

ÓPTIMA DISTRIBUCIÓN DE ESTRUCTURAS DE MÍNIMO TIEMPO DE IMPRESIÓN PARA LA FABRICACIÓN ADITIVA

OPTIMUM DISTRIBUTION OF MINIMUM PRINTING TIME STRUCTURES FOR ADDITIVE MANUFACTURING

Augusto A. Romero Onco^{a,b}, Sebastián M. Giusti^{a,b}, Marcos Vicentín^a, Martín Guardiola^a
y Constanza Navarta^a

^a*Grupo de Investigación y Desarrollo en Mecánica Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Córdoba (UTN-FRC), Maestro M. López y Cruz Roja Argentina, 5000 Ciudad de Córdoba, Provincia de Córdoba, Argentina, {aromero,sgiusti}@frc.utn.edu.ar, {marcos.10.007,martinguardiola1999,constanzanavarta}@gmail.com, <https://www.investigacion.frc.utn.edu.ar/gidma/>*

^b*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

Palabras clave: Impresión 3D, Optimización topológica (Optimización estructural), Mínimo tiempo de impresión

Resumen. La impresión 3D por deposición fundida (FDM) es una técnica de manufactura aditiva caracterizada por poder fabricar piezas con geometrías complejas, cuya principal desventaja es el elevado tiempo de impresión. Existe una relación inversa entre el tiempo de impresión y la rigidez final de la pieza, por lo que la solución para cada caso de aplicación es una decisión técnica-económica. En base a esto, este trabajo propone una estrategia para determinar la óptima distribución de distintos patrones de impresión que logren la mayor rigidez de la pieza posible empleando menor tiempo de impresión. Se considera la contribución de la impresión de regiones de relleno como las interfaces que los dividen al tiempo total del proceso. La distribución de patrones se obtiene mediante un algoritmo de optimización topológica multimaterial basada en el método level-set y derivada topológica. Se presentan los conceptos fundamentales del método y la caracterización del funcional tiempo de impresión, en conjunto con ejemplos numéricos de aplicación e implementación del método en casos reales de FDM. **Keywords:** 3D Printing, Topological Optimization (Structural Optimization), Minimum printing time.

Abstract. Fused Deposition Modeling (FDM) is an additive manufacturing technique characterized by its capability to manufacture parts with complex geometries, whose main disadvantage is long printing times. There is an inverse relation between the printing time and the stiffness of the final part, thus, the solution to different application cases is a technical-economic decision. Based on this, this work proposes a strategy to determine the optimal distribution of the printing patterns that allow for obtaining the highest possible stiffness of the part with the shortest printing time. The contribution of printing the in-fill regions and the interfaces that divide them to the total process time is considered. The pattern distribution is obtained using a level-set topological derivative-based multimaterial topology optimization algorithm. Fundamental concepts of the method and the printing time cost function characterization are presented. Also, several numerical application examples and implementation of the method in real cases of FDM are shown.

1. INTRODUCCIÓN

La impresión 3D mediante deposición fundida (FDM) es un proceso que consiste en la deposición del material fundido a través de un cabezal de extrusión de temperatura controlada, en donde un objeto tridimensional es creado mediante la superposición de capas sucesivas de material. Las instrucciones de impresión son generadas en programas denominados SLICERS que permiten modificar diversos parámetros, entre ellos: velocidad de impresión, altura de capa, patrón de relleno, temperatura de extrusión, etc.

Por otro lado, uno de los principales inconvenientes de este proceso es el elevado tiempo de impresión y su relación inversamente proporcional con la rigidez de la pieza y su resistencia. Esto es, se puede imprimir piezas en menos tiempo utilizando rellenos de impresión menos densos, pero con el costo de obtener estructuras menos rígidas y resistentes.

Una posible solución a este inconveniente es utilizar patrones de impresión con alta densidad de relleno solamente en aquellos lugares donde sea estrictamente necesario, e imprimir el resto de la pieza con patrones de impresión de baja densidad. Esta estrategia puede ser abordada mediante técnicas de optimización topológica.

Una introducción a este enfoque de trabajo ha sido realizada por [Guardiola et al. \(2022\)](#). Los autores basan su trabajo en la validez de las siguientes dos premisas:

Proposición 1.1 *Sea $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ la región del espacio ocupado por la pieza a imprimir y $\Omega_i \subset \Omega$ una subregión, la cual será impresa con un determinado patrón de impresión y densidad de relleno. Entonces, para determinar el comportamiento mecánico de la pieza completa, Ω_i puede ser considerada como una región compuesta material anisótropo elástico homogéneo y continuo.*

Proposición 1.2 *Cuando las dimensiones de la pieza a imprimir (y fundamentalmente las de sus subregiones) son suficientemente grandes, el tiempo de impresión de la pieza se puede obtener mediante*

$$T(\boldsymbol{\chi}) = \sum_{i=0}^n t_i |\Omega_i|, \quad (1)$$

donde t_i se define como el tiempo unitario de impresión (tiempo por unidad de volumen) de cada estructura de impresión y $|\Omega_i|$ es el volumen ocupado por la subregión Ω_i .

El presente trabajo tiene por objeto profundizar los análisis realizados en [Guardiola et al. \(2022\)](#) y discutir la validez de las proposiciones anteriormente postuladas. En las Secciones 2 y 3 se establece un marco teórico sobre las ecuaciones que gobiernan el comportamiento mecánico multimaterial y se realiza una pequeña introducción del problema de optimización topológica que se resuelve. Luego, en la Sección 4, se aplica la metodología a un caso particular para luego realizar una verificación experimental y realizar una pequeña discusión de los resultados obtenidos. Una nueva propuesta de función de tiempo de impresión se detalla en la Sección 5. El trabajo finaliza con unos comentarios finales en la Sección 6.

2. ECUACIONES DE ESTADO ELÁSTICO MULTIMATERIAL

En este trabajo se denomina a la conjunción de un determinado patrón de impresión, un material base y una densidad de relleno como estructura de impresión. En base a la Proposición 1.1, cada estructura de impresión puede considerarse, desde el punto de vista macroscópico, como un material homogéneo anisótropo, cuyas propiedades constitutivas macroscópicas dependen

únicamente del material base, el patrón de impresión y la densidad de relleno. Estas propiedades se pueden obtener mediante homogeneización asintótica [Arabnejad y Pasini \(2013\)](#).

Si se decide imprimir la pieza en cuestión empleando $n+1$ estructuras de impresión, entonces la distribución estas dentro del dominio Ω puede indicarse mediante un vector de funciones características

$$\boldsymbol{\chi} = [\chi_n^0, \chi_n^1, \dots, \chi_n^n], \quad (2)$$

donde χ_n^i es la función característica asociada a la estructura de impresión i . Tanto en [Guardiola et al. \(2022\)](#) como en este trabajo, el estudio se enfoca en piezas cuya geometría es 2,5D. Es decir, piezas cuya geometría se puede obtener realizando un diseño bidimensional y luego simplemente extruyendo éste en la dirección perpendicular al plano de diseño.

Para este tipo de geometrías, la ecuación de estado que gobierna el comportamiento mecánico de la pieza se define en un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, en donde el campo de desplazamientos $\mathbf{u} \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega)$ es tal que

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla^s \mathbf{v} = \int_{\Gamma_N} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} \quad \forall \mathbf{v} \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega)^2, \quad (3)$$

siendo $H_{\Gamma_D}^1(\Omega)^2$ es un espacio de Hilbert de funciones (campos vectoriales) que se anulan en la frontera $\Gamma_D \subset \partial\Omega$, $\bar{\mathbf{t}}$ una carga distribuida sobre la frontera $\Gamma_N \subset \partial\Omega$ y \mathbf{v} una variación (desplazamiento virtual). El tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbb{C}(\boldsymbol{\chi})\nabla^s \mathbf{u}$, se construye a partir de la parte simétrica del gradiente del campo de desplazamientos $\nabla^s \mathbf{u}$ y un tensor elástico efectivo $\mathbb{C}(\boldsymbol{\chi})$ que se obtiene a partir de los tensores elásticos de cada estructura de impresión \mathbb{C}_i de la siguiente manera

$$\mathbb{C}(\boldsymbol{\chi}) = \sum_{i=0}^n \chi_n^i \mathbb{C}_i. \quad (4)$$

3. PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN MÍNIMO TIEMPO DE IMPRESIÓN

En términos prácticos, se quiere obtener una estructura lo más rígida posible y cuyo tiempo de impresión sea el mínimo posible, utilizando un conjunto de estructuras de impresión determinadas. Matemáticamente, el problema de optimización se escribe

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{\chi}} \quad & \mathcal{L}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) = \mathcal{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) + \mathcal{C}(\boldsymbol{\chi}), \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{u} \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega) : \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla^s \mathbf{v} = \int_{\Gamma_N} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} \quad \forall \mathbf{v} \in H_{\Gamma_D}^1(\Omega), \end{aligned} \quad (5)$$

donde $\mathcal{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi})$ es la energía de deformación interna de la pieza

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla^s \mathbf{u}, \quad (6)$$

y $\mathcal{C}(\boldsymbol{\chi})$ es un término de penalización para el tiempo de impresión. Al tratarse de geometrías 2.5D, el volumen de la pieza es $h|\Omega|$ siendo h el espesor o longitud de extrusión. La expresión de la función de penalización es entonces

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\chi}) = \lambda h \sum_{i=0}^n t_i \int_{\Omega} \chi_n^i, \quad \text{siendo} \quad \int_{\Omega} \chi_n^i = |\Omega_i|. \quad (7)$$

El factor λ permite aumentar o disminuir la influencia del tiempo de impresión en el proceso de optimización. A mayor factor de penalización, mayor importancia toma el tiempo en el proceso de optimización y menor es el tiempo de impresión final de la pieza.

Para resolver el problema de optimización se utiliza un algoritmo multimaterial basado en la evolución de curvas level-set guiadas por la derivada topológica del problema, cuyos detalles se explican en [Onco y Giusti \(2020\)](#). La derivada topológica asociada al problema 5 es

$$\mathcal{T}_D^{i \rightarrow j} \mathcal{L}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) = \mathcal{T}_D^{i \rightarrow j} \mathcal{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) + \mathcal{T}_D^{i \rightarrow j} \mathcal{C}(\boldsymbol{\chi}), \quad (8)$$

donde, según [Giusti et al. \(2016\)](#)

$$\mathcal{T}_D^{i \rightarrow j} \mathcal{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\chi}) = \mathbb{P}^{i \rightarrow j} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \nabla^s \mathbf{u}, \quad (9)$$

y según [Guardiola et al. \(2022\)](#)

$$\mathcal{T}_D^{i \rightarrow j} \mathcal{C}(\boldsymbol{\chi}) = \lambda(t_j - t_i). \quad (10)$$

El tensor de polarización $\mathbb{P}^{i \rightarrow j}$ está dado explícitamente por

$$\mathbb{P}^{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \Delta \mathbb{C}_i [\mathbb{C}_i^{-1} + \mathbb{C}_j^{-1} \mathbb{T}]. \quad (11)$$

Los detalles para obtener los tensores $\Delta \mathbb{C}_i$ y \mathbb{T} se dan en [Giusti et al. \(2016\)](#).

4. EJEMPLO APLICACIÓN

4.1. Ensayo numérico

El objetivo es obtener la solución al Problema 5 para una región de diseño Ω , cuyas medidas y condiciones de apoyo y carga se muestran en la Figura 1, considerando 2 estructuras de impresión: triangular con densidad de relleno 100% y 15%. En esta pieza, el espesor h es de 20 [mm]. El desplazamiento vertical se encuentra limitado en cada uno de los apoyos, mientras que por simetría se limita el desplazamiento horizontal sobre el eje central de la misma.

Las componentes de los tensores elásticos para cada estructura se obtienen empleando la metodología propuesta en [Arabnejad y Pasini \(2013\)](#). Dichos tensores se muestran a continuación en notación de Voigt con sus valores numéricos expresados en [GPa]

$$\mathbb{C}_1 = \begin{bmatrix} 3,4066 & 1,3529 & 0 \\ 1,3529 & 3,4066 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0788 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_0 = \begin{bmatrix} 0,1925 & 0,0791 & 0 \\ 0,0791 & 0,1925 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0588 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Para obtener los valores de tiempos unitarios t_i para cada estructura de impresión, se simula la impresión de una serie de paralelepípedos de área creciente y de altura de 20mm utilizando un *slicer* empleando la siguiente configuración \rightarrow [Diámetro de boquilla = 0,4[mm] | Altura de capa = 0,2[mm] | Ancho de línea = Diámetro de boquilla | Velocidad de impresión = 60[mm/s] | Aceleración = 500[mm/s²] | Jerk = 8[mm/s³]].

Luego se registra el tiempo de impresión dado por el *slicer* y en base al volumen del paralelepípedo se obtiene el tiempo de impresión unitario, ver Figura 2. Se observa que los tiempos unitarios son constantes a partir de cierto valor de área. El valor tomado para cada densidad de relleno es el valor estabilizado que se observa en la Figura 2. Para el caso de análisis, $t_1 = 0,2356[s]$ y $t_0 = 0,0389[s]$.

Finalmente, el resultado del proceso de optimización considerando $\lambda = 2$ se muestra en la Figura 3a.

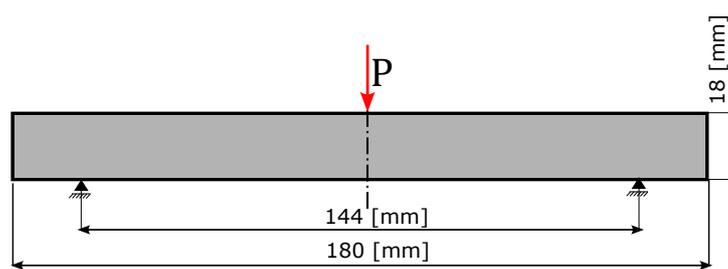


Figura 1: Esquema de ejemplo a optimizar.

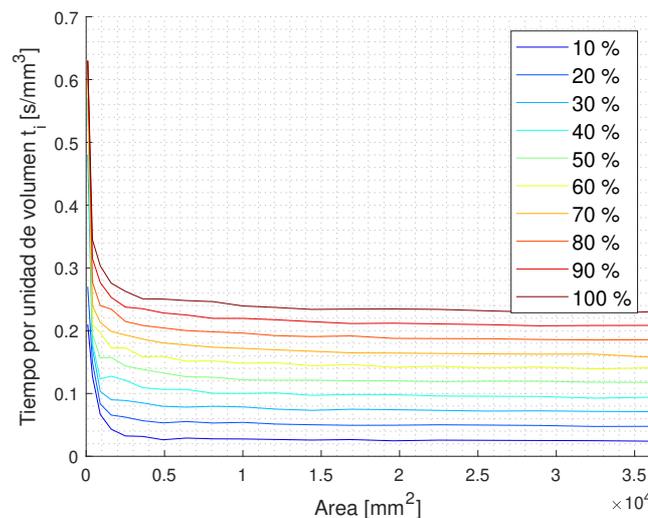


Figura 2: Tiempos unitarios.

4.2. Ensayo mecánico

Se realizó un post-proceso de la topología óptima (Figura 3b) obtenida en la sección anterior. A continuación se llevó a cabo la impresión de dicha geometría utilizando la configuración de impresión ya establecida, para por último realizar un ensayo pseudo-estático bajo las condiciones de carga anteriormente descriptas.

Se realizó la impresión y ensayo de otras dos piezas, cuya región de diseño es la misma y el relleno de impresión es uniforme en todo el dominio, ver por ejemplo Figura 5. La densidad de relleno de la primera de estas piezas se selecciona de tal manera que iguale el tiempo de impresión medido por el *slicer* al de la pieza optimizada, a saber 62%. La segunda pieza se imprime con una densidad del 92%, lo que permite que dicha pieza posea la misma rigidez que la pieza optimizada. En total se ensayaron 5 réplicas de cada una de estas piezas. Las evoluciones de la magnitud de la fuerza P contra el desplazamiento del punto de aplicación de esta (flecha) se grafica en la Figura 4 para cada una de las piezas. Algunas imágenes asociadas al ensayo se observan en las Figuras 5 a 7

4.3. Discusión de los resultados

Empleando un modelo lineal mediante mínimos cuadrados se determina la recta de carga para cada una de las réplicas asociadas a cada pieza. Se obtiene que la pieza con 92% de relleno posee una rigidez (pendiente de la recta de carga) de $387,38 \pm 16,82 [N/mm]$, mientras que la optimizada es de $384,07 \pm 13,14 [N/mm]$, lo cual muestra una coincidencia experimental de



(a) Resultado del algoritmo

(b) Topología post-procesada por el software *slicer*.

Figura 3: Topología óptima.

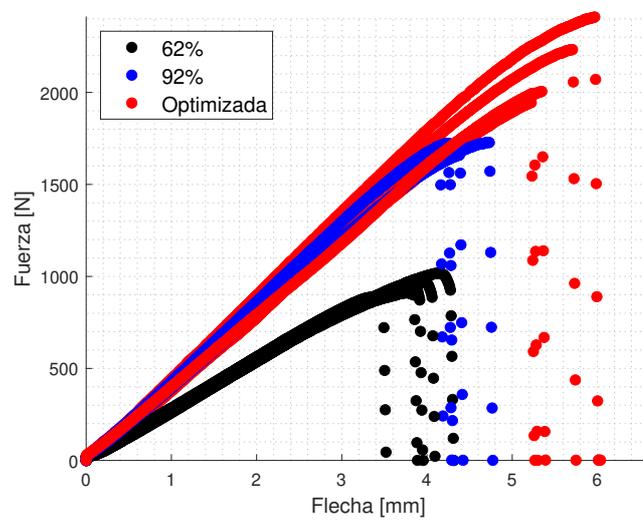


Figura 4: Relación carga vs desplazamiento para las probetas ensayadas.



Figura 5: Pieza con 92 % de densidad de relleno antes de ser cargada.



Figura 6: Pieza con 92 % de densidad de relleno durante el proceso de carga.

estos dos magnitudes, tal como se puede observar en la Figura 4. Este hecho aporta sustento a la validez de la Proposición 1.1, ya que a pesar de la visible *no continuidad* del material a escala



Figura 7: Piezas optimizadas luego del ensayo. La fractura ocurre siempre en el punto de aplicación de la carga.

macroscópica (estructura tipo *lattice*), los errores cometidos por la aproximación propuesta son pequeños.

Es importante notar que la resistencia mecánica de las piezas optimizadas ha sido en todos los casos mayor que cualquiera de las probetas con 92 % de relleno (que poseen misma rigidez). Por lo tanto, las piezas optimizadas poseen, para este caso de análisis en particular, el mismo tiempo de impresión (según *slicer*) que las de 62 % de relleno y la misma rigidez de las piezas de 92 % de relleno. Como subproducto, estas piezas poseen una resistencia mayor a cualquiera de sus alternativas, una virtud notable que no estaba considerada dentro del proceso de optimización.

Por otra parte, el tiempo de impresión dado por la ecuación (1) para la topología óptima es de $T(\chi_{opt}) = 136[min]$, mientras que el tiempo de impresión dado por el *slicer* (el cual coincide con el tiempo real de impresión) es $T_{sl} = 391[min]$, lo que corresponde con un error porcentual del 65.2 %.

Estos resultados le asignan poca validez a la Proposición 1.2 y por lo tanto la aproximación 1 debe ser revisada.

Un análisis más exhaustivo de los tiempos de impresión obtenidos mediante *slicer* indica que sólo un 39.4 % del tiempo total de impresión se ha insumido en imprimir el relleno, un 27.3 % en imprimir los contornos de la pieza (externos como internos, ver Figura 8) y un 33.2 % en viaje y retracción.

5. ACTUALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DE TIEMPO

En base a las conclusiones abordadas en la sección anterior, se propone modificar la función de tiempo $T(\chi)$ de tal manera que pueda contemplar el tiempo de impresión de contornos. La propuesta de este trabajo para la función de tiempo de contornos es similar a la de tiempo de relleno, es decir

$$T_c(\chi) = t_c P(\chi) q, \quad (13)$$

donde t_c es un tiempo unitario por unidad de longitud, $P(\chi)$ la longitud total de contornos a imprimir y q la cantidad de veces que se debe repetir la impresión de dichos contornos. La pieza a imprimir no solamente tiene contornos exteriores sino también interiores, tal como se ve en la Figura 8. Esto debe ser así para poder lograr una buena unión mecánica entre cada una de las sub-regiones. Por lo tanto, para $P(\chi)$ es necesario encontrar el perímetro $\partial\Omega_i$ asociado a cada una de las sub-regiones Ω_i .

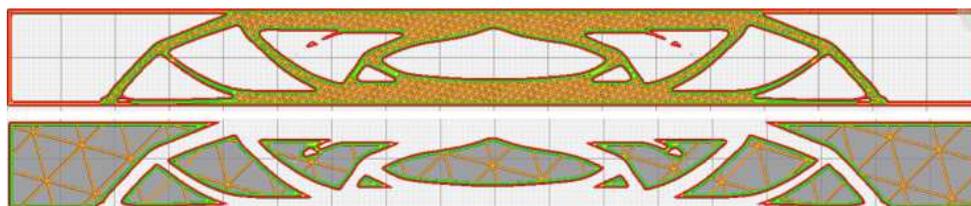


Figura 8: Simulación de impresión de estructuras optimizadas. Arriba Ω_1 (Triangular 100 %); Abajo Ω_2 (Triangular 15 %). En color verde y rojo contornos, y en color naranja líneas de impresión de rellenos.

En base a los desarrollos presentados por [Amstutz et al. \(2022\)](#), el perímetro aproximado de cada sub-región $P_\varepsilon(\chi_n^i)$ se obtiene mediante

$$P_\varepsilon(\chi_n^i) = \int_{\Omega} \frac{2}{\varepsilon} (1 - v_\varepsilon) \chi_n^i, \quad (14)$$

donde, dado $\varepsilon > 0$, $v_\varepsilon \in H^1(\Omega)$ es solución de

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta v_\varepsilon^i + v_\varepsilon^i = \chi_n^i & \text{en } \Omega, \\ \frac{\partial v_\varepsilon^i}{\partial n} = 0 & \text{en } \partial\Omega. \end{cases} \quad (15)$$

Luego, $P_\varepsilon(\chi_n^i) \rightarrow |\partial\Omega_i|$ cuando $\varepsilon \rightarrow 0$. Por lo tanto, la función de tiempo de impresión de contornos se puede reescribir de la siguiente manera

$$T_c(\boldsymbol{\chi}) = t_c m \frac{h}{h_{capa}} \sum_{i=0}^n P_\varepsilon(\chi_n^i). \quad (16)$$

Aquí el producto $m \frac{h}{h_{capa}}$ representa la cantidad de veces q que se debe repetir la impresión de los contornos de cada sub-región, m veces hacia adentro y $\frac{h}{h_{capa}}$ hacia arriba, ya que h_{capa} es la altura de capa de cada impresión.

Por otra parte, la función de tiempo de impresión de rellenos debe ser modificada. Cada línea de impresión tiene un determinado ancho e , y por lo tanto cada vez que se imprime una nueva línea de contorno, el área ocupada por el relleno se reduce, tal como se muestra en la Figura 9, entonces

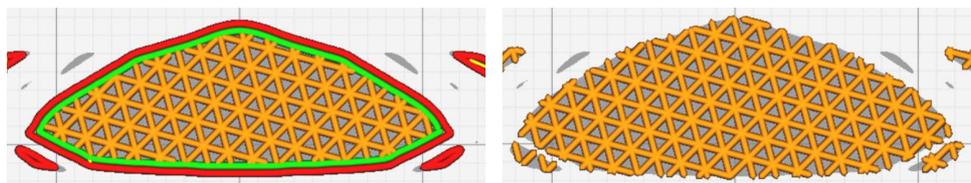


Figura 9: Izquierda: región de impresión considerando relleno y contorno. Derecha: región de impresión eliminando contornos. Puede observarse que imprimir contornos reduce el área disponible para relleno.

$$T_r(\boldsymbol{\chi}) = h \sum_{i=0}^n t_i \left[\int_{\Omega} \chi_n^i - e m P_\varepsilon(\chi_n^i) \right] \quad (17)$$

Por lo tanto, la función de tiempo de impresión de la pieza es

$$T(\chi) = T_r(\chi) + T_c(\chi), \tag{18}$$

5.1. Verificación

Se evaluó el tiempo total de impresión de la geometría óptima χ_{opt} obtenida en la Sección 4 empleando la función 18 y se la comparó con el tiempo real de impresión T_{sl} dado por el *slicer*. Esta comparación se hizo para la geometría ya nombrada y dos copias con medidas escaladas, a saber, una copia de 360[mm]x36[mm] y otra de 720[mm]x72[mm]. Los resultados se muestran en las Figuras 9 y 10.

Se observa que la función de tiempo actualizada (Ecuación (18)) brinda una mejor aproximación que la ecuación (1), aunque el error con respecto al tiempo real sigue siendo considerable. Aún así, observamos en la Figura 11 que este error decae mientras más grandes sean las dimensiones de la pieza a imprimir.

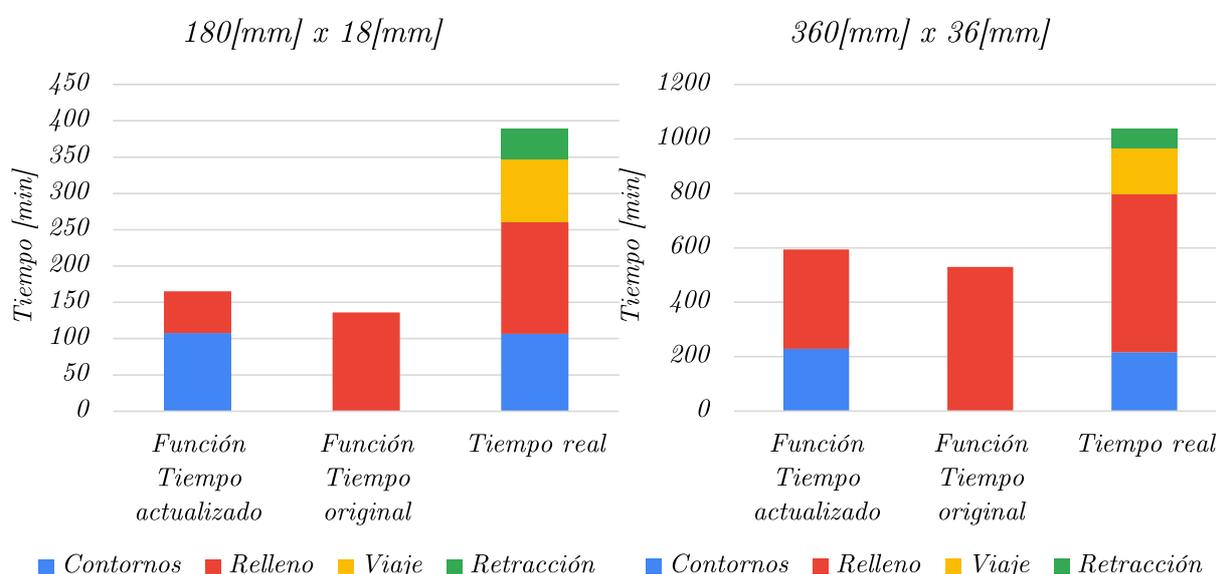


Figura 10: Distribución de tiempos de impresión.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha implementado una estrategia basada en optimización topológica multimaterial que permite obtener la óptima distribución de estructuras de impresión para realizar el proceso de impresión 3D en menor tiempo, manteniendo los valores de rigidez lo más altos posibles. Se aplicó dicha metodología a un caso particular y se imprimió la pieza utilizando los resultados obtenidos. Dicha pieza se ensayó y se comparó su rigidez y tiempo de impresión contra otras dos piezas patrón. Se logró determinar experimentalmente que la estrategia es válida para fabricar piezas por impresión 3D en menor tiempo.

La metodología aquí utilizada posee dos pilares fundamentales. El primero establece que modelar el comportamiento mecánico de los rellenos de impresión (*lattices*) considerándolos como materiales anisótropos elásticos y continuos, mientras que el segundo propone una aproximación para determinar los tiempos de impresión que solamente depende del área ocupada por la pieza. Los resultados muestran, que la primera hipótesis es válida, mientras que la segunda no. Con el objeto de ajustarse a los experimentos, se ha propuesto una nueva aproximación

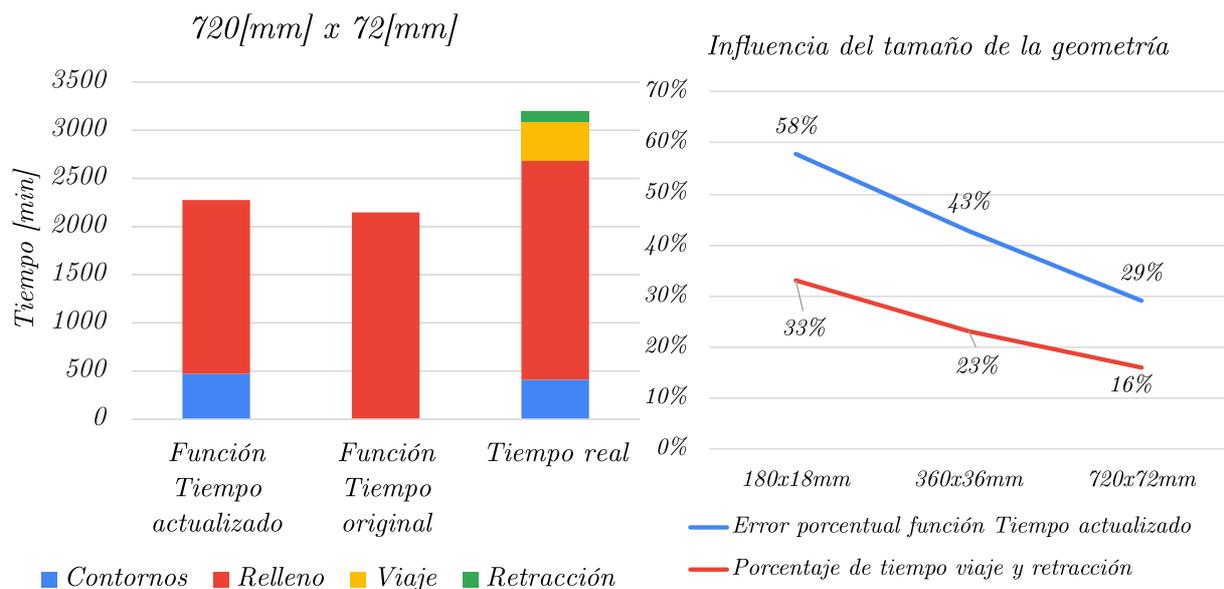


Figura 11: Distribución tiempo de impresión en probetas 720[mm]x72[mm] (izq.). Errores de tiempo vs dimensiones (der.)

que contemple los tiempos de impresión de los contornos. Esta nueva formulación da mejores resultados pero aún así el error cometido es grande y mayores esfuerzos deben realizarse para resolver este inconveniente.

ACKNOWLEDGEMENTS

Esta investigación fue financiada parcialmente por CONICET (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina) y PID-UTN (Programa de Investigación y Desarrollo de la Universidad Tecnológica Nacional, Argentina). Se agradece el apoyo de estas agencias.

REFERENCIAS

- Amstutz S., Dapogny C., y Ferrer A. A consistent approximation of the total perimeter functional for topology optimization algorithms. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 28:18, 2022.
- Arabnejad S. y Pasini D. Mechanical properties of lattice materials via asymptotic homogenization and comparison with alternative homogenization methods. *International Journal of Mechanical Sciences*, 77:249–262, 2013.
- Giusti S.M., Ferrer A., y Oliver J. Topological sensitivity analysis in heterogeneous anisotropic elasticity problem. Theoretical and computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 311:134–150, 2016.
- Guardiola M.M., Perassolo C.N., Vicentin M., Onco A.R., y Giusti S.M. Obtención de la distribución de estructuras de impresión de mínimo tiempo para la fabricación aditiva. En *Mecánica Computacional*, volumen 39, páginas 1027–1036. 2022.
- Onco A.R. y Giusti S.M. A robust topological derivative-based multi-material optimization approach: Optimality condition and computational algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 366:113044, 2020.