Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XLI, pp. 47-56 C.I. Pairetti, M.A. Pucheta, M.A. Storti, C.M. Venier (Eds.) R. Jaca, D. Felix (Issue eds.) Rosario, November 5-8, 2024

UN CRITERIO DE ESTADO LÍMITE DINÁMICO ADECUADO A CÁSCARAS CILÍNDRICAS SOMETIDAS A CARGAS IMPULSIVAS

A DYNAMIC STABILITY CRITERION SUITABLE FOR CYLINDRICAL SHELLS UNDER IMPULSIVE LOADS

Mariano P. Ameijeiras^a y Luis A. Godoy^b

^aUniversidad Nacional de Córdoba, FCEFyN e Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, CONICET/UNC, Córdoba, Argentina, m.ameijeiras@unc.edu.com

^bInstituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología, CONICET/UNC

Palabras clave: pandeo, cáscaras cilíndricas, pandeo dinámico, explosiones.

Resumen. En la industria petroquímica, los tanques cilíndricos de almacenamiento de hidrocarburos pueden estar sometidos a efectos de ondas explosivas externas provenientes de detonaciones. El estado límite de pandeo dinámico de cáscaras delgadas bajo cargas asimétricas de corta duración no ha sido determinado de manera confiable hasta el presente, asociado a la carencia de criterios adecuados. En este trabajo se desarrolla y propone un criterio que estima las acciones críticas a partir de medir las fuerzas restitutivas del sistema en sentido integral (débil). Los resultados de inestabilidad sobre la trayectoria de movimiento (cuasi bifurcación) publicados a partir del año 1977 por L.H.N Lee sirven de base para los análisis que se realizan. Se trabaja sobre un modelo elastoplástico de anillo que permite estudiar de forma simplificada los modos críticos impulsivos de tanques cilíndricos según lo han mostrado los autores en publicaciones previas. A partir de ese modelo, se evalúan cargas críticas de pandeo dinámico de tanques típicos de la industria del petróleo y se comparan los resultados con modelos numéricos por el método de los elementos finitos. De los análisis se puede concluir que a través del criterio propuesto es posible obtener una buena aproximación al estado límite de pandeo dinámico.

Keywords: buckling, thin-walled cylindrical shells, dynamic buckling, explosions.

Abstract. In the petrochemical industry, cylindrical hydrocarbon storage tanks may be subject to the effects of external explosive waves from detonations. The dynamic buckling limit state of thin shells under short-duration asymmetric loading has not been fully explored in the literature mainly due to the lack of appropriate criteria. In this work, a criterion is developed and proposed to estimate critical actions by measuring the restoring forces of the system in an integral (weak) sense. The instability results on the movement trajectory (quasi-bifurcation) published since 1977 by L.H.N Lee, serve as a basis for the analyses carried out. We work on an elastoplastic ring model that allows us to study in a simplified way the critical impulsive modes of cylindrical tanks as shown by the authors in previous publications. From this model, critical dynamic buckling loads of typical tanks in the oil industry are measured and the results are compared with numerical models by the finite element method. From the results it can be concluded that through the proposed criterion it is possible to obtain a good approximation to the dynamic buckling limit state.



1 INTRODUCCIÓN

El pandeo dinámico hace referencia a la estabilidad de un sistema elástico o elastoplástico sometido a cargas que son función del tiempo. Esto incluye los problemas de resonancia paramétrica, estabilidad aeroelástica, la estabilidad de sistema bajo cargas tipo escalón (aplicadas súbitamente y de valor constante en el tiempo) y cargas impulsivas, los dos últimos más relacionados con la ingeniería civil.

Los programas que tienen en cuenta las no linealidades de material y cinemáticas han evolucionado notablemente, con la consecuencia de que es posible modelar y predecir la respuesta de estructuras de pared delgada sometidas a cargas de corta duración.

Sin embargo, es deseable tener un modelo simplificado y un criterio general que pueda predecir pandeo dinámico sin recurrir a modelos complejos por el MEF.

Uno de los primeros criterios para medir estados límite de sistemas sometidos a cargas tipo escalón, fue propuesto por Budiansky y Roth (1962), donde se investiga la respuesta del sistema (principalmente la magnitud del desplazamiento) versus acciones incrementales. Se dice que ocurre pandeo dinámico cuando hay una variación grande en la respuesta frente a un pequeño incremento de la carga. Este criterio se ha aplicado con éxito para el caso de cargas escalón en: Flores y Godoy (1998, 1999), Sosa y Godoy (2005), Virella et al. (2006), entre otros.

Sin embargo, hay limitaciones en el criterio mencionado para el caso de cargas impulsivas principalmente debido a dos aspectos:

(a) no contempla la posible existencia de bifurcaciones sobre la trayectoria fundamental dinámica (Kleiber et al., 1987),

(b) debido a que el sistema evoluciona sin la carga aplicada, oscilará alrededor de centros o focos estables y no se producirá un desplazamiento que tienda a aumentar sin límite con incrementos de la acción. Los focos compiten como atractores y no hay unicidad en la identificación de la carga límite, porque para incrementos de carga el sistema puede evolucionar inclusive hacia su equilibrio inicial sin saltar a otros focos estables (Ameijeiras, 2020), y

(c) en un sistema de múltiples grados de libertad (como en un análisis por MEF) es prácticamente imposible determinar qué punto seguir para evaluar el criterio.

En la década de los setenta, Lee consideró una perturbación en la trayectoria fundamental dinámica y postuló que la respuesta dinámica se hace inestable cuando la proyección del vector aceleración perturbada sobre el vector desplazamiento perturbado es positiva, es decir, cuando la aceleración y el desplazamiento se relacionan de manera positiva (cuasi bifurcación, en oposición a bifurcación estática, Lee, 1977), de otro modo, la trayectoria es estable. Lee aplicó este criterio a casos simples (Lee 1978, 1981a, 1981b). Sin embargo, se ha demostrado (Kleiber et al., 1987; Ameijeiras & Godoy, 2021), que la condición que propone Lee puede ser necesaria pero no suficiente debido a que se presentan situaciones que encuadran dentro del criterio de inestabilidad, pero el movimiento se mantiene acotado.

Este trabajo extiende el criterio de Lee para superar la situación mencionada y lo aplica al análisis límite dinámico para cáscaras cilíndricas y delgadas bajo acciones explosivas.

2 CRITERIO DE CUASI BIFURACIÓN PARA PANDEO DINÁMICO BAJO CARGAS IMULSIVAS

2.1 El criterio original de Lee

Lowrence H. N. Lee (1923-2007), quien fuera profesor en la Universidad de Notre Dame en Indiana, USA, postuló en 1977 que, si en un sistema dinámico se impone una perturbación a las condiciones iniciales de desplazamiento o velocidad, δq o $\delta \dot{q}$, la respuesta alcanza una configuración inestable cuando la proyección de la perturbación del vector aceleración en la

perturbación del vector desplazamiento es positiva. De este modo, el movimiento no se mantendrá acotado.

Para un sistema de múltiples grados de libertad (MGDL), asumiendo un movimiento perturbado dado por $q_p=q+\delta q$ (q es la trayectoria fundamental y δq es la perturbación del desplazamiento), la condición de inestabilidad es:

$$C_L = \delta \ddot{q}_r(t) \delta q_r(t) > 0 \quad (\text{suma en } r), \quad t > t_{cr}$$
(1)

donde la suma se extiende al número de grados de libertad (GDL) del sistema. El resultado de la ecuación (1) es un escalar, llamado aquí coeficiente de Lee, C_L . Cuando $C_L>0$ para un tiempo t_{cr} , la respuesta del sistema crece sin límites y el movimiento es inestable. Por el contrario, el movimiento se mantiene acotado cuando el campo de fuerzas perturbado es restitutivo esto es, contario a la perturbación del desplazamiento.

Kleiber et al. (1987) observaron que hay situaciones que satisfacen el criterio de Lee y aún así el movimiento perturbado se mantiene acotado, indicando que el movimiento es estable. Ameijeiras y Godoy (2021, pp. 169-170) muestran tal afirmación para un sistema de comportamiento poscrítico inestable de dos grados de libertad, observando que incursiones cortas del sistema a valores $C_L>0$ pueden no ser suficientes para concluir la presencia de inestabilidad. La conclusión hasta aquí es que el criterio de Lee puede dar condiciones necesarias, pero no suficientes para inestabilidad.

2.2 Un criterio extendido basado en la propuesta de Lee

Para superar la limitación comentada, se puede explorar la determinación del valor acumulado de C_L hasta un tiempo determinado y para eso, los autores sugieren un nuevo coeficiente que determina la cualidad del movimiento (Ameijeiras y Godoy, 2021) en términos integrales:

$$C_s = \int_0^{t_f} C'_L(t) dt \tag{2}$$

donde:

$$C'_{L}(t) = \begin{cases} C_{L}(t) & \text{for } C_{L}(t) > 0\\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$
(3)

Por lo observado, el tiempo de integración t_f debe ser lo suficientemente largo para captar el fenómeno de inestabilidad.

Este trabajo utiliza un modelo simplificado y continuo de arco circular para representar el pandeo dinámico de cáscaras cilíndricas de pared delgada. De esta forma se puede extender la ecuación (3) para reflejar esta situación del siguiente modo:

$$C_{s} = \int_{\theta_{0}}^{\theta_{f}} \int_{0}^{t_{f}} C'_{L}(\theta, t) dt d\theta$$

$$C'_{L}(\theta, t) = \begin{cases} \delta \ddot{q}_{r}(\theta, t) \delta q_{r}(\theta, t) & \delta \ddot{q}_{r}(\theta, t) \delta q_{r}(\theta, t) > 0 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$
(4)

La integral (4) se extiende sobre la coordenada circunferencial θ del arco entre la coordenada de inicio y la final (Figura 1) e implica medir en términos integrales la posibilidad del campo restitutivo de mantener acotados los movimientos del sistema.

3 MODELO DE ARCO PARA MEDIR PANDEO DINÁMICO DE CILINDROS DE PARED DELGADA BAJO CARGAS IMPULSIVAS

En esta sección se muestra el modelo matemático de arco elastoplástico utilizado para

explorar el criterio extendido por los autores en la determinación de pandeo dinámico de cilindros de pared delgada sometidas a acciones externas de corta duración del tipo detonaciones.

El modelo matemático sugerido procura modelar la formación de arrugas incluyendo plasticidad en tanques cilíndricos debido a acciones de explosiones externas. Siguiendo a Lindberg y Florence (1987), las arrugas están muy próximas entre sí y quedan descriptas por ondas en la dirección circunferencial, independientes de la coordenada longitudinal del tanque. De este modo, es razonable enfocar la investigación solo en la coordenada circunferencial y describir la fenomenología con un arco. Además, por la proximidad entre arrugas mencionadas, las condiciones de borde no tienen una influencia significativa en el fenómeno.

La Figura 1(a) muestra el sistema de coordenadas (cilíndrico) y la geometría adoptada del arco. La coordenada angular se mide respecto de X_3 . El arco de radio R y espesor h, se extiende desde θ_0 hasta θ_f . La Figura 1(b) muestra los esfuerzos en un elemento de arco: membranal N_{θ_0} flexional circunferencial M_{θ_0} y corte Q_{θ_0} . Las deformaciones y tensiones en el arco son debidas a esfuerzos membranales y flexionales circunferenciales. Las deformaciones por corte son despreciables y se adopta la hipótesis de Kirchhoff-Love. Los desplazamientos w y las presiones p son positivos hacia el centro del arco. La coordenada curvilínea s está sobre la línea del arco. El elemento de arco cubre inicialmente $d\theta$ y cambia a $d\varphi$ en la configuración deformada.



Figura 1: Modelo de arco analizado. (a) Elemento de arco mostrando la resultante de tensiones. (b) Geometría y sistema coordenado del arco considerado

El modelo considera no linealidad mecánica con las siguientes restricciones: (a) el fenómeno se produce bajo compresión membranal dominante, la derivada temporal de las deformaciones no cambian de signo esto es, no hay descarga de ninguna fibra durante el pandeo y los momentos pueden calcularse a partir de la curvatura con el módulo tangente y (b) no hay cambio de curvatura que se pueda percibir durante el viaje circunferencial del pulso de manera que se desacopla el fenómeno de viaje de onda del de pandeo.

Teniendo en cuenta las imperfecciones, la ecuación de movimiento en la posición deformada, puede escribirse como:

$$\frac{E_t I}{R^4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - N_\theta \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right) \right] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p + N_\theta \left[\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial \theta^2} + w_0 \right) \right]$$
(5)

donde $E_t = E_t(\theta, t)$, *I* es el momento de inercia alrededor de un eje perpendicular al plano, $w = w(\theta, t)$ se mide desde la configuración inicial dada por la imperfección geométrica $w_0 = w_0$ (θ) , y ρ es la densidad del material.

Es conveniente adimensionalizar el desplazamiento y el tiempo del siguiente modo:

$$\zeta = \frac{w}{R}, \quad \tau = \frac{c}{R}t \tag{6}$$

donde c es la velocidad de propagación de onda en el medio elástico $c = (E_0/\rho)^{1/2}$, y E_0 es el módulo elasticidad inicial.

La ecuación de movimiento en términos de las nuevas variables se expresa como:

$$\zeta^{(4)} + \zeta^{(2)} - s^2 \left(\zeta^{(2)} + \zeta\right) + \frac{E_0}{\alpha^2 E_t} \ddot{\zeta} = \frac{pR}{\alpha^2 E_t h} + s^2 \left(\zeta_0^{(2)} + \zeta_0 + 1\right)$$
(7)

en la que se ha adoptado la siguiente notación:

$$\zeta^{(n)} = \zeta^{(n)}(\theta, \tau) = \frac{\partial^n \zeta}{\partial \theta^n}, \quad \ddot{\zeta} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \tau^2}, \quad s^2 = \frac{N_\theta}{h E_t \alpha^2} = \frac{\sigma_\theta}{E_t \alpha^2}, \quad \alpha^2 = \frac{h^2}{12R^2}$$
(8)

Con $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(\varepsilon_m) = \sigma_{\theta}(\zeta = w/R)$, and $E = E_t(\zeta)$ debido a que este modelo solo es capaz de analizar el inicio del pandeo dinámico donde la compresión es dominante y medida en el eje del anillo es decir, las descargas iniciales por flexión no afectan la relación momento-curvatura: $M_{\theta} = -E_t I \Delta_{\chi}$.

La ecuación (7) es no lineal mecánica, y cinemática por la presencia del término $s^2(\zeta^{(2)}+\zeta)$. El modelo analizado considera un dominio centrado en $\theta=\pi$, desde $\theta_0=\pi-\pi/4$ a $\theta_f=\pi+\pi/4$. Las condiciones de borde e iniciales están dadas por:

$$\zeta(\theta,0) = \zeta_p(\theta,0), \quad \zeta(\theta,0) = 0$$

$$\zeta^{(1)}(\theta_0,\tau) = 0, \quad \zeta^{(1)}(\theta_f,\tau) = 0, \quad \zeta^{(3)}(\theta_0,\tau) = 0, \quad \zeta^{(3)}(\theta_f,\tau) = 0$$
(9)

donde $\zeta_p(\theta,0)$ es la condición de desplazamiento inicial, adoptada como cero o con el valor de la perturbación requerido por el criterio de estabilidad.

La perturbación ζ_p no es la misma que la imperfección ζ_0 . Para la imperfección normalizada se adopta:

$$\zeta_0(\theta) = \frac{h}{R} \left\{ 1 - \left[\cos(2\theta) \right]^2 \right\}$$
(10)

La perturbación inicial, adopta una forma similar:

$$\zeta_{p}(\theta,0) = k \frac{h}{R} \left\{ 1 - \left[\cos(2\theta) \right]^{2} \right\}$$
(11)

El escalar k es cero para el movimiento sin perturbar o adopta valores pequeños con el objetivo de introducir una perturbación en el desplazamiento inicial.

Para la solución numérica de (7) sujeta a las condiciones (9) se utiliza el método semidiscreto de las líneas (MOL), que modela el espacio en diferencias finitas para luego resolver el sistema resultante de ODEs en el tiempo. Para ello se ha desarrollado un código de programación funcional con Wolfram Mathematica (2018).

Los resultados del modelo de arco y la solución descriptas, hasta el grado de deformaciones y desplazamientos requeridos para evaluar pandeo dinámico, han sido validados comparando con resultados determinados por el método de elementos finitos con elementos de cáscara, modelando no linealidad geométrica y de material mediante plasticidad asociada con función de fluencia y potencial plástico según el criterio de von Mises, y se han obtenido discrepancias máximas en desplazamientos del orden de 4% para $\theta=\pi$.

4 MODELO DE SOBREPRESIONES DEBIDAS A EXPLOSIONES EXTERNAS

La variación de las acciones en el espacio y el tiempo de muestran en la Figura 2.



Figura 2: Modelo adoptado de sobrepresiones explosivas. (a) Variación de la presión en el espacio, $f_{\theta}(\theta)$. (b) Variación de la presión en el tiempo, $f_{t}(t)$

Para la variación espacial se adapta la indicada en Putelat and Triantafyllidis (2014):

$$f_{\rho}(\theta) = e^{-k_{1}^{2}(\theta - \pi)^{2}}$$
(12)

Para la variación temporal, se utiliza la ecuación de Friedlander modificada (Duong et al., 2012a):

$$f_t(t) = \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) e^{-\frac{k_2 t}{t_0}}$$
(13)

donde t_0 es la duración de la fase positiva del pulso. Los valores de k_1 y k_2 se ajustan para reproducir la distribución espacial y los impulsos de la fase positiva medidos en ensayos a escala reducida (Duong et al., 2012b; Weggel, D. y Whelan M. J., 2013)

De este modo, la carga impulsiva queda modelada por:

$$p(\theta,t) = p_0 e^{-k_1^2(\theta-\pi)^2} \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) e^{-\frac{k_2 t}{t_0}}$$
(14)

donde p_0 representa la sobrepresión reflejada máxima o de pico.

5 VALIDACIÓN DEL CRITERIO DE PANDEO DINÁMICO EN TANQUES DE PETRÓLEO

En esta sección se establecen los límites de pandeo dinámico para tanques típicos de la industria del petróleo, a través del modelo simplificado de arco y el criterio propuesto por los autores. Los resultados se comparan con modelos no lineales mecánicos y cinemáticos completos por el MEF. Los tanques analizados se muestran en la Tabla 1.

Para todos los casos, la duración de la fase positiva del pulso es $t_0=35.2$ ms. La distribución de presiones sigue la ecuación (14). El material es ASTM-A36 ($\sigma_y=250$ MPa) con comportamiento bilineal, $E_0=200$ GPa y $E_t=0.05$ E_0 . Para la condición inicial perturbada se adopta un valor k=0.001.

	D [m]	H [m]	<i>h</i> [mm]	R/h	p_D^0 [kPa] (C_S method)	<i>i</i> ta [kPa×s]
TK15.05/1500	15	7.5	5	1500	100	0.5
TK25.05/1250	25	12.5	10	1250	150	1.0
TK35.05/1166	35	17.5	15	1166	175	1.4

Tabla 1: Tanques típicos de la industria del petróleo (t_0 =35.2ms)

La Figura 3 y Figura 4 muestran, para cada tanque, los gráficos construidos a partir de varios niveles de sobrepresiones de pico, donde cada punto representa un análisis independiente del otro. Para cada nivel de sobrepresiones, se han medido las duplas ($p_0, C_S/C_{Smin}$). En todas las gráficas se observa un umbral a partir del cual se produce un cambio brusco en el comportamiento de C_S . Ese umbral identifica valores aproximados u órdenes de magnitud de pandeo dinámico que se vuelcan en la Tabla 1, p_D^0 . Más allá de ese límite, las fuerzas restitutivas, en sentido integral, no son suficientes para acotar el movimiento. En las figuras se han indicado también los tiempos de análisis empleado en cada caso, t_a . El pandeo dinámico se produce en una fracción de la fase positiva del pulso y esa fracción aumenta con el espesor del tanque al igual que la sobrepresión que produce el pandeo dinámico. En las figuras se ha medido también el impulso en la coordenada de máxima presión asociado al intervalo de análisis, i_{ta} , y el valor de impulso asociado a pandeo dinámico se muestra en la Tabla 1.



Figura 3: Coeficiente de estabilidad C_s en función de la presión de pico.



Figura 4: Coeficiente de estabilidad C_s en función de la presión de pico tanque TK35.05/1166, $t_a=0.340t_0$

Los resultados obtenidos con el criterio de inestabilidad propuesto, utilizando el modelo simplificado de arco se comparan con análisis dinámicos GMNIA (*Geometrically and Materially Nonlinear Analysis with Imperfection included*) explícitos por MEF. Se utilizan elementos de cáscara lineales de cuatro nodos de integración reducida S4R (según manual de ABAQUS). La cantidad de elementos responde a una densidad aproximada de malla de 0.09×0.09m²/elemento para poder describir correctamente el fenómeno de arruga. La imperfección introducida es homóloga a la indicada en el modelo del arco. Los tanques se

modelan con un diafragma rígido superior introduciendo condiciones a los desplazamientos relativos a través de *constraints* que representa, en forma aproximada, la presencia de un techo. Se considera la misma distribución espacial y temporal del pulso introducido para el modelo del arco, en este caso, constante en altura. Se ha considerado el mismo material que para el arco. Se utiliza el criterio de fluencia de von Mises y ley de flujo asociada. El modelo analizado, no tiene en cuenta efectos viscosos ni modificaciones de la ley constitutiva debido a velocidades de deformación.

Se ha computado y graficado los resultados de la deformación plástica equivalente acumulada (identificada como PEEQ según la nomenclatura de ABAQUS). La deformación plástica equivalente se define como:

$$\varepsilon^{p} = \int_{0}^{t} \sqrt{\frac{2}{3}} \underbrace{\dot{\varepsilon}^{p}}_{=} : \underbrace{\dot{\varepsilon}^{p}}_{=} dt$$
(15)

donde $\underline{\dot{\varepsilon}}^{p}$ mide el cambio del tensor de deformaciones plásticas.

La Figura 5, Figura 6 y Figura 7 muestran los resultados de deformaciones plásticas obtenidos para los tanques TK15.05/1500, TK25.05/1250, y TK35.05/1166, respectivamente, y para el tiempo total utilizado en el análisis elegido, de modo tal que análisis más prolongados no implican mayor acumulación plástica. Los mapas mostrados corresponden presiones de pico por debajo, iguales, y por encima de las indicadas como presiones de pandeo dinámico de pico en los arcos homólogos de la Tabla 1.



Figura 5: TK15.05-1500, deformación plástica equivalente sobre configuración deformada final en $t=6t_0$.

Para el TK15.05/1500 de la Tabla 1 se puede extraer p_D^0 = 100kPa. En las Figura 5(a), para pulsos de pico de $0.5p_D^0$ no se observa pandeo ni plasticidad. Cuando el pulso de pico crece hasta valores de $0.75p_D^0$ (Figura 5b), se observa escasos sectores de plasticidad con deformaciones plásticas equivalentes del orden de 0.2% en forma inicio de arrugas en el sector superior a barlovento de la explosión. Las deformaciones plásticas aumentan y se manifiestan como arrugas verticales muy próximas para presiones de pico p_D^0 (Figura 5c).

Una situación similar ocurre para el tanque TK25.05/1250 (Figura 6, $p_D^0=150$ kPa). En este caso las deformaciones plásticas acumuladas aproximadamente al $0.75p_D^0$ son del orden de 0.1% (Figura 6b) y la manifestación del pandeo dinámico en forma de arrugas verticales se hace evidente con presiones reflejadas de pico del orden de p_D^0 (Figura 6c).

Para el TK35.05/11 (Figura 7), de la Tabla 1 se puede extraer $p_D^0 = 175$ kPa. Nuevamente, se observa que para aproximadamente $0.75p_D^0$ solo unas pocas regiones han llegado a fluencia y no se manifiesta pandeo (Figura 7a). Cuando el pulso de pico crece hasta valores de p_D^0 (Figura

7b), se observa el inicio de patrones de arrugas con deformaciones equivalentes del orden de 0.5% en el sector superior a barlovento de la explosión. Por encima de este valor $(1.25p_D^0)$, las arrugas verticales se acentúan y aparece deformaciones globales longitudinales (Figura 7a).



Figura 6: TK25.05-1250, deformación plástica equivalente sobre configuración deformada final en $t=10t_0$.



Figura 7: TK35.05-1166, deformación plástica equivalente sobre configuración deformada final en $t=12t_0$

En la Figura 5(c), Figura 6(c) y Figura 7(c), se observa que el estado límite se produce con arrugas muy próximas y verticales lo que indica que la hipótesis asumida para el arco en lo referente a la independencia del fenómeno de la coordenada meridional es una buena aproximación. Las cargas impulsivas excitan los modos circunferenciales altos y causan que la cáscara se acerque a fluencia membranal previo al pandeo. Además, como el modo de pandeo es con arrugas muy próximas y de pequeña longitud el pandeo se produce en presencia de plasticidad y parece adecuado inferir la presencia de fluencia membranal previa a la aparición de arrugas.

6 CONCLUSIONES

Para determinar valores de presión de pandeo dinámico, se partió del campo perturbado de desplazamientos y aceleraciones, se realizó la proyección de uno sobre otro y se propuso medir la capacidad restitutiva del sistema integrando esa proyección en tiempo y espacio. De ese modo, se puede prever si los movimientos serán acotados. Para eso, se implementó numéricamente y se validó mediante modelos completos por el MEF, un modelo simplificado de arco que permite evaluar rápidamente la condición de cáscaras cilíndricas esbeltas bajo acciones de muy corta duración con varias condiciones de acciones y geometría. El criterio

propuesto puede también ser implementado a modelos numéricos de múltiples grados de libertad (MEF).

Acknowledgements

The authors thank the support of a grant from the Science and Technology Research Council of Argentina (CONICET) and from SeCyT-UNC during the present research.

REFERENCIAS

ABAQUS (2018). User's Manual. Providence, RI: Dassault Systèmes Simulia Corp.

- Ameijeiras, M.P. & Godoy L.A., Quasi-bifurcation of discrete systems with unstable postcritical behaviour under impulsive loads. In N. Challamel, J Kaplunov & I. Takewaki (Eds), *Modern Trends in Structural and Solid Mechanics 1*. ISTE: UK, 2021.
- Ameijeiras, M.P., Análisis de tanques de almacenamiento de petróleo bajo la acción de cargas debidas a ondas explosivas, PhD tesis, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2020.
- Budiansky B., and Roth R.S., Axisymmetric dynamic buckling of clamped shallow spherical shells. In NASA TN D-1510 (Eds.), *Collected Papers on Instability of Shell Structures*. Washington, DC, 1962.

Duong, D.H., Hanus, J.L., Bouazaoui, L., Pennetier, O., Moriceau, J., Prod'homme, G., Reimeringer, M., Response of a tank under blast loading – Part I: Experimental characterization. *European J. of Environmental and Civil Eng.*, 16(9), 1023-1041, 2012b.

Duong, D.H., Hanus, J.L., Bouazaoui, L., Regal, X., Prod'homme, G., Noret, E., Yalamas, T., Reimeringer, M., Bailly, P., Pennetier, O., Response of a tank under blast loading – Part II: Experimental structural response and simplified analytical approach. *European J. of Environmental and Civil Eng.* 16(9), 1042-1057, 2012a.

Flores, F.G. & Godoy, L.A., Buckling of short tanks due to hurricanes. *Engineering Structures*, 20 (8), 752-760, 1998.

- Flores, F.G. & Godoy, L.A., Forced vibrations of silos leading to buckling. *Journal of Sound* and Vibration, 224 (3), 431-454, 1999
- Kleiber, M., Kotula, W. & Saran, M., Numerical analysis of dynamic quasi-bifurcation. *Engineering Computations*, 4: 48-52, 1987.
- Lee, L.H.N., Dynamic buckling of an inelastic column. Int. J. Solids Structures, 17, 271-279, 1981a

Lee, L.H.N., On dynamic stability and quasi-bifurcation. *Int. J. Non-Linear Mechanics*, 16(1), 79-87, 1981b.

- Lee, L.H.N., Quasi-bifurcation in dynamics of elastic-plastic continua. *J. of Applied Mechanics*, 413-418, 1977.
- Lee, L.H.N., Quasi-bifurcation of rods within an axial plastic compressive wave. J. of Applied Mechanics, 100-104, 1978.

Lindberg H.E. & Florence A.L., *Dynamic pulse buckling*. Dordrecht: Martinus Nijhoff Publishers, 1987.

Putelat, T. and Triantafyllidis N., Dynamic stability of externally pressurized elastic rings subjeted to high rates of loading. *International J. of Solids and Structures*, 51. 1-12, 2014

Virella, J.C., Godoy, L.A. & Suárez, L.E., Dynamic buckling of anchored steel tanks subjected to horizontal earthquake excitation. *Journal of Constructional Steel Research* 62(6): 521-531, 2006.

Weggel, D. and Whelan M. J., Rigid tank blast testing summary and procedures for estimating blast overpressure distribution on a cylindrical tank surface (Technical Report, Infrastructure Security and Emergency Responder Research and Training Facility). UNC Charlotte, NC, USA: Department of Civil and Environmental Engineering, 2013.

Wolfram Research Inc., Mathematica. Champaign, IL, 2018.