exactas - Universidad Nacional de Salta (UNSa). Salta - Argentina*

^c*Instituto de Astronomía y Física del Espacio (IAFE, CONICET-UBA). CABA - Argentina*

Palabras clave: Convección natural, OpenFOAM, Boussinesq.

Resumen. Este trabajo estudia el fenómeno de convección natural transitoria en el interior de cavidades cilíndricas sometidas a flujo de calor constante y variable por la pared lateral, mientras que la base y tapa se consideran adiabáticas. La motivación surge del análisis térmico de tanques de gran volumen expuestos a las condiciones climáticas. Las simulaciones se realizan con el software OpenFOAM v.9, considerando la aproximación de Boussinesq. Para un flujo de calor constante, se analiza la influencia de distintos esquemas numéricos sobre los términos convectivos (QUICK, Linear, LinearUpwind) y refinamiento de mallas, evaluando la fidelidad de las soluciones. Se trabaja en configuraciones de 3 dimensiones, comparando los resultados de temperatura con datos experimentales reportados, mostrando una buena concordancia en el régimen transitorio. Finalmente, se considera un flujo de calor variable, definido en función de la temperatura ambiente, para aproximarse a condiciones reales. Este estudio constituye una base sólida para el análisis térmico de tanques de almacenamiento expuestos al ambiente.

Keywords: Natural convection, OpenFOAM, Boussinesq

Abstract. This work studies the phenomenon of transient natural convection inside cylindrical cavities subjected to constant and variable heat flow through the side wall, while the base and top are considered adiabatic. The motivation arises from the thermal analysis of large storage tanks exposed to climatic conditions. Simulations are carried out using OpenFOAM v.9, within the Boussinesq approximation. For a constant heat flux, the influence of different numerical schemes on the convective terms (QUICK, Linear, LinearUpwind) and mesh refinement is analyzed to assess the fidelity of the solutions. Three-dimensional configurations were considered, and the simulated temperature profiles were compared with reported experimental data, showing good agreement in the transient regime. Finally, a variable heat flux, defined as a function of the ambient temperature, is introduced to approximate real environmental conditions. This study provides a solid basis for the thermal analysis of storage tanks exposed to outdoor environments.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de convección natural en el interior de cavidades cilíndricas ha sido estudiado en relación a numerosas aplicaciones, entre ellas, acumuladores de agua caliente (Ievers y Lin, 2009), sistemas solares de calentamiento de agua (Mavros et al., 1994) y tanques de almacenamiento de petróleo (Cotter y Charles, 1993). El estudio de este fenómeno en recintos cerrados, focalizado en cavidades rectangulares, es la base para el análisis de configuraciones más complejas (Ostrach, 1988).

Evans et al. (1968) realizó un estudio experimental y analítico para un cilindro vertical con la pared lateral sometida a flujos de calor constante, en un amplio rango de números de Prandtl, relación de aspecto y números de Rayleigh. También determinó un modelo que permite predecir la distribución de la temperatura en el fluido en función del tiempo.

Estudios posteriores, De Césaró Oliveski et al. (2003) realizaron análisis experimentales midiendo campos de velocidad tangencial y temperatura en el interior de un recipiente cilíndrico con agua. Lemembre y Petit (1998), Lin y Armfield (1999) y también De Césaró Oliveski et al. (2003) estudiaron numéricamente la convección natural para fluidos calentados y enfriados por los laterales, en el régimen estacionario y transitorio para un amplio rango de números de Rayleigh, Prandtl y relación de aspecto.

Recientemente, Zhou et al. (2021) incorporaron como condición de borde un flujo de calor periódico, como una mejor aproximación a los efectos de la radiación solar. Mientras que Corzo et al. (2011) evaluaron el código computacional OpenFOAM para simular el fenómeno de convección natural en cavidades cuadradas y cúbica en un amplio rango de números de Rayleigh. Estos avances muestran la posibilidad de extender el análisis a geometrías cilíndricas.

El presente trabajo propone utilizar esta herramienta de modelado numérico para la simulación de la dinámica del fluido transitoria en dos y tres dimensiones en un tanque cilíndrico. Se analizan distintos esquemas de discretización y se lleva a cabo un análisis de discretización de malla. Los datos de temperatura obtenidos se validan con datos experimentales de la literatura. Asimismo, se obtienen resultados para una condición de borde con flujo de calor periódico dependiente de la temperatura ambiente. Este estudio constituye un paso hacia aplicaciones mas complejas, como el análisis de grandes tanques de almacenamiento expuestos al ambiente.

2. METODOLOGÍA

2.1. Formulación del problema

Un esquema del modelo físico y el sistema de coordenadas se observa en la Figura 1. Una cavidad cilíndrica de altura H , radio R y la pared lateral sometida a un flujo de calor constante q'' , la base y tapa adiabáticas.

La convección natural en el interior del cilindro para un fluido incompresible, considerando la aproximación de Boussinesq está descrita por las ecuaciones de continuidad, momento y energía en notación vectorial:

$$\text{Continuidad} : \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Momento} : \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} - \beta\mathbf{g}(T - T_0) \quad (2)$$

$$\text{Energía} : \frac{DT}{Dt} = \alpha\nabla^2 T \quad (3)$$

donde \mathbf{u} es el campo de velocidad, $p(\text{Pa})$ es la presión, $\mathbf{g}(\text{m/s}^2)$ es la aceleración de la gravedad con dirección en y , $T(\text{K})$ es la temperatura, T_0 la temperatura inicial, $\rho(\text{kg/m}^3)$, $\nu(\text{m}^2/\text{s})$

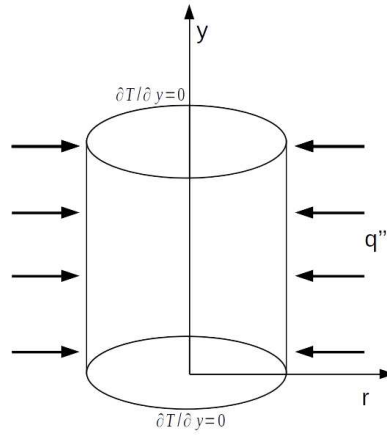


Figura 1: Cavidad cilíndrica con las condiciones de borde

y $\alpha (m^2/s)$ son la densidad, viscosidad cinemática y la difusividad térmica del fluido, β es el coeficiente de expansión térmica del fluido. Las condiciones iniciales y de borde son:

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, T = T_0 \text{ para } t = 0$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \partial T / \partial y = 0 \text{ en } y = 0, H$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \partial T / \partial x = -q''/k \text{ en } x^2 + z^2 = R^2$$

Se impone un flujo de calor constante en la pared lateral, mientras que la base y la tapa se consideran adiabáticas.

La caracterización del flujo está determinada por los parámetros adimensionales: el número de Prandtl Pr y el número de Rayleigh modificado Ra_Φ , definido en función del flujo de calor impuesto en la pared lateral:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (4)$$

$$Ra_\Phi = \frac{g\beta q'' H^4}{\alpha \nu k} \quad (5)$$

2.2. Análisis de escala

En el caso de un flujo de calor constante en la pared lateral, las escalas características se encuentran documentadas en la bibliografía (Bejan, 2013). En este trabajo, incorporamos el análisis para un flujo de calor variable debido a la temperatura ambiente, representada por una función sinusoidal:

$$T_\infty(t) = -T_A \sin[2\pi f(t + \phi)] + T_{\infty 0} \quad (6)$$

donde $T_A = T_\infty^{max} - \bar{T}_\infty$ es la amplitud, \bar{T}_∞ es la temperatura ambiente media, $T_{\infty 0}$ es la temperatura al inicio del ciclo, $f = 1/86400s$ es la frecuencia correspondiente a un día, ϕ es la fase y suponemos que $0 \leq T_\infty(t) \leq 100$. Determinamos \bar{T}_∞ :

$$\bar{T}_\infty = \frac{1}{T} \int_0^T T_\infty(t) dt = T_{\infty 0} \quad (7)$$

El gradiente de temperatura en la pared lateral se expresa como:

$$\partial T / \partial x = -\Gamma = -\Delta\Gamma \sin[2\pi f(t + \phi)] - \Delta\Gamma_w \quad (8)$$

donde $\Delta\Gamma = \frac{h_{ext}}{k}(T_{\infty 0} - T_\infty^{max})$ es la amplitud del gradiente de temperatura ambiental sobre la pared lateral y $\Delta\Gamma_w = \frac{h_{ext}}{k}(T_{\infty 0} - \bar{T}_w)$ es el gradiente de temperatura en la pared. Ambos

términos son oscilatorios y la temperatura en la pared lateral se por debajo de la temperatura ambiente máxima durante todo el ciclo, se considera relevante el primer término, porque $|\Delta\Gamma|$ es mayor a $|\Delta\Gamma_w|$.

El número Rayleigh modificado dependiente del gradiente Γ , resulta:

$$Ra_\Gamma = \frac{g\beta\Delta\Gamma H^4}{\nu\alpha} \quad (9)$$

Las escalas obtenidas para el tiempo, velocidad, espesor de la capa límite y diferencia de temperatura son:

$$\begin{aligned} t &\sim Ra_\Gamma^{-2/5} \frac{H^2}{\alpha} \\ u_y &\sim Ra_\Gamma^{2/5} \frac{\alpha}{H} \\ \delta_T &\sim H Ra_\Gamma^{-1/5} \\ \Delta T &\sim Ra_\Gamma^{-1/5} \Delta\Gamma H \end{aligned} \quad (10)$$

2.3. Adimensionalización

El problema se adimensionaliza a partir de los siguientes parámetros:

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad Z = \frac{z}{H}, \quad \tau = \frac{t}{H/U_0}, \quad U_y = \frac{u_y}{U_0}, \quad U_x = \frac{u_x}{U_0}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad P = \frac{p}{\rho U_0} \quad (11)$$

$$\text{con } U_0 = \frac{\alpha}{H} Ra_\Phi^{2/5} \text{ y } \Delta T = \frac{q'' H}{k} Ra_\Phi^{-1/5}$$

Las ecuaciones de continuidad, momento y energía se expresan en forma adimensional en función de los parámetros Ra_Φ y Pr , siguiendo las formulaciones de convección natural en cavidades cilíndricas (Lin y Armfield, 1999).

En el caso del flujo de calor variable, las variables adimensionales mantienen la misma forma que en el caso anterior, excepto por las escalas de velocidad y temperatura:

$$U_0 = \frac{\alpha}{H} Ra_\Gamma^{2/5}, \quad \Delta T = Ra_\Gamma^{-1/5} \Delta\Gamma H \quad (12)$$

El flujo de calor adimensional se define como $q^* = \frac{q''}{\Delta\Gamma k}$.

La frecuencia utilizada en este análisis corresponde al ciclo de un día $f = \frac{1}{86400s}$ y ϕ es la fase de la temperatura ambiente, las variables adimensionalizadas son:

$$F = f \frac{H}{U_0}, \quad \phi^* = \phi \frac{U_0}{H} \quad (13)$$

3. MODELADO COMPUTACIONAL

La solución numérica de las ecuaciones de continuidad, energía y momento para problemas de convección interna se realizó con OpenFOAM v.9 (OF), empleando el solver transitorio 'buoyantPimpleFoam', que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes considerando la aproximación de Boussinesq (Corzo et al., 2011; Greenshields, 2021).

3.1. Generación de mallas y condiciones de simulación

El dominio cilíndrico se realizó con la herramienta blockMesh de OF. Se utilizó una configuración tridimensional (Fig. 2), formada por un prisma rectangular con una pequeña curva a los laterales y la parte externa con cuartos de cilindros, refinada hacia la pared lateral para resolver adecuadamente la capa límite térmica.

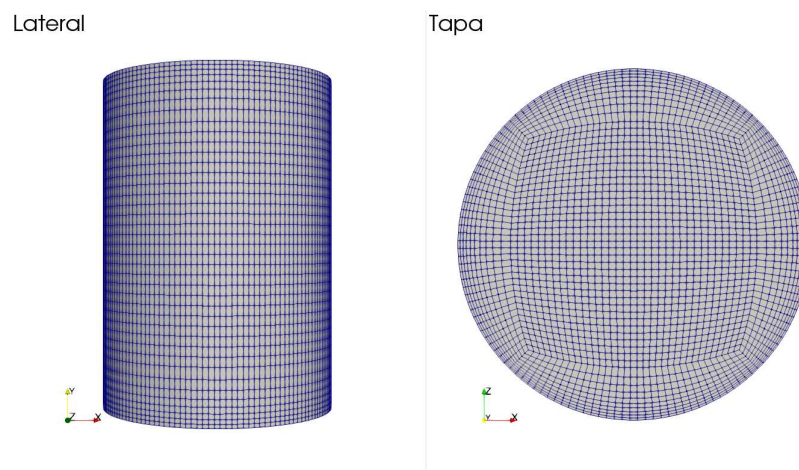


Figura 2: Malla 3D: vista del lateral y tapa del cilindro.

La evaluación de la malla y esquema de resolución para los términos convectivos se realizó pruebas considerando los siguientes parámetros: altura del cilindro $0,25m$, radio $0,088m$, flujo de calor constante sobre la pared lateral $214,13W/m^2$, temperatura inicial del fluido $298,84K$, $Ra_{\Phi} = 2,18 \times 10^{-4}$ y $Pr = 6,21$. Las propiedades termofísicas del agua se consideraron constantes a la temperatura inicial y las simulaciones se corrieron en el régimen laminar.

3.2. Esquemas de discretización

Se evaluaron tres esquemas de resolución de segundo orden para los términos convectivos: QUICK, linear y linearUpwind (LU). Se ajustó el factor de relajación 0,3 para la presión, 0,7 para la velocidad y 0,9 para la energía (Corzo et al., 2011). Los criterios de convergencia para los residuos son de 10^{-5} para la velocidad y 10^{-8} para la energía.

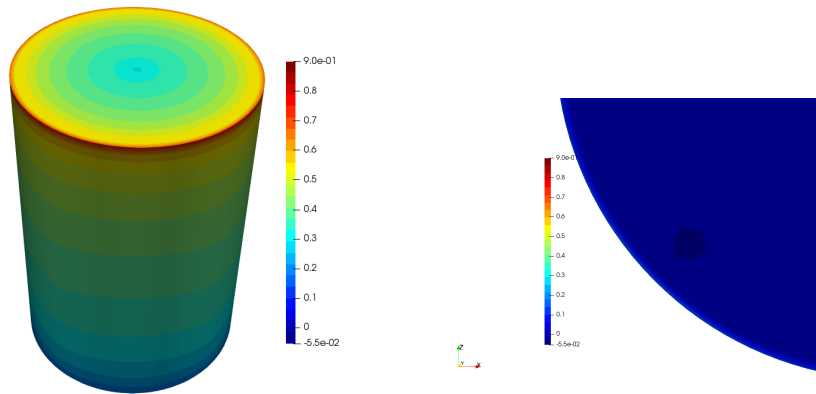
Los esquemas QUICK y linear muestran un perfil de temperatura estratificado, pero presentan una región de temperatura menor a la temperatura inicial (Fig. 3). En contraste, con el esquema LU no se observaron estas inconsistencias.

El esquema linear utiliza una interpolación lineal entre nodos vecinos, y el esquema QUICK aplica una interpolación cuadrática de tercer orden. ambos tienden a generar oscilaciones no físicas en flujos dominados por la convección, especialmente en direcciones radiales. En cambio, LU combina la interpolación lineal en la dirección contraria al flujo para evitar oscilaciones en las soluciones. Por esta razón, se optó por LU para las simulaciones posteriores.

3.3. Independencia de la malla

Se analizaron tres refinamientos de mallas para garantizar la independencia de la solución con la discretización. En la Tabla 1 se presentan las características de cada una de las mallas:

Los campos de temperatura y velocidad fueron comparados en el centro del recipiente y la región de la capa límite vertical, para $\tau = 0,399$. Las soluciones obtenidas describen correctamente el fenómeno en la región de la capa límite y coinciden con lo descrito por otros autores



(a) Isothermas vista desde la pared lateral y tapa. (b) Vista de la base del cilindro, donde se observa una 'región' de menor temperatura al resto.

Figura 3: Perfil de temperatura en un tiempo adimensional $\tau = 0,4369$, esquema QUICK (y linear).

	Malla 1	Malla 2	Malla 3
División en el cubo central en X	35	43	55
División externa	10	14	20
División en Y	40	58	66
Número de celdas	105000	246906	490050

Tabla 1: Características de las mallas para el caso 3D

(Lin y Armfield, 1999), entre otros. Se aprecian diferencias mínimas en U_x y U_y en la dirección radial (figura 4). En la región del núcleo, U_x es mucho menor a la componente vertical de la velocidad. U_y muestra el comportamiento esperado, valores negativos en el núcleo del fluido (flujo descendente) y que aumenta rápidamente al aproximarse a la pared lateral.

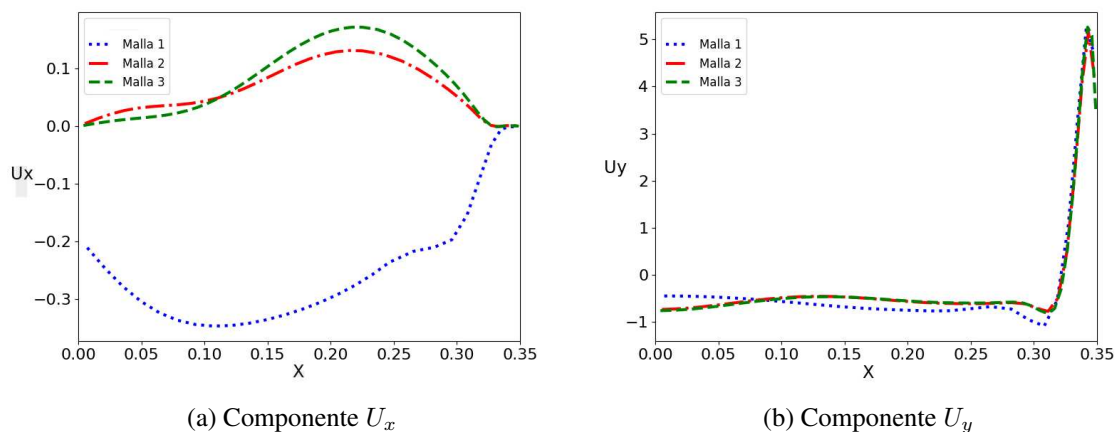


Figura 4: Distribución de las componentes horizontal (a) y vertical (b) de la velocidad en $Y = 0,5$, para $\tau = 0,399$.

Las mallas 2 y 3 son las que mejor coinciden, presentando una leve diferencia en la velocidad horizontal, por lo tanto, se seleccionó la malla 2, de densidad media.

3.4. Validación

Los resultados obtenidos se compararon con los datos presentados por [Evans et al. \(1968\)](#) para la convección natural transitoria en un cilindro vertical con flujo de calor constante en la pared lateral. La Fig 5 muestra la evolución de la temperatura media normalizada para cinco alturas adimensionalizadas y/H . La normalización de la temperatura se realizó con respecto a $T_B - T_0$, donde T_B representa la temperatura del fluido si estuviera mezclado y se determina como $T_B - T_0 = \frac{4}{\rho C_p D} \int_0^t q'' dt$, donde D es el diámetro del cilindro. En el eje de las abscisas se representa el tiempo adimensionalizado como $Fo Ra_\Phi^{1/5}$, donde $Fo = \alpha t / H^2$ es el número de Fourier.

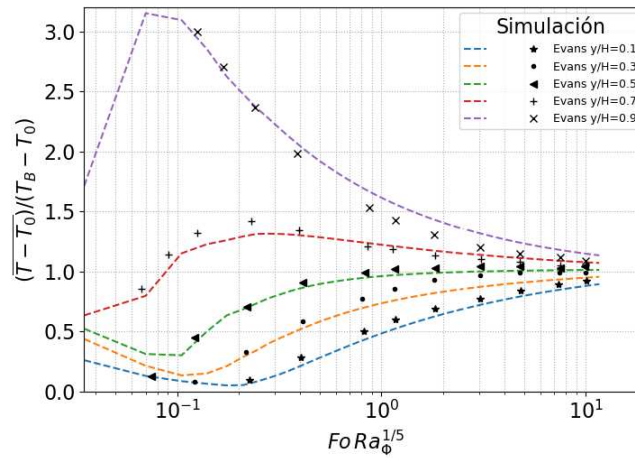


Figura 5: Comparación de la temperatura media normalizada simulada con los datos experimentales ([Evans et al., 1968](#)), para $Y = 0,1-0,9$, $q'' = 214,13, \text{W/m}^2$ y $A = 1,42$.

Las simulaciones reproducen satisfactoriamente los datos experimentales, sobre todo en la región central del cilindro ($Y = 0,5$) y para $Fo Ra_\Phi^{1/5} > 0,1$. En la parte inferior se observa que las curvas subestiman las mediciones, y en la parte superior las sobreestiman. Para $Fo Ra_\Phi^{1/5} < 0,05$ no se dispone de datos experimentales. Tanto los datos medidos como las simulaciones convergen a uno.

4. FLUJO DE CALOR VARIABLE

El análisis se extendió a una condición de borde más realista, donde la pared lateral está sometida a un flujo de calor periódico que depende de la temperatura ambiente $T_\infty(t) = -10K \sin(2\pi 1,16(t + 8624,88)) + 296,34K$. Se consideraron las mismas condiciones iniciales que en el caso de flujo de calor constante con $Ra_\Gamma = 1,72 \times 10^7$ y $Pr = 6,21$. La simulación se realizó aplicando el esquema LU y densidad de malla validados anteriormente, durante el ciclo de un día.

4.1. Evolución temporal de la temperatura

La Fig. 6 muestra las isosuperficies de temperatura durante un ciclo. El fluido se enfría y calienta en respuesta al flujo de calor sometido a la pared lateral q^* . En las proximidades de la pared lateral se aprecia la formación de la capa límite térmica.

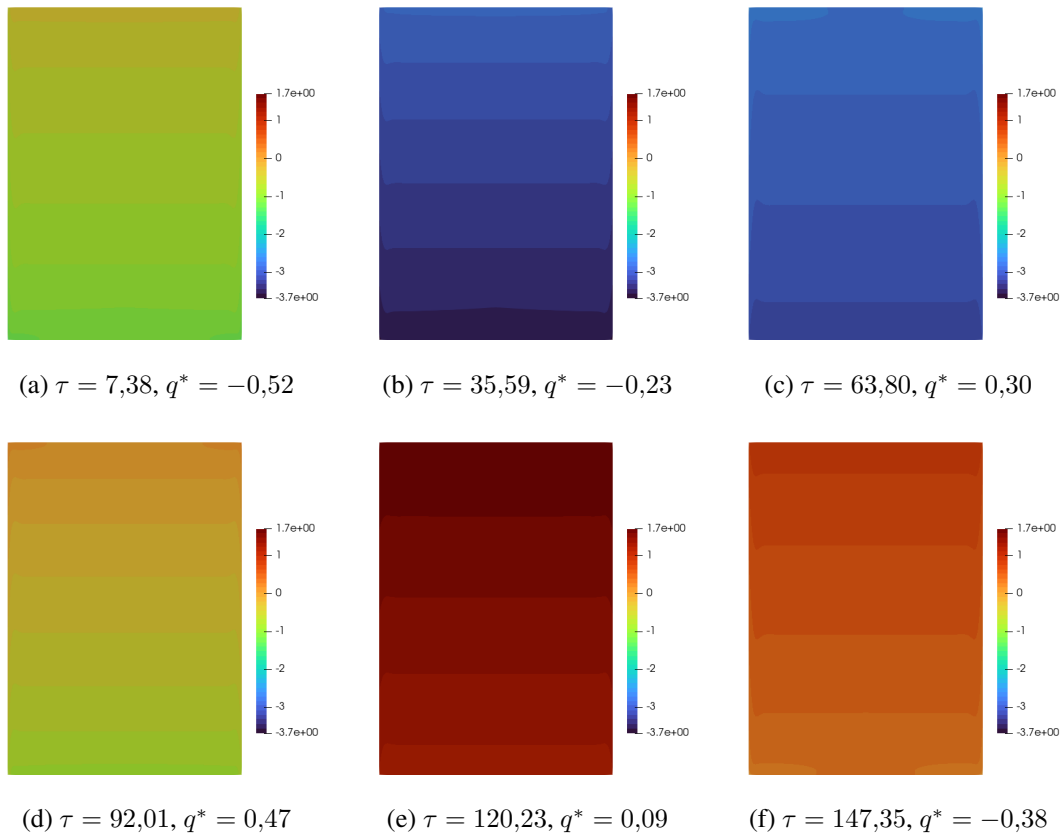


Figura 6: Evolución temporal de la temperatura durante un ciclo.

La evolución de la temperatura vertical en $X = 0,34$ se muestra en Fig. 7, comparada con la temperatura ambiental y el flujo de calor lateral. Se observa un claro desfase entre la temperatura ambiente y la del fluido: el mínimo de Θ_∞ (temperatura ambiental adimensionalizada) ocurre en $\tau = 23,44$, mientras que Θ en la capa límite $\tau = 47,09$, resultando un desfase de $\Delta\tau = 23,65$. La estratificación de la temperatura del fluido se mantiene durante todo el ciclo.

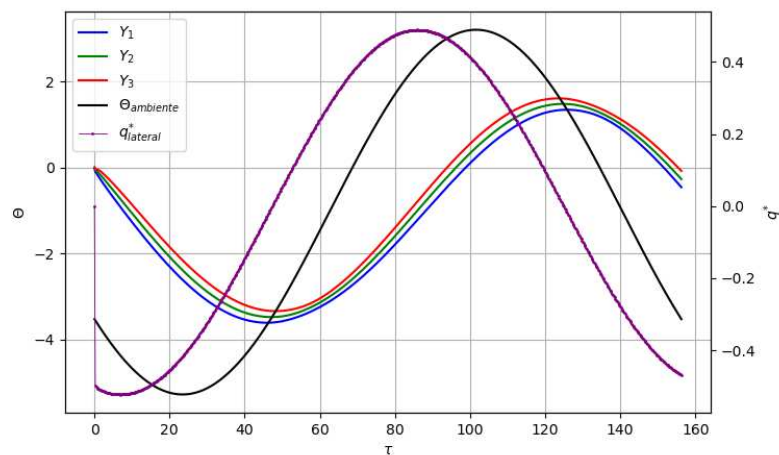


Figura 7: Evolución de la temperatura en tres alturas ($Y_1 = 0,2, Y_2 = 0,5, Y_3 = 0,8$) en $X = 0,34$, junto con la temperatura ambiente y el flujo de calor en la pared lateral.

4.2. Campo de velocidad

La Figura 8 muestra la variación temporal de las componentes de la velocidad, U_x en $X = 0,34$ y U_y en $Y = 0,5$. Se identifican tres etapas: el flujo descende por la pared lateral con una intrusión dirigida hacia el núcleo por la base del cilindro; en la inversión del flujo, la componente U_x oscila hasta estabilizarse; y un régimen ascendente del fluido por la pared lateral, con $U_y > 0$. Los máximos de la velocidad ocurren durante los primeros momentos del enfriamiento, coincidiendo con la formación de la capa límite lateral.

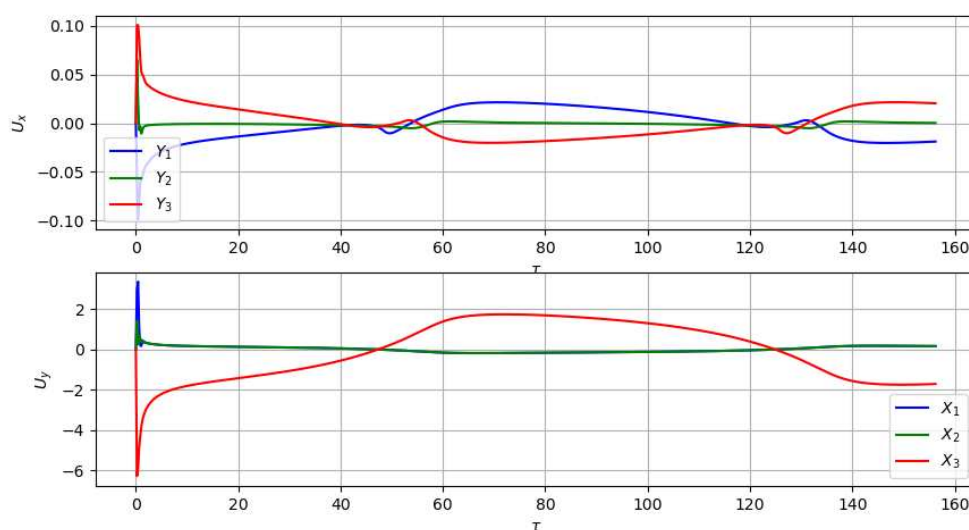


Figura 8: Variación temporal de la velocidad horizontal ($Y_1 = 0,2$, $Y_2 = 0,5$, $Y_3 = 0,8$, en $X = 0,35$) y vertical ($X_1 = 0,008$, $X_2 = 0,176$, $X_3 = 0,344$, en $Y = 0,5$).

5. CONCLUSIONES

El presente trabajo simuló la convección natural interna en un recipiente cilíndrico, con la pared lateral sometida a un flujo de calor, las demás paredes son adiabáticas. Se compararon distintos esquemas de resolución para los términos convectivos, seleccionando el esquema LU por su mayor precisión. Además se analizaron tres refinamientos de mallas, optando por configuraciones que minimizan el costo computacional. La validación de los resultados numéricos contra datos experimentales de [Evans et al. \(1968\)](#) mostró una buena concordancia, lo que justificó su uso posterior.

La modificación a un flujo de calor variable, definido en función de la temperatura ambiente, permitió aproximar el problema a una condición más realista. Se observó que la temperatura en el fluido presenta una evolución periódica y que el flujo en la capa límite asciende durante el calentamiento y descende en el enfriamiento. Además, se identificó un desfase entre la temperatura ambiente y la temperatura del fluido en la capa límite.

Los resultados, obtenidos para una escala reducida, permiten describir los mecanismos de convección natural en tanques de mayor porte y aproximarnos a condiciones realistas.

REFERENCIAS

Bejan A. *Convection heat transfer*. John wiley & sons, 2013.

- Corzo S.F., Damián S.M., Ramajo D., y Norberto M.N. Numerical Simulation of Natural Convection Phenomena. *Mecánica Computacional*, XXX(August 2016):277–296, 2011.
- Cotter M.A. y Charles M.E. Transient cooling of petroleum by natural convection in cylindrical storage tanks-I. Development and testing of a numerical simulator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(8):2165–2174, 1993. ISSN 00179310.
- De Césaró Oliveski R., Krenzinger A., y Vielmo H.A. Cooling of cylindrical vertical tanks submitted to natural internal convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(11):2015–2026, 2003. ISSN 00179310. [http://doi.org/10.1016/S0017-9310\(02\)00508-2](http://doi.org/10.1016/S0017-9310(02)00508-2).
- Evans L.B., Reid R.C., y Drake E.M. Transient natural convection in a vertical cylinder. *AIChE Journal*, 14(2):251–259, 1968. ISSN 15475905. <http://doi.org/10.1002/aic.690140210>.
- Greenshields C. *OpenFOAM v9 User Guide*. The OpenFOAM Foundation, London, UK, 2021.
- Ievers S. y Lin W. Numerical simulation of three-dimensional flow dynamics in a hot water storage tank. *Applied Energy*, 86(12):2604–2614, 2009. ISSN 03062619. <http://doi.org/10.1016/j.apenergy.2009.04.010>.
- Lemembre A. y Petit J.P. Laminar natural convection in a laterally heated and upper cooled vertical cylindrical enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41(16):2437–2454, 1998. ISSN 00179310. [http://doi.org/10.1016/S0017-9310\(97\)00367-0](http://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00367-0).
- Lin W. y Armfield S.W. Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(22):4117–4130, 1999. ISSN 00179310. [http://doi.org/10.1016/S0017-9310\(99\)00074-5](http://doi.org/10.1016/S0017-9310(99)00074-5).
- Mavros P., Belessiotis V., y Haralambopoulos D. Stratified energy storage vessels: Characterization of performance and modeling of mixing behavior. *Solar Energy*, 52(4):327–336, 1994. ISSN 0038092X.
- Ostrach S. Natural convection in enclosures. *Journal of heat transfer*, 110(November 1988):1175—1190, 1988.
- Zhou L., Armfield S.W., Williamson N., Kirkpatrick M.P., y Lin W. Natural convection in a cavity with time-dependent flux boundary. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 92(November):108887, 2021. ISSN 0142727X. <http://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2021.108887>.