

## SIMULACIÓN DE UN CONVERTIDOR UNDIMOTRIZ DE PÉNDULO PARAMÉTRICO CON MIRAS A SU IMPLEMENTACIÓN EN EL ESTUARIO DE BAHÍA BLANCA

### SIMULATION OF A PARAMETRIC PENDULUM WAVE ENERGY CONVERTER WITH A VIEW TO ITS IMPLEMENTATION IN THE BAHÍA BLANCA ESTUARY

Lisandro M. Rojas<sup>a,b</sup>, Franco E. Dotti<sup>a,b</sup>, Laura Battaglia<sup>c,d</sup> y Mario A. Storti<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP), UTN Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de Abril 461, Bahía Blanca, Argentina, [gimap@frbb.utn.edu.ar](mailto:gimap@frbb.utn.edu.ar), <http://www.frbb.utn.edu.ar>

<sup>b</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET, Argentina

<sup>c</sup>Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC), CONICET-UNL, <http://www.cimec.org.ar>

<sup>d</sup>Grupo de Investigación en Métodos Numéricos en Ingeniería (GIMNI), UTN Facultad Regional Santa Fe, Lavaise 610, Santa Fe, Argentina

**Palabras clave:** Péndulo paramétrico, energía undimotriz, dinámica no lineal.

**Resumen.** Se presenta un modelo matemático de un sistema convertidor undimotriz compuesto por una rueda pendular excitada paraméricamente y un generador trifásico adosado a su eje pivot. El modelo permite el abordaje de la dinámica del sistema electromecánico acoplado, considerando además la electrónica de rectificación. El forzamiento aplicado corresponde a una simplificación de aquél generado por el movimiento del oleaje, el cual es cuantificado a partir de mediciones en el estuario de Bahía Blanca. El objetivo principal del estudio es el de establecer la relación entre la geometría de la rueda pendular y la potencia eléctrica generada. Se apunta además a establecer rangos de forzamiento dentro de los cuales sean posibles respuestas rotatorias del péndulo.

**Keywords:** Parametric pendulum, wave energy, nonlinear dynamics.

**Abstract.** A mathematical model of a wave converter system composed of a parametrically excited pendulum wheel and a three-phase generator attached to its pivot axis is presented. The model allows addressing the dynamics of the coupled electromechanical system, also considering the rectification electronics. The applied forcing corresponds to a simplification of that generated by the motion of the waves, which is quantified from measurements in the Bahía Blanca estuary. The main objective of the study is to establish the relationship between the geometry of the pendulum wheel and the generated electrical power. It also aims to establish forcing ranges within which rotational responses of the pendulum are possible.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el marco de la convocatoria de proyectos estratégicos para la transición energética, la Agencia Nacional de Promoción de la Investigación, el Desarrollo Tecnológico y la Innovación (Agencia I+D+i) financió a través del Fondo Argentino Sectorial (FONARSEC), un proyecto presentado por el Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP) en conjunto con el Centro de Investigaciones de Métodos Computacionales (CIMEC) y el Consorcio de Gestión del Puerto de Bahía Blanca (CGPBB). El proyecto, busca diseñar e implementar un recolector de energía undimotriz a pequeña escala que irá montado sobre boyas indicadoras del tráfico marítimo. Actualmente la provisión energética de las linternas instaladas en las boyas se realiza mediante paneles solares. Es entonces la finalidad del convertidor undimotriz que una vez instalado sirva de provisión complementaria, brindando además la posibilidad de contar con una fuente adicional de energía para la instalación de instrumentos adicionales.

En este contexto, con base en investigaciones previas (Dotti et al., 2015; Dotti y Virla, 2021) y partiendo de una prueba de concepto en laboratorio, se propone alcanzar un nivel de madurez tecnológica que permita probar en ambiente real el dispositivo. Tal salto tecnológico es posible debido al escalamiento realizado en laboratorio para que los resultados sean comparables con el comportamiento que tendría un recolector real instalado en el estuario de Bahía Blanca, en términos de rangos típicos de frecuencia y excitación de olas. Estos rangos fueron obtenidos a partir del procesamiento de datos de una estación de monitoreo ambiental y costero (EMAC), ubicada en el kilómetro 28.55 del canal de acceso al estuario de Bahía Blanca. Así, mediante un estudio estadístico se obtuvieron magnitudes promediadas que contribuyen al predimensionado del convertidor undimotriz (Dotti et al., 2023).

El dispositivo propuesto, se compone de una rueda pendular desbalanceada de múltiples masas, a la cual se le acopla en su eje pivot un generador trifásico. El conjunto, se verá sometido a un forzamiento predominantemente vertical. El objetivo principal de este artículo es establecer la relación entre la geometría de la rueda pendular y la potencia eléctrica generada.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

### 2.1. Generalidades

Se presenta el modelo matemático de un convertidor undimotriz, constituido por una rueda pendular (Figura 1a) y su correspondiente sistema de generación eléctrica (Figura 1b). La rueda pendular responde a la dinámica del péndulo paramétrico clásico, regida por la ecuación:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + T_e + Ml_C(\ddot{Y} + g)\sin\theta = 0. \quad (1)$$

De la Figura 1a puede verse que  $\theta$  es la posición angular,  $g$  es la gravedad,  $b$  es el coeficiente de fricción viscosa,  $(\cdot)'$  denota derivación con respecto al tiempo. La masa total está representada por  $M$ , el momento de inercia es  $I$  y  $l_C$  es la distancia desde el eje al centro de masas  $C$ . Además, se asume un forzamiento dado por  $Y = -(H/2)\cos\Omega t$ , donde la amplitud  $H$  representa a la altura significativa de olas y  $\Omega$ , a la frecuencia del oleaje. La ecuación (1) incluye el término  $T_e$ , que corresponde al torque mecánico sustraído al péndulo por parte del generador eléctrico.

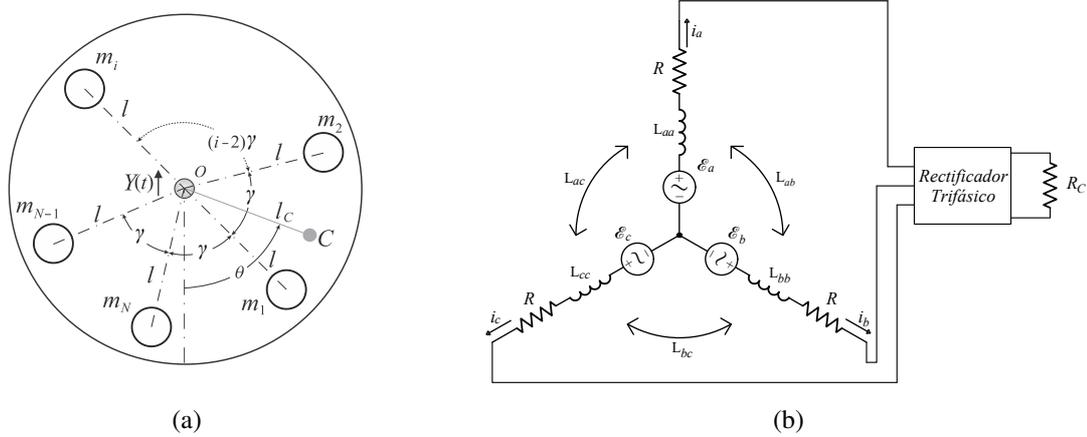


Figura 1: Esquema de un convertidor compuesto por una rueda pendular y un un generador trifásico. (a) Rueda pendular de múltiples masas sometida a un forzamiento vertical. (b) Circuito eléctrico de un generador trifásico (conexión Y) conectado a un rectificador y una resistencia de carga.

## 2.2. Generador trifásico

Las ecuaciones de flujo de un generador trifásico de imanes permanentes puede expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= -L_{aa}i_a - L_{ab}i_b - L_{ac}i_c + \psi_{pma}, \\
 \psi_b &= -L_{ba}i_a - L_{bb}i_b - L_{bc}i_c + \psi_{pmb}, \\
 \psi_c &= -L_{ca}i_a - L_{cb}i_b - L_{cc}i_c + \psi_{pmc},
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

donde  $\psi_a, \psi_b$  y  $\psi_c$  representan los enlaces de flujo,  $\psi_{pma}, \psi_{pmb}$  y  $\psi_{pmc}$  son los enlaces de flujo producidos por los imanes permanentes del inductor sobre el inducido. En (2) dos subíndices iguales denotan las autoinductancias y dos subíndices distintos denotan las inductancias mutuas entre las bobinas del inducido. Asumiendo  $L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L$ ,  $L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = M$  y, teniendo en cuenta que  $i_a + i_b + i_c = 0$ , las ecuaciones resultan (Liu et al., 2022),

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= -i_a(L - M) + \psi_{pma}, \\
 \psi_b &= -i_b(L - M) + \psi_{pmb}, \\
 \psi_c &= -i_c(L - M) + \psi_{pmc}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Una expresión más compacta resulta de renombrar el lado derecho de la igualdad en (3), tal que:  $L_s = (L - M)$ , y  $\psi_{pma} = \psi_{pmb} = \psi_{pmc} = \psi_{pm}$ . Además, de acuerdo con la ley de Faraday

$$U_j = \frac{d\psi_j}{dt} - Ri_j,
 \tag{4}$$

se procede a expresar las ecuaciones de voltaje de fases de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 U_{an} &= \mathcal{E}_a - L_s \frac{di_a}{dt} - Ri_a, \\
 U_{bn} &= \mathcal{E}_b - L_s \frac{di_b}{dt} - Ri_b, \\
 U_{cn} &= \mathcal{E}_c - L_s \frac{di_c}{dt} - Ri_c,
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

donde el término  $-L_s \frac{di_j}{dt} - Ri_j$  es el voltaje de reacción del inducido y los voltajes generados  $\mathcal{E}_a$ ,  $\mathcal{E}_b$  y  $\mathcal{E}_c$  se definen como:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_a &= \psi_{pm} p \dot{\theta} \cos(p\theta), \\ \mathcal{E}_b &= \psi_{pm} p \dot{\theta} \cos\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right), \\ \mathcal{E}_c &= \psi_{pm} p \dot{\theta} \cos\left(p\theta + \frac{2\pi}{3}\right),\end{aligned}\quad (6)$$

siendo  $p$  el número de pares de polos,  $\theta$  y  $\dot{\theta}$  la posición y velocidad angular respectivamente.

### 2.3. Rectificador trifásico

La Figura 2a muestra el esquema considerado en el modelo de un rectificador de onda completa. La secuencia de activación de los diodos es  $D_1D_2$ ;  $D_3D_2$ ;  $D_3D_4$ ;  $D_5D_4$ ;  $D_5D_6$  y  $D_1D_6$ . Así, para un instante dado, solo una combinación de las seis posibles conducirán la corriente. En ese instante, el diodo conectado a la fase que tenga el voltaje más positivo, permitirá que la corriente fluya hacia la carga. En simultáneo el diodo con el voltaje más negativo permitirá que la corriente retorne desde la carga hacia la fase. Este proceso se repite cíclicamente, asegurando que la mayor diferencia de potencial se aplique a la resistencia de carga.

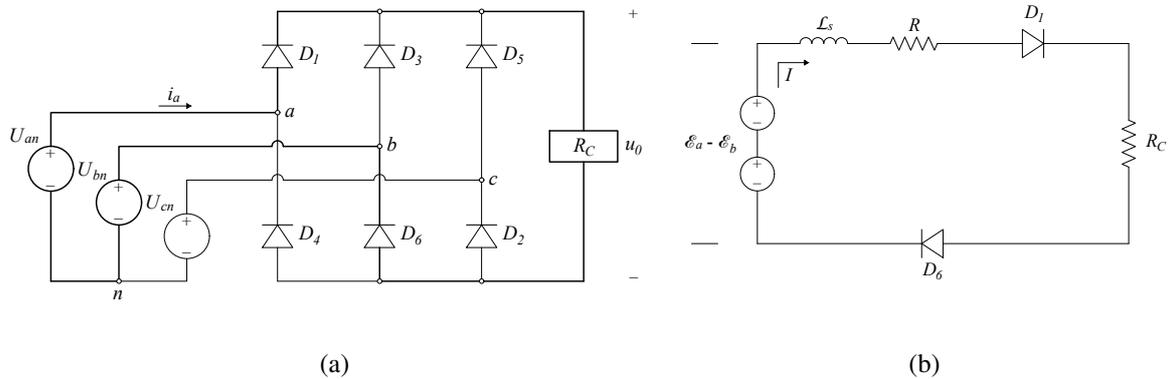


Figura 2: Secuencia de conducción de los diodos  $D_1D_6$ . (a) Circuito de rectificador trifásico de onda completa. (b) Circuito equivalente para el caso de activación entre fases  $a$  y  $b$ .

Por ley de mallas de Kirchhoff se analiza individualmente cada subcircuito producido por las diferentes secuencias de activación. Así, para el caso particular de la activación 6-1,

$$\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b - L_s I' - RI - R_c I = 0, \quad (7)$$

donde  $I = i_a - i_b$ . Reemplazando según (6) y aplicando identidades trigonométricas se obtiene:

$$\psi_{pm} p \dot{\theta} T_1 - L_s I' - IR_e = 0, \quad (8)$$

donde

$$T_1 = \sqrt{3} \cos\left(p\theta + \frac{\pi}{6}\right). \quad (9)$$

Por analogía, el análisis de las activaciones para el caso general, permite definir una ecuación que engloba el proceso anteriormente desarrollado, el cual, viene dado por:

$$\psi_{pm} p \dot{\theta} T_0 - L_s I' - I R_e = 0, \quad (10)$$

donde

$$T_0 = \max(T_1, T_2, T_3), \quad (11)$$

siendo además,

$$T_2 = \sqrt{3} \cos\left(p\theta - \frac{7\pi}{6}\right) \quad y \quad T_3 = \sqrt{3} \cos\left(p\theta - \frac{\pi}{2}\right). \quad (12)$$

## 2.4. Acoplamiento del sistema electromecánico

La potencia instantánea extraída a la rueda pendular es

$$P_0 = I \mathcal{E} = \psi_{pm} p \dot{\theta} T_0 I, \quad (13)$$

siendo el torque mecánico

$$T_e = \frac{P_0}{\dot{\theta}} = \psi_{pm} p T_0 I. \quad (14)$$

Reemplazando (14) en (1) e incorporando el resultado de la Ecuación (10), las ecuaciones acopladas resultan

$$\begin{aligned} \psi_{pm} p \dot{\theta} T_0 - L_s I' - R_e I &= 0, \\ J \ddot{\theta} + b \dot{\theta} + \psi_{pm} p \dot{\theta} T_0 I + M l_c (\ddot{Y} + g) \sin \theta &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

## 3. CARACTERIZACIÓN DEL GENERADOR EN BANCO DE ENSAYOS

### 3.1. Descripción del sistema experimental

Dada la necesidad de un planteamiento realista en términos de generación eléctrica, se construyó un banco de ensayos para determinar los parámetros del sistema eléctrico. La Figura 3 muestra los componentes principales del banco de ensayos y el equipamiento de medición empleado. El generador utilizado es un motor trifásico sin escobillas marca Whirlpool WLF10AB, reconfigurado para su uso como generador eléctrico. El mismo está conformado por un estator con 27 bobinas dispuestas en un arreglo de 9 bobinas en serie por fase con un centro estrella y un rotor cilíndrico con 36 imanes ferríticos.

El banco es comandado por un motor trifásico de 0.5 HP de potencia, el cual brinda energía mecánica al generador. Dado que el motor funciona a una velocidad nominal de 1500 rpm, se lo utiliza en serie con una caja reductora, comunicándose ambos con una transmisión de tipo correa y poleas. Este conjunto impulsor se controla a través de un variador de frecuencia. Así, la velocidad teórica máxima que puede alcanzar el generador en el banco de ensayos es de 24.1 rpm. Tal valor está en el orden de las velocidades que puede alcanzar el convertidor en aguas del estuario.

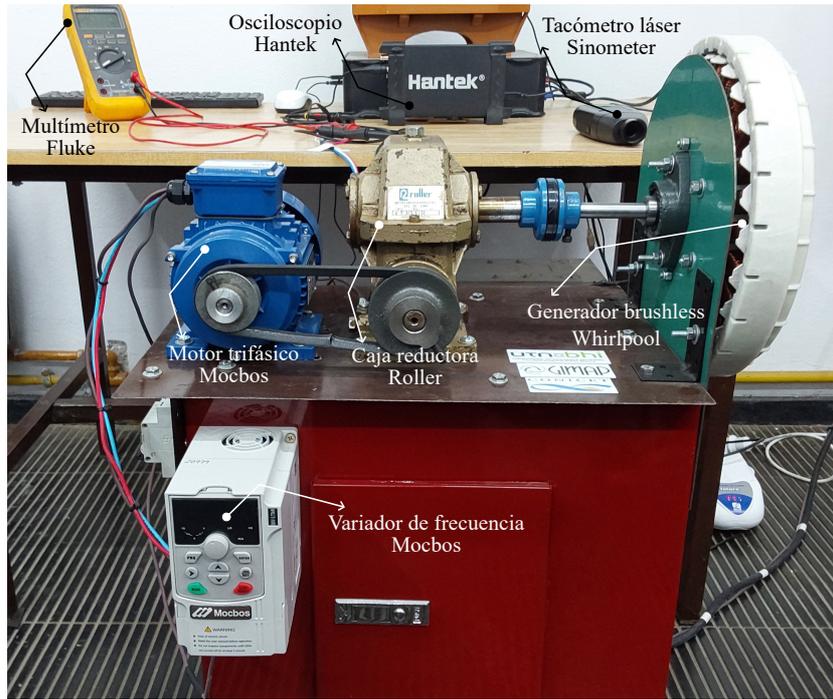


Figura 3: Banco de ensayos.

### 3.2. Ensayo en vacío

Con el fin de determinar las características fundamentales del generador sin escobillas, se realiza el ensayo en vacío. Sin corriente fluyendo por las bobinas del estator no hay voltajes de reacción en el inducido, resultando que los voltajes de fase son los voltajes generados internamente, es decir los descritos en la ecuación (6).

Considerando un sistema trifásico balanceado, se procede a obtener mediciones entre dos líneas del generador, por ejemplo  $(\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b)$ , siendo análogo el análisis para las restantes. Cabe destacar que en una conexión en estrella el voltaje de línea es  $\sqrt{3}$  veces el voltaje de fase.

La Tabla 1 resume los resultados ensayados para cuatro diferentes frecuencias en un rango de 0 a 50 Hz, midiendo para cada caso el voltaje pico y la velocidad angular resultante entre dos fases del generador. A partir de las mediciones de los voltajes pico, se procede a obtener la media estadística entre los valores mínimos y máximos. Con estos resultados, sabiendo que el número de pares de polos del rotor es  $p = 18$  y, dado que durante el ensayo la velocidad angular  $\dot{\theta}$  se mantiene constante, se determina indirectamente el valor de  $\psi_m$ , mediante

$$(\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b)_{max} = \sqrt{3}\psi_m p \dot{\theta}. \quad (16)$$

Frecuencia [Hz]	$(\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b)_{pico}$ [V]	$\dot{\theta}$ [rpm]	$\psi_{pm}$ [Wb]	$L$ [H]	$R$ [Ohm]
15	-3.47 / 4.22	5.2	0.23	0.031	4.675
25	-6.26 / 6.82	8.7			
35	-8.87 / 9.49	12.3			
50	-13.36 / 13.30	17.8			

Tabla 1: Resumen de valores obtenidos experimentalmente.

Luego, para la medición de la resistencia interna, se tuvo en cuenta que el resultado obtenido corresponde a la suma de las resistencias internas de cada una de las fases en cuestión. A continuación, se procedió a comprobar si existía una dependencia entre la medición de la inductancia y la posición angular del rotor (Umans, 2003). Básicamente el proceso consistió en fijar una posición inicial del inductor de manera de que uno de los polos del rotor coincida con una de las bobinas del estator. Luego, se procedió a realizar sucesivas mediciones para distintas posiciones, girando manualmente el rotor de forma de variar el ángulo en pequeños incrementos. Las mediciones de inductancia obtenidas en mH son: 94.4, 94.5, 91.6, 93.8, 94.8, 91.7, 94.5 y 91.7. La paridad obtenida en las mediciones, sugieren que la variación de la inductancia en función de la posición angular del rotor es mínima o muy pequeña en comparación con el valor medio. Es por ello que se asume  $L_M = (-1/2L_L)$  (Umans, 2003), donde la inductancia resulta  $L_S = 3L_L$ .

#### 4. FORZAMIENTO Y GEOMETRÍA DE LA RUEDA PENDULAR

Rojas y Dotti (2022) definieron la geometría y las magnitudes físicas de un convertidor pendular potencialmente apto para la generación undimotriz en el estuario de Bahía Blanca. Con el objetivo de caracterizar el oleaje en el estuario, Dotti et al. (2023) computaron y procesaron datos de altura y frecuencia de olas obtenidos a partir de una (EMAC). De este trabajo se extrae la Figura 4, que permite establecer y acotar los climas de olas más probables. Se observa que los climas que se repiten diez o más veces en las mediciones pueden considerarse en el rango  $1.6 s^{-1} < \Omega < 4.3 s^{-1}$  y  $0.25 m < H < 0.75 m$ .

En lo que respecta al recolector pendular, su condición de mayor energía cinética corresponde a la respuesta rotatoria. Tanto Koch y Leven (1985) como Lenci y Rega (2008), demostraron que la amplitud adimensional de forzamiento requerida para lograr rotaciones del péndulo paramétrico,  $P_{rot}$ , cumple la desigualdad  $P_{rot} \geq \beta f(\omega)$  donde  $\beta$  es un coeficiente adimensional de fricción y  $\omega = \Omega/\omega_0$ , siendo a su vez  $\omega_0$  la frecuencia natural del péndulo. Además, de los resultados de Clifford y Bishop (1995) puede verificarse que si  $\omega = 2$  (resonancia paramétrica), entonces se tiene que  $P_{rot}^{(\omega=2)} \geq 4\beta$ . Por último, siendo  $P_{rot} = A\Omega^2/g$  (Dotti y Virla, 2021) y  $H = 2A$ , puede obtenerse la condición de rotación para  $\omega = 2$  de la siguiente forma

$$H \geq \frac{8g\beta}{\Omega^2}. \quad (17)$$

La Figura 4 presenta también curvas limitantes dadas por (17), para distintos valores de  $\beta$ . Este coeficiente representa en esencia una medida de la energía que el péndulo pierde por fricción, ya sea viscosa, seca o un torque extraído por un generador eléctrico. Cabe mencionar por último, que debe cumplirse  $\beta \leq 0.1$  para asegurar que el péndulo pueda sostener rotaciones (Nandakumar et al., 2012). En base a una analogía con la expresión clásica de  $\beta$  (Dotti y Virla, 2021) y en coherencia con la segunda línea de la ecuación (15), se define

$$\beta \geq \frac{b_0\dot{\theta} + \psi_{pm}pT_0I}{J\omega_0\dot{\theta}}. \quad (18)$$

La rueda pendular se define en términos de asegurar  $\omega = 2$ , asumiendo una frecuencia de oleaje de  $\Omega = 2,5s^{-1}$ . Este valor se asume para el diseño a partir de la Figura (4). Ahora, siguiendo el procedimiento descrito en Rojas y Dotti (2022), se obtiene una rueda pendular adecuada, la cual presenta las siguientes magnitudes:  $J = 17.14 \text{ Kg } m^2$ ,  $M = 73.15 \text{ Kg}$  y  $l_c = 0.03619 \text{ m}$ . Tal resultado se logra empleando siete pesas de 10.45 Kg, ubicadas en una rueda de radio 0.55 m con diez agujeros.

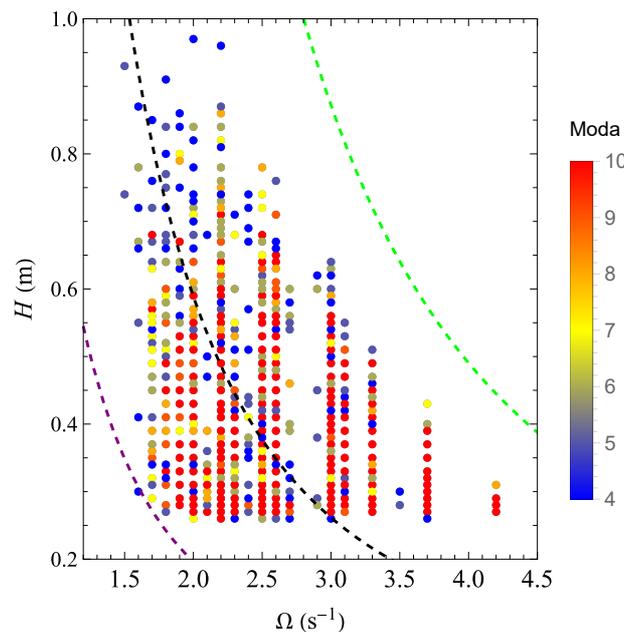


Figura 4: Gráficas de moda obtenidas eliminando datos anómalos. Mediciones correspondientes a valores de  $H < 0.25$  m (período: octubre 2021 a mayo 2022), considerando combinaciones  $H$ - $\Omega$ . Se superponen curvas de fricción para: ---  $\beta = 0.01$  ; ---  $\beta = 0.03$  y ---  $\beta = 0.1$

## 5. RESULTADOS

Se realizan simulaciones que resultan de resolver numéricamente el sistema de ecuaciones (15). La Figura 5 se confecciona utilizando un valor típico de altura significativa de ola y el flujo medido experimentalmente. En 5a se puede observar una respuesta oscilatoria, que si bien confirma la inestabilidad de la posición de reposo de la rueda pendular, presenta una baja generación. Además la energía extraída por fricción alcanza el umbral límite, donde no es posible lograr rotaciones ( $\beta = 0.1$  en 5c).

Seleccionando un valor de altura significativa de olas de 1.2 m (Perillo y Piccolo, 1999), las simulaciones en la Figura 6 exhiben que las rotaciones son posibles, generando una potencia media de 8 W de con picos de 17 W (Figura 6b). Si bien la fricción en la Figura 6c se mantiene en el mismo rango de valores que 5c, al contar con mayor altura de ola se logra una mayor generación.

Por último, la Figura 7 muestra nuevamente el forzamiento típico del estuario, pero resolviendo las ecuaciones para un flujo menor. Se observa que la respuesta rotatoria deseada en términos de extracción energética resulta posible (Figura 7a), con una generación media de 4 W y picos de 8 W (Figura 7b). Además, bajo estos parámetros se reduce la fricción extraída al péndulo 7c.

Dado que la potencia undimotriz contenida en las olas es proporcional al cuadrado de su altura, la cantidad de potencia que se puede extraer en condiciones de olas generalmente de poca altura es limitada.

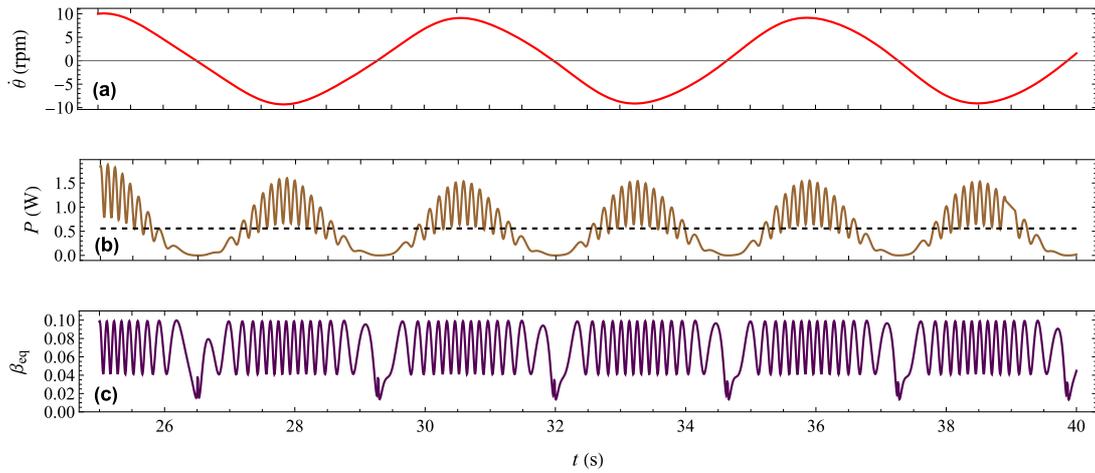


Figura 5: Gráficas considerando  $\psi_{pm} = 0.23$ ,  $A = 0.25$  m y  $\Omega_0 = 2.5$   $s^{-1}$ . (a) Velocidad Angular. (b) Potencia. (c) Fricción equivalente.

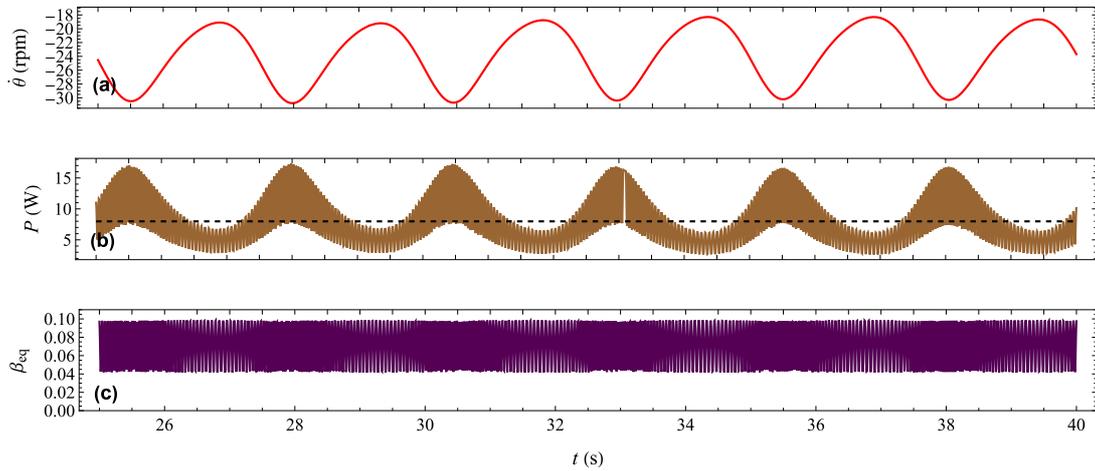


Figura 6: Gráficas considerando  $\psi_{pm} = 0.23$ ,  $A = 0.6$  m y  $\Omega_0 = 2.5$   $s^{-1}$ . (a) Velocidad Angular. (b) Potencia. (c) Fricción equivalente.

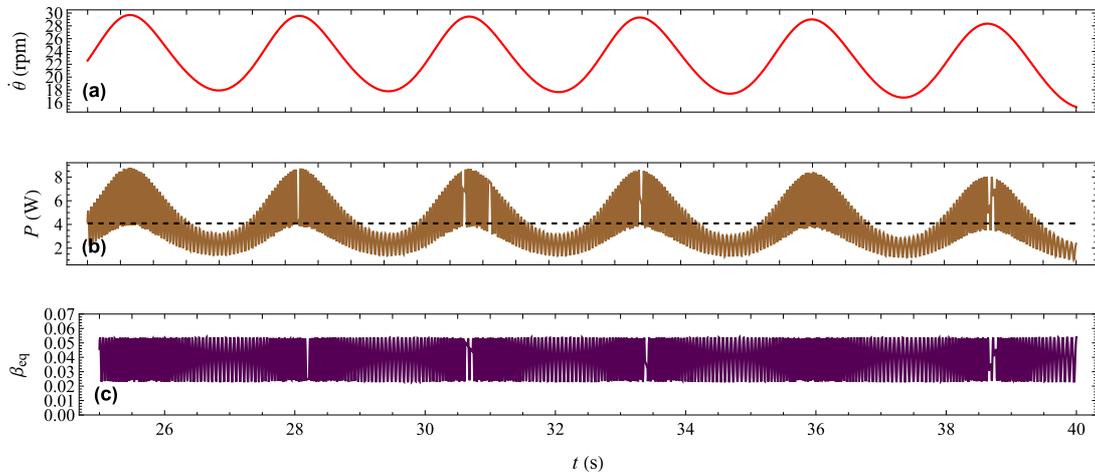


Figura 7: Gráficas considerando  $\psi_{pm} = 0.17$ ,  $A = 0.25$  m y  $\Omega_0 = 2.5$   $s^{-1}$ . (a) Velocidad Angular. (b) Potencia. (c) Fricción equivalente.

## 6. CONCLUSIONES

Se presentó un modelo matemático de un dispositivo undimotriz compuesto por una rueda pendular y un generador eléctrico trifásico, con su respectiva rectificación. Para ello, se incorporó en el modelo una función que encuentre los valores máximos y mínimos asegurando que la mayor diferencia de potencial sea entregada a la carga. Las simulaciones abordaron la relación entre la geometría de la rueda pendular y las características del generador, con la potencia generada. Se concluye que con una baja amplitud de oleaje, resulta necesario reducir los valores de extracción energética que el generador le quita por fricción a la rueda pendular. Se precisa entonces reducir el coeficiente de flujo dependiente de la interacción entre los imanes del inductor y las bobinas del inducido. Esto se lograría interviniendo el generador o seleccionando un generador de menor flujo. De obtener esta reducción, para los valores típicos de amplitud de forzamiento del estuario de Bahía Blanca, en teoría, sería posible generar una potencia media de 8 W con picos instantáneos de 17 W.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UTN, el CONICET y la CIC de la Provincia de Buenos Aires.

## REFERENCIAS

- Clifford M. y Bishop S. Rotating periodic orbits of the parametrically excited pendulum. *Physics Letters A*, 201(2-3):191–196, 1995.
- Dotti F.E., Reguera F., y Machado S.P. A review on the nonlinear dynamics of pendulum systems for energy harvesting from ocean waves. *PANACM*, páginas 1516–1529, 2015.
- Dotti F.E., Rojas L.M., Oxarango L., Virla J.N., Vera C.A., y Machado S.P. Mediciones de oleaje y viento en el km 28 del canal principal del estuario de bahía blanca. Informe técnico IT23-0003, Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada, Bahía Blanca, Argentina, 2023.
- Dotti F.E. y Virla J.N. Nonlinear dynamics of the parametric pendulum with a view on wave energy harvesting applications. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 16(6), 2021.
- Koch B. y Leven R. Subharmonic and homoclinic bifurcations in a parametrically forced pendulum. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 16(1):1–13, 1985.
- Lenci S. y Rega G. Competing dynamic solutions in a parametrically excited pendulum: attractor robustness and basin integrity. 2008.
- Liu Y., Zhu H., y Xu B. Mathematical modelling and control of bearingless brushless direct current machine with motor and generator double modes for flywheel battery. *IET Power Electronics*, 15(13):1249–1263, 2022.
- Nandakumar K., Wiercigroch M., y Chatterjee A. Optimum energy extraction from rotational motion in a parametrically excited pendulum. *Mechanics Research Communications*, 43:7–14, 2012.
- Perillo G.M. y Piccolo M.C. Geomorphological and physical characteristics of the bahía blanca estuary, argentina. En *Estuaries of South America: their geomorphology and dynamics*, páginas 195–216. Springer, 1999.
- Rojas L.M. y Dotti F.E. Prediseño de un convertidor de energía undimotriz basado en la dinámica del péndulo paramétrico para una aplicación a pequeña escala en ambiente real. *Mecánica Computacional*, 39(2):87–96, 2022.
- Umans S.D. *Electric Machinery, 7th ed.* McGraw Hill, 2003.